

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Sejalan dengan perkembangan jaman, pembangunan dan teknologi, usaha peningkatan kualitas sumber daya manusia merupakan hal yang sangat penting. Peningkatan sumber daya manusia yang berkualitas untuk menunjang pembangunan nasional serta mengimbangi kemajuan globalisasi merupakan tugas dari pendidikan. Oleh karena itu, sistem pendidikan sudah seharusnya mengembangkan prestasi dan berbagai macam keterampilan diantaranya kreativitas dan kesadaran global yang dikenal dengan “Kompetensi Abad 21”(Geisinger, 2016).

Kompetensi Abad 21 salah satunya mengisyaratkan peserta didik memiliki penguasaan dalam bidang matematika dan sains dalam perspektif global. Penguasaan keilmuan dalam isu perspektif global sangat penting karena Indonesia berada dalam komunitas global. Oleh karena itu, perlu direncanakan langkah strategis agar peserta didik memiliki kesiapan dan mampu bersaing dalam dunia industri yang diprediksi terjadi pada Tahun 2030 (OECD, 2017). Penyiapan tidak sebatas pada perbaikan pada pencapaian keberhasilan peserta didik sesuai standar nasional, tetapi juga bagaimana peserta didik memiliki standar kemampuan yang sama dengan peserta didik di negara-negara maju. Terlebih Indonesia diprediksi memiliki jumlah penduduk usia produktif mencapai puncaknya pada tahun 2020-2035 sebanyak 70% (Kemdikbud, 2014). Tantangan besarnya adalah mengupayakan agar sumber daya manusia usia produktif yang melimpah ini dapat ditransformasikan menjadi sumber daya manusia yang memiliki kompetensi dan keterampilan melalui pendidikan agar tidak menjadi beban.

Saat ini, dunia berada dalam era digital sehingga segenap komponen pendidikan mesti menyesuaikan karena tingkat kebutuhannya berbeda termasuk pada mata pelajaran matematika. Pembelajaran matematika bertujuan untuk membekali peserta didik menjadi individu yang mampu menggunakan matematika

dalam kehidupan (Gravemeijer *et al.*, 2017). Kebutuhan akan matematika semakin besar mengingat dunia saat ini berkembang secara dinamis dan progresif sebagai dampak globalisasi dan digitalisasi. Hal ini membawa tantangan baru bagi pendidikan matematika yaitu membekali peserta didik untuk mampu beradaptasi dan bersaing dalam masyarakat digital atau diistilahkan sebagai pendidikan matematika masa depan.

Pendidikan matematika masa depan mengisyaratkan bahwa kebutuhan matematika siswa saat ini berbeda dengan kebutuhan matematika pada era sebelumnya. Terdapat tuntutan-tuntutan yang perlu diantisipasi oleh kurikulum matematika sekolah (National Research Council, 2001). Dalam era masyarakat digital, matematika meresap dan tidak terlihat. Peran matematika tumbuh bersama dengan peran teknologi karena matematika adalah inti dari apa yang dilakukan teknologi. Pada saat yang sama, matematika ada di mana-mana dan tersembunyi di semua perangkat penggunanya. Hal ini menimbulkan ketegangan dalam masyarakat, artinya matematika memiliki peran sentral dalam kehidupan namun seolah-olah tidak terlihat dan hanya sedikit orang yang mampu melakukan matematika itu sendiri (Gravemeijer *et al.*, 2017). Terlebih hari ini semua operasi matematika yang diajarkan sekolah dapat dilakukan oleh komputer. Fakta ini cenderung menimbulkan persepsi adanya kesenjangan yang nyata antara apa yang terjadi di dunia nyata dengan apa yang terjadi di sekolah.

Wolfram (2014) menyatakan bahwa di dunia nyata komputer digunakan untuk menghitung akan tetapi dalam pendidikan, manusia digunakan untuk menghitung. Ini tidak berarti bahwa tidak perlu lagi mempelajari matematika tetapi apa yang dipelajari dalam matematika itu yang perlu berubah. Dalam hal ini pembelajaran sudah mesti bergeser dari kompetensi yang bisa dilakukan komputer menjadi terfokus pada kompetensi yang melengkapi kemampuan komputer yaitu penalaran atau keterampilan berpikir. Padahal, keterampilan berpikir seperti ini sudah menjadi agenda pendidikan matematika sejak lama. Seringkali, keterampilan berpikir ini disebutkan dalam kurikulum tetapi tidak dievaluasi dan cenderung menekankan pada instruksi atau tugas yang harus dikuasai siswa. Fenomena ini disebut sebagai *task propensity* (Gravemeijer *et al.*, 2016).

Mathematics is the science of pattern and order yang artinya matematika merupakan ilmu tentang pola dan aturan. Matematika tidak hanya sekedar perhitungan angka-angka (aritmatik) tetapi ada aturan, berpikir sistematis (runut), konsistensi, dan juga kemampuan generalisasi. Dengan demikian matematika juga disebut sebagai ilmu berpikir (sistem bernalar) (Walle *et al.*, 2013). Bahkan di Amerika terdapat kutipan “*all young Americans must learn to think mathematically, and they must think mathematically to learn*” yang menunjukkan eksistensi dan fungsi pentingnya matematika (National Research Council, 2001).

Matematika tidak hanya membekali siswa materi esensial untuk kehidupan tetapi juga membantu memberikan peluang dan pilihan jauh lebih besar untuk membentuk masa depan mereka. Kompetensi matematika membuka pintu menuju masa depan yang produktif. *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) secara tegas menolak anggapan bahwa matematika hanya untuk sebagian orang yang terpilih, sebaliknya semua orang perlu memahami matematika (National Research Council, 2001). Artinya, semua siswa harus memiliki kesempatan dan dukungan yang diperlukan untuk belajar dan memahami matematika.

Secara lebih spesifik, melalui belajar matematika siswa diharapkan akan memperoleh manfaat sebagai berikut. Pertama, mampu berpikir secara sistematis melalui urutan-urutan yang teratur dan tertentu, terbiasa untuk memecahkan masalah secara sistematis, sehingga dapat menerapkannya dalam kehidupan nyata (Soland, Hamilton, & Stecher, 2013). Kedua, mampu berpikir secara deduktif dan induktif untuk membangun dan mengembangkan penalaran matematika yang bersifat deduktif. Ketiga, mampu membentuk sikap yang lebih teliti, cermat, akurat dalam bertindak, taat pada aturan dan prosedur. Terakhir yaitu keempat siswa mampu menggunakan dan mengaplikasikan matematika dalam kehidupan nyata.

Terjadi paradoks dalam pembelajaran matematika itu sendiri. Di satu sisi, matematika diyakini dan dibuktikan penting bagi peserta didik tetapi mereka tidak menikmati belajar matematika dan cenderung memandang matematika sebagai pelajaran yang menakutkan. Bahkan, hasil penelitian yang dilakukan oleh Markovits & Forgasz (2017) menemukan bahwa siswa anak sekolah dasar

menggambarkan matematika seperti “singa”. Matematika di sekolah dasar mungkin merupakan pengalaman positif bagi sebagian kecil siswa, tetapi sebagian besar belajar matematika penuh dengan kecemasan dan kefrustrasian (National Research Council, 2001). Penguasaan matematika di tingkat sekolah dasar tidak hanya penting untuk menyiapkan anak menjalani kehidupan tetapi juga berkontribusi besar dalam mendukung perkembangan dan penguasaan skill matematika pada tingkat selanjutnya (Azid *et al.*, 2020; Doğan & Yıldırım Sır, 2022). Dengan demikian, tantangan ke depan adalah memastikan siswa belajar matematika disertai dengan kesadaran bahwa matematika merupakan subjek yang berguna (National Research Council, 2001).

Pecahan merupakan salah satu konsep matematika yang paling kompleks di tingkat sekolah dasar dan mendasari konsep-konsep matematika yang lain (Čadež & Kolar, 2018; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Hackenberg & Lee, 2015; Kazemi & Rafiepour, 2018; Lin *et al.*, 2013; Roesslein & Coddling, 2019). Pernyataan ini diperkuat oleh Fennel (2007) Presiden NCTM 2006-2008 dalam tulisannya yang berjudul “*Fractions are Foundational*” bahwa pecahan merupakan landasan penting untuk belajar matematika lebih lanjut. Pecahan adalah pengenalan pertama seorang siswa terhadap abstraksi matematika (Fennel, 2007) dan dasar keberhasilan aljabar (Neagoy, 2017). National Mathematics Advisory Panel (2008) dalam laporannya menyimpulkan bahwa alasan utama kegagalan siswa Amerika Serikat dalam aljabar adalah kemampuan mereka yang lemah dalam pecahan. Bahkan tujuan “aljabar untuk semua” tidak akan tercapai tanpa “pecahan untuk semua”.

Terdapat dua alasan mendasar mengapa pecahan sangat penting dan perlu mendapat perhatian (Neagoy, 2017). Pertama, pecahan berperan besar dalam mempengaruhi perasaan siswa terhadap matematika. Maksudnya, bagi sebagian siswa pecahan adalah hambatan belajar pertama dalam matematika. Siswa mulai tidak menyukai matematika ketika dalam pembelajaran mengabaikan pemahaman dan mengedepankan hafalan yang cenderung terjadi dalam pembelajaran pecahan. Kedua, pecahan merupakan dasar matematika sekolah dan kehidupan sehari-hari. Pentingnya pecahan tidak hanya terbatas pada matematika tetapi juga pada bidang

ilmu yang lain. Dalam kurikulum di Indonesia sendiri tidak secara eksplisit dijelaskan pentingnya pecahan. Akan tetapi, dalam struktur kurikulum tersirat jelas bahwa pecahan merupakan bagian dari sistem bilangan yang wajib diberikan di usia sekolah dasar dan sangat penting untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan.

Penguasaan konsep pecahan merupakan keterampilan yang menentukan serta menjadi prediktor kesuksesan siswa mempelajari topik-topik matematika yang lebih tinggi (Bailey *et al.*, 2012; Empson *et al.*, 2011; Gunderson *et al.*, 2019; Siegler *et al.*, 2012; van Steenbrugge *et al.*, 2014; Vula & Kingji-Kastrati, 2016). Sebagai contoh keberhasilan siswa memahami topik aljabar dan probabilitas sangat ditentukan oleh pemahaman siswa terkait pecahan baik konsep dan operasinya (Hoffer *et al.*, 2007; Lortie-Forgues *et al.*, 2015). Pengetahuan aljabar akan membekali siswa untuk belajar matematika pada level yang lebih tinggi (NCTM, 2000) termasuk karir mereka nantinya terutama di bidang sains, teknologi, dan engineering (Azid *et al.*, 2020). Selama bertahun-tahun, menghasilkan pemahaman siswa yang mendalam terkait konsep pecahan menjadi tantangan tersendiri di dunia pendidikan matematika (Simon *et al.*, 2018).

Investigasi melalui penelusuran beberapa hasil penelitian menunjukkan pecahan sulit dipahami peserta didik di berbagai negara. Seperti laporan yang dikeluarkan *National Assessment of Educational Progress (NAEP)* pada tahun 2007 menunjukkan bahwa siswa kelas IV mengalami berbagai masalah pada topik pecahan yaitu sebagai berikut. Pertama siswa tidak mampu mengurutkan pecahan dari terkecil ke terbesar. Kedua yaitu siswa memandang $\frac{1}{2}$ sebagai dua bilangan cacah dan bukan sebagai sebuah bilangan yang memiliki nilai. Terakhir yaitu yang ketiga siswa kesulitan dalam mengaitkan pecahan pada garis bilangan. Khusus pada permasalahan kesulitan pada garis bilangan, tidak hanya dialami pada siswa kelas IV tetapi juga pada jenjang yang lebih tinggi. Seperti temuan Pearn dan Stephens (2007) yang menunjukkan siswa kelas V dan VI mengalami kesalahan dalam meletakkan pecahan pada garis bilangan yaitu menempatkan $\frac{3}{5}$ sangat dekat dengan 2 pada garis bilangan antara 0 dan 2.

Laporan NAEP pada Tahun 2013 tidak memberikan hasil yang memuaskan. Pada tahun ini, siswa masih mengalami masalah pada topik pecahan yaitu hanya 26% siswa kelas IV yang berhasil mengidentifikasi pecahan yang paling dekat nilainya dengan $\frac{1}{2}$. Laporan ini juga menyebutkan siswa menunjukkan kinerja yang rendah dalam mengurutkan pecahan maupun penyelesaian masalah yang melibatkan operasi pecahan. Permasalahan ini tidak hanya terjadi di negara maju tetapi juga negara-negara yang memiliki kinerja terbaik dalam prestasi matematika internasional (Liu *et al.*, 2014). Selain itu, Neagoy (2017) menyatakan persentase rata-rata respon yang benar secara internasional pada soal-soal terkait pecahan dalam *Programme for International Student Assessment (PISA)* dan *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)* umumnya berkisar antara 30-50 persen. Ini merupakan sinyal bahwa siswa di negara-negara di seluruh dunia mengalami kesulitan dengan konsep-konsep ini. Permasalahan pecahan ini cenderung bertahan dari waktu ke waktu (Roesslein & Coddling, 2019).

Tunç-Pekkan (2015) melakukan investigasi pemahaman siswa menggunakan *Fractional Scheme Theory* menemukan bahwa ada kekeliruan peserta didik dalam memandang bilangan pecahan sebagai dua buah bilangan cacah. Selain itu, siswa kesulitan merepresentasikan pecahan ke dalam garis bilangan. Bahkan, untuk kelompok siswa yang memiliki kemampuan matematika yang cukup tinggi mengalami kesulitan dalam memvisualkan pecahan campuran ke bentuk gambar. Permasalahan mendasar yang umumnya dialami kebanyakan siswa terletak pada konsep pecahan sebagai “bagian dari keseluruhan” yang mana siswa mengartikan ”bagian” adalah bagian yang kongruen yaitu memiliki bentuk dan ukuran yang sama (Čadež & Kolar, 2018).

Wijaya (2017) melakukan analisis spesifik pada topik pecahan menggunakan data TIMSS Indonesia Tahun 2015. Hasilnya, siswa Indonesia menunjukkan kinerja yang lemah bahkan dibandingkan dengan siswa dari negara-negara dengan skor total TIMSS yang lebih rendah. Bahkan, siswa Indonesia memiliki pemahaman yang sangat rendah dalam hal konsep dasar pecahan. Temuan ini menunjukkan bahwa ada kemungkinan pembelajaran konsep pecahan kurang efektif dan belum cukup untuk membangun pemahaman siswa yang mendalam

terhadap konsep pecahan. Hasil identifikasi awal terhadap pengetahuan siswa juga menunjukkan kondisi yang sama. Pengetahuan siswa sangat terbatas dan cenderung lemah pada konstruk pecahan yang paling dasar yaitu *part of whole*. Hasil analisis lengkap dipaparkan pada bagian hasil dan pembahasan.

Sintesis beberapa hasil penelitian menunjukkan bahwa miskonsepsi yang dialami siswa dipengaruhi langsung oleh pengetahuan guru itu sendiri, cara guru mempresentasikan pecahan serta bagaimana guru mengajarkannya termasuk intervensi-intervensi yang diberikan (Charalambous & Hill, 2012; Kolar *et al.*, 2018; van Steenbrugge *et al.*, 2014; Zhang *et al.*, 2015). Banyak literatur juga menyebutkan bahwa mengajarkan pecahan di sekolah dasar sulit dilakukan oleh guru maupun calon guru yang disebabkan karena lemahnya pemahaman terkait konten dari pecahan itu sendiri (Chinnappan & Forrester, 2014; Getenet & Callingham, 2019; Harvey, 2012; Lin *et al.*, 2013; Tunç-Pekkan, 2015). Misalnya Hoffer *et al* (2007) menemukan fakta melalui sampel representatif nasional dari seribu guru matematika memiliki pengetahuan yang lemah terkait operasi yang melibatkan pecahan dan desimal, dan ini sebagai salah satu hambatan terbesar siswa dalam mempelajari aljabar. Lee & Lee (2021) memeriksa kemampuan calon guru dalam memvisualkan pecahan $\frac{1}{4}$ dan hampir kesemuanya memvisualkan “bagian yang sama” sebagai bentuk yang kongruen.

Pemahaman yang kurang mendalam terkait luas area yang diartikan kongruen, berimplikasi pada timbulnya keyakinan baru mengartikan pecahan yaitu satu-satunya cara untuk memperoleh $\frac{1}{n}$ dari keseluruhan adalah membagi keseluruhan itu menjadi n bagian yang sama (Ciosek & Samborska, 2016). Hal ini keliru karena kita bisa menghasilkan $\frac{1}{n}$ dari keseluruhan dengan membagi keseluruhan tersebut menjadi n bagian yang tidak sama. Pemahaman kurang mendalam terkait konsep pecahan oleh siswa maupun guru menjadi beralasan karena konsep pecahan cakupannya sangat kompleks dan ada beragam cara untuk mempresentasikan konsep pecahan (Čadež & Kolar, 2018; Getenet & Callingham, 2019).

Buku teks kerap kali dipersalahkan ketika terjadi lemahnya pemahaman siswa terkait pecahan. Buku memainkan peranan penting dalam membimbing guru dalam melaksanakan pembelajaran karena memuat cakupan topik dan bagaimana topik itu diajarkan (Alajmi, 2012). Kekuranglengkapan materi yang termuat dalam buku teks berpengaruh besar terhadap cara guru melakukan pembelajaran ke siswanya. Pecahan dalam beberapa buku teks umumnya berfokus pada konsep *part of whole* atau “bagian dari keseluruhan” (Alajmi, 2012; Pantziara & Philippou, 2012; Shahbari & Peled, 2017). Konsep inilah yang mendominasi hampir di semua literatur karena ada kecenderungan konsep ini yang paling mudah untuk diperkenalkan kepada siswa.

Dalam struktur kurikulum sekolah dasar di Indonesia, pecahan sendiri muncul mulai kelas II sampai Kelas VI. Penjelasan konsep dasar pecahan mulai diberikan dengan porsi yang lebih besar dan mendalam di Kelas IV. Sementara pada jenjang sebelumnya berupa pengenalan pecahan sederhana. Hasil kajian pada Buku Matematika Kelas IV yang diterbitkan Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional dan digunakan untuk Kurikulum 2006 dan Kurikulum 2013, diperoleh bahwa konsep dasar pecahan diberikan terbatas pada konstruk konsep pecahan sebagai *part of whole*. Pengenalan pecahan seperti ini sama persis seperti yang terdapat pada Buku Matematika Kelas III yang sudah dianalisis oleh Wijaya (2017) dan Rahmawati (2020). Semestinya diberikan konstruk konsep pecahan selain *part of whole* yaitu pecahan sebagai hasil bagi dan ukuran (garis bilangan), yang merupakan kompetensi dasar wajib sesuai Standar Kurikulum Matematika (NCTM, 2000).

Perbedaan penyajian pecahan antara Buku Kelas III dan IV yaitu pada buku kelas IV mulai diberikan terminologi pecahan berupa simbol yaitu $\frac{a}{b}$ dimana a disebut pembilang dan b penyebut. Pada buku Kurikulum 2013 menampilkan terminologi pecahan yang berbeda dengan buku Internasional karangan Musser *et al* (2007). Buku Kurikulum 2013 menampilkan bahwa a dan b adalah bilangan bulat sementara pada buku karangan Musser *et al* (2007) menyatakan a dan b adalah bilangan cacah. Perbedaan ini memiliki implikasi yang berbeda terhadap bagaimana pembelajaran pecahan dilakukan. Artinya, definisi pecahan masih

menyimpan masalah dan sangat berpengaruh pada desain instruksional bagaimana pecahan diperkenalkan ke siswa.

Kesulitan memahami pecahan lebih dikarenakan kompleksitas konsep pecahan itu sendiri (Walle *et al.*, 2013). Pecahan memiliki lima konstruk pengertian yang saling berkaitan yaitu *part of whole*, rasio, operator, hasil bagi, and ukuran (Behr *et al.*, 1983; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Kieren, 1976). Konsep pecahan sebagai *part of whole* merupakan dasar untuk memahami dan melakukan koneksi pecahan sebagai rasio, operator, hasil bagi, dan operator. Hal inilah menjadi alasan konsep *part of whole* mendominasi hampir di semua buku teks kurikulum pendidikan matematika di sekolah dasar. Memberikan konsep pecahan sebagai konsep tunggal *part of whole* menimbulkan masalah besar karena konsep ini memiliki keterbatasan (Simon *et al.*, 2018) yaitu menjadikan pecahan campuran (*improper fraction*) menjadi tidak masuk akal. Oleh karena itu, penting untuk memberikan penekanan terhadap konstruk-konstruk pecahan yang lain melalui penyusunan komposisi dan *sequence* pembelajaran sesuai usia sekolah anak (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007), sehingga anak mampu memahami konsep pecahan secara komprehensif yang merupakan prasyarat untuk melakukan *problem solving* (Behr *et al.*, 1983).

Pada umumnya, pengenalan konsep pecahan di sekolah dasar dilakukan dengan cara-cara tradisional dimana pembelajaran dimulai guru memperkenalkan konsep pecahan sebagai bagian dari keseluruhan dan siswa diberikan ilustrasi gambar berupa kue beserta potongan-potongannya (Arnon *et al.*, 2014). Ketika siswa gagal memahami topik, mereka biasanya mengajukan pertanyaan dan guru membuat penjelasan tambahan. Namun, penjelasan ini umumnya difokuskan pada “mulai dari keseluruhan dan diakhiri dengan setengah” (Aydın *et al.*, 2018). Selanjutnya pembelajaran dilanjutkan dengan topik operasi pecahan dan itu pun lebih ditekankan kepada teknik pengoperasian dan prosedurnya. Proses pembelajaran ini merupakan duplikasi dari urutan penyampaian materi yang dalam buku teks. Seperti yang dilakukan Alajmi (2012) yang mengkomparasi tiga buku teks di Amerika, Kuwait, dan Jepang yang menemukan bahwa kesemuanya menggunakan konsep “bagian dari keseluruhan” sebagai dasar pengembangan

konsep pecahan. Hampir semua buku tersebut lebih mementingkan algoritma penyelesaian operasi pecahan tanpa penalaran mendalam di balik operasi atau prosedur.

Penelitian tentang topik pecahan bukanlah sesuatu yang baru. Dalam sepuluh tahun terakhir, beberapa penelitian telah mengkaji perkembangan proses kognitif siswa dalam pembentukan konsep pecahan (Arnon *et al.*, 2014; Bailey *et al.*, 2015; Kalra *et al.*, 2020; Torbeyns *et al.*, 2015) dan kesalahan dalam menyelesaikan test dalam topik pecahan (Čadež & Kolar, 2018; Ciosek & Samborska, 2016; Kazemi & Rafiepour, 2018; Rahmadani *et al.*, 2019; Tunç-Pekkan, 2015; van Steenbrugge *et al.*, 2014). Begitu juga banyak penelitian yang mengembangkan model, intervensi, maupun metode instruksional untuk meningkatkan pemahaman konsep pecahan siswa termasuk operasinya (Aydın *et al.*, 2018; Dewi *et al.*, 2017; Gunderson *et al.*, 2019; Reinhold *et al.*, 2020; Shahbari & Peled, 2017; Simon *et al.*, 2018). Namun demikian, perlakuan pembelajaran yang dikembangkan masih berpijak pada materi pecahan yang termuat dalam buku teks yang menjadi pedoman utama pengajaran dan cenderung berfokus pada satu konstruk konsep pecahan. Oleh karena itu, diperlukan pengembangan desain pembelajaran konsep pecahan yang holistik melalui pengkajian secara mendalam konsep pecahan itu sendiri disertai teori pembelajaran yang tepat untuk menghasilkan pemahaman mendalam disertai penalaran.

Selama dua dekade terakhir, fokus utama dalam dunia pendidikan adalah mempersiapkan dan mengembangkan guru yang berkualitas. Kebutuhan guru tidak sekedar keterampilan matematika, mereka juga membutuhkan pemahaman terhadap matematika yang memungkinkan mereka mampu memberikan penjelasan kepada siswa, menganalisis respons siswa, dan menggunakan metode yang tepat untuk menyajikan suatu konsep. Guru harus tahu alasan dari suatu prosedur, arti dari suatu bentuk atau istilah, dan penjelasan mendalam terhadap suatu konsep (Hill *et al.*, 2005; Vula & Kingji-Kastrati, 2018). Dalam konteks pecahan, guru perlu memiliki pemahaman dasar pecahan sebagai *part of whole*, hasil bagi, dan ukuran. Pemahaman guru ini disebut sebagai “pemahaman matematika dasar” (NCTM, 2000). Guru perlu mengetahui representasi-representasi yang berbeda dari suatu

konsep, kelebihan dan kelemahan dari masing-masing representasi tersebut, dan bagaimana hubungannya satu sama lain. Pengetahuan ini akan membantu siswa mengatasi kesulitan dalam belajar dan terhindar dari miskonsepsi.

Selain penguasaan materi ajar, untuk menghasilkan pemahaman siswa yang mendalam terkait konsep pecahan, guru perlu memiliki pengetahuan lain yang terkait dengan siswa serta mampu menciptakan situasi didaktis yang dapat mendorong proses belajar secara optimal. Untuk menciptakan situasi didaktis yang ideal, seorang guru harus memiliki kemampuan untuk membangun hubungan didaktis (*didactical relation*) antara siswa dan bahan ajar. Menurut Suryadi (2010) terdapat dua aspek mendasar dalam proses pembelajaran matematika yaitu hubungan siswa-materi dan hubungan guru-siswa. Hubungan ini ternyata dapat menciptakan suatu situasi didaktis maupun pedagogis yang tidak sederhana bahkan seringkali terjadi sangat kompleks.

Dalam menciptakan situasi didaktis maupun pedagogis yang sesuai, dalam menyusun rencana pembelajaran guru perlu memandang situasi pembelajaran secara utuh sebagai suatu objek (Brousseau, 2002). Dengan demikian, berbagai kemungkinan respon baik yang memerlukan tindakan didaktis maupun pedagogis, perlu diantisipasi sedemikian rupa sehingga dalam kenyataan proses pembelajaran dapat tercipta dinamika perubahan situasi didaktis maupun pedagogis sesuai kapasitas, kebutuhan, serta percepatan proses belajar. Menyadari bahwa situasi didaktis dan pedagogis yang terjadi dalam suatu pembelajaran merupakan peristiwa yang sangat kompleks, pendidik perlu mengembangkan kemampuan untuk bisa memandang peristiwa tersebut secara komprehensif, mengidentifikasi dan menganalisis hal-hal penting yang terjadi, serta melakukan tindakan tepat sehingga tahapan pembelajaran berjalan lancar dan sebagai hasilnya siswa belajar secara optimal.

Brousseau (2002) menyatakan bahwa proses akuisisi dan pembentukan konsep matematika kadang tidak linear yang disebabkan karena beberapa hambatan atau diistilahkan dengan *obstacle*. Dengan demikian, salah satu aspek yang perlu mendapat perhatian dalam mengembangkan situasi didaktis dan pedagogis adalah identifikasi hambatan belajar siswa atau *learning obstacle* (Suryadi, 2010). Hal ini

penting tidak hanya untuk merencanakan rencana pembelajaran (termasuk silabus, lembar kerja, dan buku teks pelajaran), tetapi juga untuk menghasilkan strategi pembelajaran baru yang tepat dengan fokus *learning obstacle* yang diidentifikasi (Carvalho *et al.*, 2004; Clément, 2003).

Brousseau (2002) mengemukakan tiga jenis *learning obstacle* yaitu *ontogenic*, *epistemological*, dan *didactical obstacle* yang dapat terjadi dalam proses belajar. *Ontogenic obstacle* (hambatan ontogenik) adalah jenis hambatan berkaitan dengan kesiapan anak dalam belajar. Hambatan ontogenik terjadi karena proses pembelajaran yang tidak sesuai dengan kesiapan siswa. Hambatan ini erat kaitannya dengan perkembangan mental siswa yang dihubungkan dengan faktor usia dan tingkat perkembangan. Jika hambatan belajar muncul karena perkembangan mental yang lambat dan bukan karena penyakit bawaan, maka hambatan itu akan hilang dengan sendirinya seiring dengan pertumbuhan siswa tersebut.

Epistemological obstacle (hambatan epistemologis) merupakan hambatan disebabkan keterbatasan konteks yang digunakan pada saat konsep dipelajari. Akibatnya, apabila siswa tersebut dihadapkan pada konteks berbeda, pengetahuan yang dimiliki menjadi tidak dapat digunakan atau ia mengalami kesulitan untuk menggunakannya. Clément (2003) menyatakan bahwa hambatan ini dapat diidentifikasi melalui kontradiksi antara kehidupan sehari-hari dan pengetahuan ilmiah yang ada dalam diri siswa. Hambatan ini kecenderungannya berakar pada struktur konten matematika itu sendiri, sejarah, dan penerapannya (Prediger, 2008). Hambatan yang berasal dari epistemologis tidak dapat dan tidak dihindari karena peran konstitutifnya dalam pembentukan konsep. Hal yang perlu dilakukan adalah menelusuri hambatan ini melalui sejarah konsep itu sendiri (Brousseau, 2002).

Didactical obstacle (hambatan didaktis) merupakan hambatan yang diakibatkan keadaan desain didaktis yang digunakan atau intervensi didaktis guru. Hambatan ini terjadi akibat kekeliruan proses pembelajaran yang berasal dari sistem pembelajaran di sekolah atau berasal dari strategi guru yang digunakan dalam mempelajari ide matematika tertentu. Dengan demikian, menemukan strategi pembelajaran untuk materi matematika tertentu agar siswa tidak mengalami

hambatan ataupun kesulitan dalam memahami materi tersebut sangat penting dilakukan.

Getenet & Callingham (2019) menyatakan bahwa pemahaman konsep siswa dipengaruhi oleh bagaimana cara guru dalam menyusun dan melaksanakan pembelajarannya. Akan tetapi, dalam menyusun rancangan sangat wajib diperhatikan alur atau lintasan berpikir (*learning trajectory*) siswa dalam menerima materi yang disajikan. Oleh karena itu, guru harus fleksibel dalam mengenali cara berpikir siswa saat mereka mengajar dan harus menyadari apa yang terjadi di kelas dan bagaimana mengelolanya. *Learning trajectory* memberikan referensi yang berbasis empirik yang dapat membantu guru dalam mempelajari tingkat berpikir siswa dalam suatu topik tertentu (Sztajn *et al.*, 2012).

Istilah *learning trajectory* diciptakan untuk mengkarakterisasi jalur pembelajaran yang dilalui siswa dari titik awal sampai ke tujuan pembelajaran yang ditetapkan (Wilson *et al.*, 2015). *Learning trajectory* bersifat hipotetik atau prediksi karena lintasan pembelajaran sebenarnya belum diketahui sebelumnya (Simon, 1995). Secara lebih dalam, *learning trajectory* didefinisikan sebagai dugaan lintasan pemikiran dan aktivitas anak pada topik matematika tertentu yang dirancang melalui serangkaian tugas instruksional agar menimbulkan proses atau aktivitas mental yang dihipotesiskan sehingga terjadi perkembangan tingkat berpikir siswa (Clements & Sarama, 2004). *Learning trajectory* memuat instruksi (berupa kegiatan, interaksi, metode, dan evaluasi) untuk menjembatani siswa membentuk pemikiran dari ide-ide informal menuju konsep yang lebih kompleks (Confrey *et al.*, 2009). Definisi ini menunjukkan bahwa *learning trajectory* menekankan pentingnya bagaimana pemikiran anak berkembang, pentingnya instruksi dalam pembelajaran, serta mengembangkan penalaran melalui interaksi kelas.

Learning trajectory dapat dilihat sebagai kerangka kerja untuk merancang dan merencanakan pembelajaran, memfasilitasi definisi tujuan pembelajaran dan pemilihan tugas (Wilson *et al.*, 2015). Selain itu, *learning trajectory* memungkinkan guru untuk mengantisipasi tanggapan siswa dan untuk mempertimbangkan apakah tugas yang diajukan sesuai untuk membantu keberhasilan siswa dalam pembelajaran mereka. Beberapa penelitian telah

menunjukkan bahwa guru maupun calon guru yang menggunakan *learning trajectory* berhasil membuat rancangan pembelajaran yang mampu menjembatani pemikiran anak dalam memperoleh suatu konsep matematika (Ivars *et al.*, 2020; Wilson *et al.*, 2015).

Teori APOS adalah alat analisis yang bisa digunakan untuk menginvestigasi pemahaman konsep matematika dari individu dan untuk menggambarkan perkembangan pemahaman yang terjadi pada pikiran mereka. Pada dasarnya, Teori APOS adalah sebuah teori konstruktivis tentang bagaimana seseorang belajar suatu konsep matematika. Teori ini berlandaskan pada hipotesis tentang hakekat pengetahuan matematis (*mathematical knowledge*) dan bagaimana pengetahuan tersebut berkembang. Beberapa penelitian menggunakan Teori APOS untuk mengevaluasi pemahaman, beberapa menggunakannya untuk menggambarkan perkembangan, dan beberapa menggunakannya untuk keduanya.

Teori APOS (akronim dari *action*, *processes*, *object*, dan *schema*) merupakan sebuah “teori pengetahuan matematis” yang meliputi prinsip-prinsip dasar maupun tahap perkembangan pemahaman siswa. Dalam artian teori APOS membahas konstruksi-konstruksi mental pada individu dalam memahami konsep matematika (Dubinsky, 2014). Dasar dari teori APOS adalah teori konstruktivis yang menekankan bahwa pemahaman matematika tiap individu berkembang melalui refleksi pada masalah dan solusinya pada konteks sosial, selanjutnya konstruksi atau rekonstruksi struktur mental dan mengorganisasikannya ke dalam skema untuk digunakan pada situasi masalah (Dubinsky, 2014). Refleksi tersebut dilakukan melalui konstruksi aksi, proses, dan objek matematis serta mengorganisasikan hal tersebut dalam skema yang dapat digunakan dalam kaitannya dengan situasi masalah yang dihadapi.

Istilah-istilah aksi (*action*), proses (*processes*), objek (*object*), dan skema (*schema*) pada hakekatnya merupakan suatu konstruksi mental seseorang dalam upaya memahami sebuah ide matematika. Menurut teori tersebut, manakala seseorang berusaha memahami suatu ide matematika maka prosesnya akan dimulai dari suatu aksi mental terhadap ide matematika tersebut, dan pada akhirnya akan sampai pada konstruksi suatu skema tentang konsep matematika tertentu yang

tercakup dalam masalah yang diberikan. Hal penting lainnya yaitu bahwa Teori APOS dapat digunakan sebagai pondasi untuk mengkonstruksi langkah-langkah pengajaran yang memungkinkan siswa untuk mengembangkan konsep yang mendalam dari suatu topik atau ide matematika (Arnon *et al.*, 2014; Dubinsky, 2014).

Penyusunan rancangan pembelajaran matematika tujuannya adalah berhasil mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Seperti Polya sudah menulis: “Pertama dan terutama dalam pendidikan matematika adalah mengajar peserta didik untuk berpikir” (Drijvers *et al.*, 2019). Artinya bahwa pembelajaran matematika semestinya menghasilkan peserta didik yang tidak hanya mampu mengulang apa yang disampaikan gurunya tanpa mereka mengerti latar belakang dan alasannya. Peserta didik harus mampu menyampaikan ide atau gagasan yang diyakininya serta memberikan alasan yang tepat dan akurat atas gagasan yang dikemukakannya tersebut. Peserta didik tidak lagi sekadar terampil menggunakan aturan atau prosedur matematika tanpa mengetahui alasan di baliknya (Rumsey & Langrall, 2016). Dengan kata lain, untuk melihat keberhasilan proses penalaran atau pemahaman siswa dalam memahami konsep yang dibelajarkan maka perlu diperhatikan argumentasi matematis siswa dalam pembelajaran. Bahkan Meyer & Schnell (2020) menyatakan bahwa argumentasi matematis merupakan jantung dalam setiap aktivitas pembelajaran matematika.

Dalam berbagai literatur tidak selalu dengan jelas dinyatakan tentang bagaimana argumen dipandang sebagai argumen matematis (Nordin & Björklund Boistrup, 2018) dan mengidentifikasi suatu argumen matematis menjadi tantangan tersendiri bagi guru (Meyer & Schnell, 2020). Mueller (2009) mendefinisikan argumen matematis sebagai penjelasan matematis yang dimaksudkan untuk menyakinkan diri sendiri atau orang lain tentang kebenaran suatu ide matematika. Sebuah argumen dapat dilihat sebagai argumen matematis harus terkoneksi atau terhubung secara matematika. Terhubung secara matematika yaitu mengacu pada sifat-sifat matematika yaitu objek, transformasi, dan konsep (Lithner, 2008). Objek merupakan entitas fundamental meliputi angka, variabel, fungsi, diagram, dan lainnya. Transformasi terkait proses yang dilakukan terhadap objek sehingga

menghasilkan objek lain. Konsep adalah ide sentral yang dibangun di atas sekumpulan objek, transformasi, dan sifat-sifatnya.

Kemampuan berargumentasi peserta didik secara matematis tidak dengan sendirinya diartikan dengan mengungkapkan gagasan matematika persis sama dengan apa yang diungkapkan oleh gurunya atau yang ada dalam buku teks. Akan tetapi, peserta didik didorong untuk memahami pengertian atau gagasan dari sebuah konsep, kaidah, atau prinsip matematika kemudian mengungkapkan kembali dengan menggunakan kalimat mereka sendiri (Suhendra, 2010). Namun pada akhirnya mereka harus bersepakat untuk menggunakan tanda, notasi, simbol, lambang, atau kesepakatan lainnya yang telah ada. Mengingat pentingnya argumentasi matematis ini, pembelajaran yang dirancang sudah seharusnya mengakomodasi agar siswa mampu menyampaikan argumen matematis dan dianalisis sebagai dasar tolak ukur keberhasilan pembelajaran.

Berdasarkan permasalahan konsep pecahan yang dialami siswa sekolah dasar dari waktu ke waktu yang disebabkan materi pecahan yang sangat kompleks dan rumit, hubungannya dengan pengetahuan guru dan pengaruhnya dengan pembelajaran yang dilaksanakan, serta pentingnya mengembangkan argumentasi matematis sebagai tolak ukur penalaran siswa maka perlu disusun desain didaktis pembelajaran untuk menghasilkan pemahaman yang komprehensif dan mendalam pada konsep pecahan untuk siswa sekolah dasar. Desain didaktis merupakan desain lingkungan belajar dan urutan pembelajaran berdasarkan analisis terhadap topik dan khusus untuk subjek tertentu (Ruthven *et al.*, 2009). Desain didaktis merupakan rancangan pembelajaran yang kompleks dengan serangkaian analisis mulai hambatan belajar siswa sampai dihasilkan *hypothetical learning trajectory* yang memuat prediksi atau kemungkinan respons siswa. Desain didaktis disusun dengan basis Teori APOS untuk menjembatani proses berpikir siswa dari awal sampai konsep matematika yang menjadi tujuan pembelajaran tercapai.

1.2 Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang dipaparkan pada bagian sebelumnya, untuk memberikan arah penelitian dirumuskan pertanyaan penelitian sebagai berikut.

1. Bagaimanakah deskripsi pengetahuan siswa pada materi konsep pecahan di sekolah dasar?
2. Bagaimanakah deskripsi pengetahuan guru mengenai materi konsep pecahan di sekolah dasar?
3. Bagaimanakah hambatan belajar yang dialami siswa pada konsep pecahan?
4. Bagaimanakah rancangan desain didaktis berbasis Teori APOS pada pembelajaran konsep pecahan di sekolah dasar?
5. Bagaimanakah hasil penerapan desain didaktis berbasis Teori APOS pada materi konsep pecahan?
6. Bagaimanakah argumentasi matematis siswa pada pembelajaran konsep pecahan di sekolah dasar setelah implementasi desain didaktis berbasis Teori APOS?
7. Bagaimanakah desain didaktis empiris berbasis teori APOS untuk mengembangkan argumentasi matematis siswa sekolah dasar pada konsep pecahan?

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan desain didaktis konsep pecahan berbasis Teori APOS yang komprehensif yang mampu mengembangkan argumentasi matematis siswa sekolah dasar. Untuk mencapai tujuan penelitian, maka dirumuskan beberapa tujuan khusus yaitu sebagai berikut.

- (1) Mengidentifikasi pengetahuan siswa pada konsep pecahan untuk mendapatkan gambaran secara empiris permasalahan yang dialami siswa dan untuk menkonfirmasi hasil-hasil penelitian yang sudah ada sebelumnya.
- (2) Mengidentifikasi pengetahuan guru pada konsep pecahan sebagai bahan analisis melihat hubungan masalah yang dialami siswa dengan pengetahuan guru.

- (3) Mengidentifikasi hambatan belajar siswa pada konsep pecahan sebagai dasar pengembangan desain didaktis.
- (4) Mengkonstruksi rancangan desain didaktis berbasis Teori APOS berdasarkan hasil analisis hambatan belajar siswa.
- (5) Menganalisis penerapan desain didaktis berbasis Teori APOS pada pembelajaran konsep pecahan di sekolah dasar.
- (6) Mendeskripsikan argumentasi matematis siswa pada konsep pecahan setelah penerapan desain didaktis berbasis Teori APOS.
- (7) Menyusun desain didaktis empiris berbasis Teori APOS pada konsep pecahan yang mampu mengembangkan argumentasi matematis siswa sekolah dasar.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki manfaat baik secara teoritis maupun praktis yaitu sebagai berikut.

1. Manfaat Teoritis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi pada pembangunan teori dan perspektif baru untuk memperkuat jati diri pendidikan matematika Indonesia di tengah-tengah derasnya gempuran teori-teori luar. Selain itu, hasil penelitian diharapkan memberikan kontribusi pada riset-riset sebelumnya yaitu menyediakan alternatif pembelajaran matematika yang sesuai dengan tahapan berpikir dan situasi didaktis siswa sekolah dasar.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Siswa

Penelitian dan pengembangan ini diharapkan dapat membantu siswa untuk lebih tertarik belajar matematika serta mendapatkan pemahaman yang mendalam khususnya tentang konsep pecahan. Selain itu, diharapkan siswa mendapatkan pembelajaran konsep pecahan yang optimal dan mampu menerapkannya dalam kegiatan *problem solving* di kehidupan sehari-hari.

b. Bagi Guru

Desain didaktis yang merupakan produk utama penelitian dapat membantu pendidik dalam mengembangkan praktik pembelajaran matematika di sekolah.

Desain didaktis bersifat fleksibel, menggunakan tingkat perkembangan berpikir siswa sebagai pondasi, serta dirancang untuk membantu mengembangkan kemampuan argumentasi matematis siswa. Sehingga, desain didaktis ini dapat dijadikan sebagai pedoman utama dalam melaksanakan pembelajaran konsep pecahan di sekolah dasar dan melengkapi modul matematika pada Kurikulum Merdeka yang disediakan pemerintah.

c. Bagi Sekolah

Produk penelitian ini dapat memberikan masukan kepada sekolah dalam mengambil kebijakan terkait praktik pembelajaran di sekolah dasar yang sesuai dengan kebijakan Implementasi Kurikulum Merdeka. Hasil penelitian ini, dimulai dari hasil analisis pengetahuan siswa, guru, maupun analisis hambatan belajar dapat dijadikan acuan bagi guru untuk mengembangkan pembelajaran termasuk program-program pengembangan keprofesional guru.

d. Bagi Peneliti

Penelitian ini membuka cakrawala pikiran penulis dalam mengkaji dan melakukan penelitian menggunakan *Didactical Design Research*. Pengalaman dan hasil penelitian dijadikan sebagai dasar untuk pengembangan keilmuan penulis dan untuk melakukan penelitian lebih lanjut.

1.5 Definisi Operasional

Pada penelitian ini terdapat beberapa terminologi yang perlu dioperasional untuk mendapatkan kesamaan persepsi. Adapun terminologi yang digunakan yaitu sebagai berikut.

1.5.1 Desain Didaktis

Desain didaktis merupakan desain lingkungan belajar dan urutan pembelajaran berdasarkan analisis terhadap topik dan khusus untuk subjek tertentu. Desain didaktis yang dimaksud dalam penelitian adalah desain situasi pembelajaran yang disusun melalui serangkaian analisis. Desain didaktis terdiri dari *hypothetical learning trajectory* (HLT), situasi didaktis yang memuat lintasan belajar, prediksi atau kemungkinan respons siswa, dan bahan ajar berupa lembar kerja peserta didik (LKPD).

1.5.2 Learning Obstacle

Learning obstacle atau hambatan belajar merupakan kesalahan yang disebabkan pengetahuan yang sebelumnya menghalangi pengetahuan yang lebih kompleks. Hambatan belajar siswa yang dianalisis pada penelitian ini terdiri dari tiga jenis yaitu hambatan belajar yang bersifat ontogenik, epistemologis, dan didaktis.

1.5.3 Pecahan

Pecahan adalah salah satu konsep dalam topik matematika sekolah dasar. Pecahan memiliki lima konstruk pengertian yang saling berkaitan yaitu *part of whole*, rasio, operator, hasil bagi, and ukuran. Dalam penelitian ini, kelima konstruk pengertian ini ditransposisi didaktis agar sesuai dan layak untuk dibelajarkan ke siswa sekolah dasar.

1.5.4 Teori APOS

Teori APOS (akronim dari *action*, *processes*, *object*, dan *schema*) merupakan sebuah “teori pengetahuan matematis” yang meliputi prinsip-prinsip dasar yang menggambarkan konstruksi-konstruksi mental pada individu dalam memahami konsep matematika. Pada penelitian ini, Teori APOS merupakan dasar dan sangat fundamental dalam membangun tahapan belajar pada situasi didaktis yang dikembangkan.

1.5.5 Argumentasi Matematis

Argumentasi matematis sebagai penjelasan matematis yang dimaksudkan untuk menyakinkan diri sendiri atau orang lain tentang kebenaran suatu ide matematika. Pada penelitian ini, argumentasi matematis merupakan pernyataan atau hasil respons siswa setelah mengerjakan tes. Hasil pernyataan selanjutnya dianalisis sebagai dasar interpretasi pemahaman siswa terhadap konsep pecahan yang menjadi tujuan pembelajaran.

1.5.6 Didactic-Mathematical Knowledge

Didactic-Mathematical Knowledge (DMK) merupakan sebuah *framework* untuk mengkategorikan dan menganalisis pengetahuan yang diperlukan guru untuk mengajar suatu topik matematika. Model DMK menginterpretasikan pengetahuan guru dari tiga dimensi yaitu dimensi matematis, dimensi didaktis dan dimensi meta didaktik

matematis. Pada penelitian ini, dimensi yang digunakan terbatas pada dimensi matematis dan didaktis.

1.5.7 Didactical Design Research

Didactical Design Research (DDR) merupakan metodologi penelitian pendidikan matematika yang menyediakan kerangka berpikir (*thinking tools*) dalam mengkaji dan menangani kompleksitas pembelajaran melalui praktik refleksi kritis. Metodologi ini merupakan hasil pemikiran kritis dari Suryadi (2019) yang didasarkan pada Teori Metapedadidaktik dan Teori Situasi Didaktis. Pada penelitian ini, DDR digunakan sebagai metodologi dalam keseluruhan penelitian. DDR terdiri dari tiga tahap analisis prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif.

1.6 Struktur Organisasi Disertasi

Secara keseluruhan, struktur disertasi ini terdiri dari lima bab utama dengan rincian sebagai berikut. Bab satu yaitu bagian pendahuluan. Pada bagian ini dipaparkan masalah-masalah yang dihadapi siswa sekolah dasar dalam memahami konsep pecahan dan mengapa masalah itu terjadi. Proses perumusan masalah disintesis melalui hasil-hasil penelitian yang sudah ada sebelumnya dan terdapat pada *database* ilmiah bereputasi. Pada bagian ini dirumuskan solusi hipotetik awal terhadap masalah-masalah pada konsep pecahan dan diformulasi menjadi tujuan penelitian yaitu menghasilkan desain didaktis konsep pecahan berbasis Teori APOS untuk mengembangkan argumentasi matematis siswa sekolah dasar.

Bab kedua yaitu kajian pustaka. Pada bagian ini memaparkan teori-teori utama yang digunakan untuk membentuk kerangka teoritis yang dijadikan dasar pengembangan desain didaktis. Teori-teori utama tersebut meliputi: paparan hasil *scholarly knowledge* konsep pecahan, argumentasi matematis, Teori Situasi Didaktis, Teori Hambatan Belajar, Teori Metapedadidaktik, DDR, Teori APOS, dan Teori DMK. Teori-teori tersebut dideskripsikan melalui sintesis dan analisis kritis dari referensi ilmiah yang terdapat pada *database* bereputasi

Bab ketiga yaitu metodologi penelitian meliputi komponen dan langkah-langkah ilmiah yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian. Komponen yang dimaksud meliputi jenis penelitian, partisipan penelitian, lokasi dan waktu penelitian, instrumentasi beserta teknik analisis data yang digunakan. Pada bagian

Komang Sujendra Diputra, 2023

DESAIN DIDAKTIS KONSEP PECAHAN BERBASIS TEORI APOS UNTUK MENGEMBANGKAN ARGUMENTASI MATEMATIS SISWA SEKOLAH DASAR

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

ini dipaparkan tahapan penelitian yang digunakan yaitu penelitian DDR yang terdiri dari tahap prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif.

Bab keempat yaitu hasil penelitian dan pembahasan. Pada bagian hasil penelitian dipaparkan temuan-temuan penelitian sebagai berikut. Pada tahap prospektif dipaparkan hasil temuan investigatif pengetahuan siswa dan guru pada konsep pecahan, hambatan belajar siswa pada konsep pecahan, hasil rumusan desain didaktis yang terdiri dari *hypotetical learning trajectory* dan situasi didaktis awal. Pada tahap metapedadidaktik dipaparkan hasil temuan pada saat implementasi desain didaktis dan tes argumentasi matematis siswa. Tahap retrospektif dipaparkan hasil analisis tahap prospektif dan metapedadidaktik. Pada bagian selanjutnya dipaparkan pembahasan secara komprehensif temuan-temuan penelitian dan dikaitkan dengan penelitian-penelitian yang sudah ada baik yang mendukung maupun yang kontradiktif dengan temuan pada penelitian ini.

Bab kelima yaitu bagian penutup yang memuat simpulan, implikasi, dan rekomendasi. Pada bagian ini dijabarkan simpulan utuh dari keseluruhan penelitian sampai rekomendasi yang dirumuskan melalui temuan penelitian. Selain itu, pada bagian ini juga dipaparkan secara singkat dan sistematis luaran-luaran penelitian disertai ini baik berupa desain didaktis konsep pecahan yang sudah bersertifikat HKI beserta artikel-artikel yang sudah dipublikasi pada jurnal bereputasi.