

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah

1. Melalui fakta bahwa $C^*(\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}) \cong C^*(\mathcal{A}) \otimes C^*(\mathcal{A})$, maka diperoleh $C^*(\mathcal{A}) \otimes C^*(\mathcal{A}) \cong M_4(\mathbb{C})$, sehingga observabel di komposit dua sistem spin- $\frac{1}{2}$ meliputi semua matriks self-adjoint di $M_4(\mathbb{C})$.
2. Basis kanonik E_{ij} dari $M_4(\mathbb{C})$ tidak self-adjoint untuk setiap $i \neq j$, sementara observabel direpresentasikan oleh operator/matriks self-adjoint, sehingga pembatasan $M_4(\mathbb{C})$ terhadap unsur-unsur self-adjoint-nya secara matematis tidak sederhana. Namun karena $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}$ adalah himpunan self-adjoint, maka pembatasan span $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}$ terhadap unsur-unsur self-adjoint-nya cukup dengan membatasi lapangan \mathbb{C} ke \mathbb{R} . Ini berarti bahwa untuk setiap observabel X dapat dinyatakan ke dalam $\sum_{i,j} \alpha_{ij} \sigma_{ij}$ untuk setiap $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$ dan $\sigma_{ij} \in \mathcal{A} \otimes \mathcal{A}$.
3. Untuk Hamiltonian bergantung waktu

$$H(t) = \sigma_{11} + J \sin(\omega t) (\sigma_{30}) + J \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) (\sigma_{03})$$

dan state awal $|\xi\rangle = \frac{1}{2}(|\phi^+\rangle + |\psi^+\rangle)$, diperoleh state bergantung waktu

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2} \left(e^{\left(\frac{it}{\hbar}\right)} \left(\frac{iJ}{\hbar\omega} \cos(\omega t)\right) \left(\frac{iJ}{\hbar\omega} \sin(\omega t)\right) \delta_{i(5-i)} \right)_{i=1}^4,$$

dengan $v_{ij} = \delta_{(i+j)5} (-1)^{\text{maks}\{i,j\}}$, di mana δ_{ij} adalah Kronecker delta. Fenomena-fenomena yang terjadi dari hasil tersebut dapat dilihat pada subbab 4.3 melalui interpretasi plot dengan memilih operator nilai ekspektasi σ_{10} dan σ_{01} .

5.2 Saran

Berikut adalah saran-saran yang dikemukakan:

1. Untuk menelaah observabel dari komposit dua sistem kuantum dengan generator

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\},$$

maka cukup diperhatikan himpunan

$$\mathcal{B} = \left\{ \sum_{i,j} \alpha_{ij} \sigma_{ij} \mid \alpha_{ij} \in \mathbb{R}, \sigma_{ij} \in \mathcal{A} \otimes \mathcal{A} \right\}$$

yang merupakan subhimpunan dari aljabar-C* $C^*(\mathcal{A}) \otimes C^*(\mathcal{A})$. Namun, karena terdapat operator-operator self-adjoint A dan B sedemikian sehingga $(AB)^* = B^*A^* = BA \neq AB$, maka \mathcal{B} tidak tertutup terhadap matriks perkalian biasa. Oleh karena itu definisikan perkalian pada \mathcal{B} dengan $AB = (AB + BA)/2$, sehingga \mathcal{B} adalah aljabar non-asosiatif yang merupakan subhimpunan dari aljabar-C* $C^*(\mathcal{A}) \otimes C^*(\mathcal{A})$.

2. Pada komposit n -sistem kuantum dengan generator $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A} \otimes \dots \otimes \mathcal{A}$ sebanyak n buah dan Hamiltonian komutatif bergantung waktu, dalam artian $[H(t), H(t')] = 0$ untuk setiap $t \neq t'$, tampaknya metode faktor integrasi masih efektif dalam mencari solusi persamaan Schrödinger sebagaimana pada bukti **Lemma 4.2.1**, namun tetap diperlukan manipulasi-manipulasi aljabar yang mungkin lebih rumit.
3. Meskipun pada skripsi ini sudah diperoleh kesimpulan bahwa ketidakpastian Heisenberg berpeluang lebih kecil pada komposit dua sistem spin- $\frac{1}{2}$ dibandingkan sistem kubit tunggal (halaman 26) dan diperoleh hasil umum terkait bentuk operator atas relasi komutasi pada elemen-elemen $\mathcal{A} \setminus \{I\} \otimes \mathcal{A} \setminus \{I\}$ (**Proposisi 4.1.3**), namun menemukan formula dari relasi komutasi untuk **Tabel 4.1.2** tetap penting untuk analisis lanjutan terkait fenomena pada komposit dua sistem spin- $\frac{1}{2}$ yang belum ditemukan dalam skripsi ini.