BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan diuraikan beberapa teori yang berkaitan dengan peramalan suatu data runtun waktu dengan metode pemulusan eksponensial tripel dari Winter. Seperangkat teori yang sesuai dan menunjang ini sangat diperlukan agar analisis serta penaksiran yang dilakukan tidak menyimpang dari ketentuan yang berlaku sehingga dapat dipertanggungjawabkan secara teoritis.

2.1 Konsep Dasar Runtun Waktu

Suatu runtun waktu adalah susunan atau himpunan observasi berurut menurut waktu. Data runtun waktu terbagi dua antara lain runtun waktu yang diskrit dan runtun waktu yang kontinu. Runtun waktu diskrit adalah susunan observasi X_t pada waktu $t = 1, 2, ..., N$. Adapun jika data runtun waktu asli bersifat kontinu, masih dapat diperoleh data runtun waktu diskrit dengan cara sebagai berikut :

1. Mengambil data untuk waktu-waktu tertentu (data kontinu dibagi menjadi beberapa interval tertentu)
2. Mengakumulasikan data pada selang-selang tertentu (setiap periode).

Meskipun data yang dihasilkan tidak seakurat data asli, namun untuk memperkecil perbedaan maka selang dibuat sekecil mungkin. Semakin kecil selang yang dibuat maka hasil peramalan akan semakin baik.

Berdasarkan pola data, runtun waktu dibagi menjadi dua yaitu:

1. Deterministik

Runtun waktu deterministik adalah jika dari pengalaman runtun waktu yang lalu, keadaan yang akan datang suatu runtun waktu dapat diramalkan secara pasti tanpa diperlukan penyelidikan lebih lanjut.

2. Stokastik (statistik)

Jika dari pengalaman masa lalu, hanya dapat menunjukkan struktur probabilistik keadaan yang akan datang dari suatu runtun waktu. Suatu runtun waktu statistik dapat dipandang sebagai satu realisasi dari proses stokastik (statistik). Proses stokastik (statistik) merupakan suatu proses dimana keadaan tidak dapat diulang untuk memperoleh data yang sama seperti data yang telah diperoleh sebelumnya. Adapun jika terdapat kesamaan, hal ini hanya suatu kebetulan.

Dengan demikian sebarang X_t dapat dipandang sebagai suatu realisasi dari suatu variabel random X_t yang mempunyai distribusi dengan fungsi kepadatan probabilitas (FKP) tertentu, misalnya $f\left(X_t\right)$.

2.2 Stasioneritas

Misalkan suatu data runtun waktu $X_1, X_2, ..., X_N$, maka dapat ditentukan berbagai nilai statistik yaitu:

(i) Rata-rata dari seluruh observasi, diberikan oleh:

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_t \tag{2.1}$$

(i) Standard error dari observasi:

$$SE(X) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(X_t - \overline{X}\right)\left(X_{t-k} - \overline{X}\right)} \tag{2.2}$$

Dalam analisis runtun waktu asumsi yang penting adalah kestasioneran data yang diperoleh. Menurut Soejoeti (1987), runtun waktu yang stasioner adalah runtun waktu yang mempunyai rata-rata dan variansi konstan sepanjang waktu. Dengan kata lain data runtun waktu yang stasioner adalah data yang tidak mengalami kenaikan atau penurunan yang signifikan atau secara matematis dapat dikatakan bahwa data yang dimiliki berfluktuasi di sekitar rata-rata atau berada di antara dua standar error. Jika runtun waktu asli tidak stasioner, maka dapat dilakukan suatu proses untuk membuat data tersebut menjadi stasioner yang dinamakan penyelisihan (*differencing*).

2.2.1 Fungsi Autokovariansi

Fungsi autokovariansi adalah himpunan autokovariansi dari berbagai lag $\{\gamma_k ; k = 0,1,2,...\}$. Lag ke-k adalah pergeseran data sebanyak k langkah dari data awalnya baik maju maupun mundur.

Pada runtun waktu stasioner berlaku:

$$\mu = E(X_t) \tag{2.3}$$

$$Cov(X_t, X_{t-k}) = \gamma_k \tag{2.4}$$

dimana μ dan γ_k untuk semua lag-k adalah konstan.

$\mu =$ rata-rata proses yang berlangsung

$\gamma_k =$ autokovariansi pada lag-k.

Proses ini memiliki variansi yang konstan yaitu $Var(X_t) = \sigma_x^{\ 2} = \gamma_0$, sedangkan

$$\gamma_k = Cov(X_t.X_{t-k})$$
$$= E(X_t - E(X_t))(X_{t-k} - E(X_{t-k}))$$
$$= E(X_t - \mu)(X_{t-k} - \mu)$$

Misal $k = 0$ maka:

$$\gamma_0 = Cov(X_t.X_{t-0})$$
$$= Cov(X_t, X_t)$$
$$= Var(X_t)$$

Dapat ditunjukkan bahwa $\gamma_k = \gamma_{-k}$ untuk semua bilangan bulat k.

2.2.2 Fungsi Autokorelasi (FAK)

Dalam analisis runtun waktu selain fungsi autokovariansi terdapat pula fungsi autokorelasi (FAK) yang merupakan alat utama untuk menentukan model yang cocok untuk data yang dimiliki. Koefisien autokorelasi atau korelasi antara runtun waktu dengan runtun waktu itu sendiri dengan selisih waktu (lag) 0, 1, 2 periode atau lebih, dapat digunakan untuk menentukan apakah runtun waktu tersebut menunjukkan pola data trend atau musiman. Pola data trend terjadi jika terdapat kenaikan atau penurunan pola untuk jangka waktu yang cukup panjang, sedangkan pola data musiman terjadi jika suatu runtun waktu dipengaruhi oleh faktor musiman misalnya kuartal dalam satu tahun.

Koefisien autokorelasi perlu diuji untuk menentukan apakah secara statistik nilainya berbeda secara signifikan dengan nol atau tidak.

Fungsi autokorelasi $\{\rho_k ; k = 0,1,2,...\}$, diperoleh dengan definisi

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{\left[Var(X_t).Var(X_{t-k})\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

ρ_k ini diestimasi oleh

$$r_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{C_k}{C_0}$$

dimana

$$\hat{\gamma}_k = C_k = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(X_t - \overline{X}\right)\left(X_{t-k} - \overline{X}\right), k \geq 0 \text{, dan}$$

$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} X_t$$

Untuk proses yang stasioner, Bartlett merumuskan variansi dari r_k dengan $\rho_k = 0$ untuk semua $k > K$

dimana: K = nilai tertentu

k = banyaknya nilai autokorelasi yang diperhitungkan.

$$Var(r_k) = \frac{1}{N}\left(\sum_{-K}^{K} \rho_i^{\,2}\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left(... + \rho_{-2}^{\,2} + \rho_{-1}^{\,2} + \rho_0^{\,2} + \rho_1^{\,2} + \rho_2^{\,2} + ...\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left(1 + 2\rho_1^{\,2} + 2\rho_2^{\,2} + \ldots\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{k}\rho_i^{\,2}\right) \approx \frac{1}{N}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{k} r_i^{\,2}\right)$$

Menurut Soejoeti (1987), suatu koefisien korelasi dikatakan tidak berbeda signifikan dengan nol jika nilainya berada pada rentang $2SE(r_k)$ dan sebaliknya.

2.2.3 Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP)

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur korelasi antara X_t dan X_{t-k} setelah menghilangkan peubah $X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-k-1}$. Fungsi autokorelasi parsial (FAKP) merupakan alat lain untuk mengidentifikasi model yang sesuai dengan data pengamatan.

Matriks autokorelasi runtun waktu stasioner dengan panjang k didefinisikan dengan:

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \ldots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \ldots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \ldots & \rho_{k-3} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \ldots & 1 \end{bmatrix},$$

Autokorelasi parsial lag ke-k didefinisikan oleh:

$$\phi_{kk} = \frac{\left|P_k^{*}\right|}{\left|P_k\right|}$$

Dengan P_k adalah matriks autokorelasi simetris $k \times k$ dan P_k^* adalah P_k dengan kolom terakhir diganti dengan $\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ . \\ . \\ . \\ \rho_k \end{bmatrix}$.

Fungsi autokorelasi parsial (FAKP) merupakan himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai lag k, dinyatakan sebagai $\{\phi_{kk}; k = 1, 2, ...\}$.

Sebagai contoh:

$$\phi_{11} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} = \frac{|\rho_1|}{1} = \rho_1,$$

$$\phi_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2},$$

dan seterusnya.

Quenouille membuktikan bahwa untuk lag yang cukup besar, dimana FAKP menjadi kecil, maka

$$Var\left(\hat{\phi}_{kk}\right) \approx \frac{1}{N}$$

2.3 Peramalan Kuantitatif

Peramalan kuantitatif adalah peramalan yang didasarkan atas data kuantitatif masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat bergantung pada metode yang digunakan dalam peramalan tersebut. Metode yang baik adalah metode yang memberikan nilai-nilai perbedaan atau penyimpangan yang terkecil.

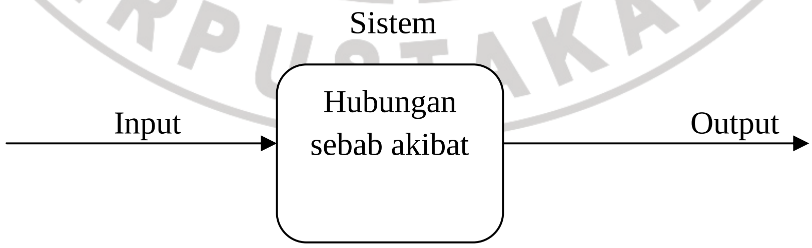
Menurut Makridakis, Wheelwright dan McGee (1999), teknik peramalan kuantitatif ini dapat diterapkan apabila memenuhi tiga kondisi sebagai berikut:

1. Tersedianya data tentang masa lalu.
2. Informasi tersebut dapat dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik.
3. Dapat diasumsikan bahwa beberapa pola aspek masa lalu akan terus berlanjut di masa yang akan datang.

Terdapat dua metode peramalan yang utama yaitu peramalan eksplanatoris (kausal) dan peramalan runtun waktu. Kedua pendekatan ini saling melengkapi dan dimaksudkan untuk jenis penggunaan yang berbeda.

2.3.1 Peramalan Eksplanatoris

Peramalan eksplanatoris mengasumsikan adanya hubungan sebab akibat di antara input dengan output dari suatu sistem, seperti ditunjukkan pada gambar berikut:



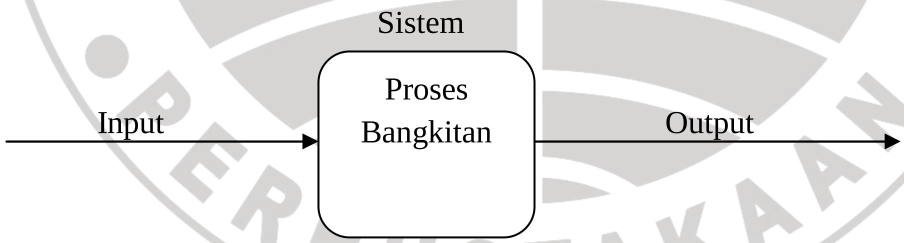
Gambar 2.1

Hubungan Eksplanatoris

Sistem tersebut dapat berupa apa saja, misalnya ekonomi sosial, pasar suatu perusahaan, atau suatu rumahtangga. Menurut peramalan eksplanatoris, setiap perubahan dalam input akan berakibat pada output sistem dengan cara yang dapat diramalkan, dengan menganggap hubungan sebab akibat itu tetap. Tugas pertama peramalan ini adalah menemukan hubungan sebab dan akibat dengan mengamati output sistem (baik menurut waktu maupun dengan mempelajari contoh yang mewakili sistem serupa) dan menghubungkannya dengan input yang bersangkutan.

2.3.2 Peramalan Runtun Waktu

Berbeda dengan peramalan eksplanatoris, peramalan runtun waktu memperlakukan sistem sebagai kotak hitam (*black box*) dan tidak ada usaha untuk menemukan faktor yang berpengaruh terhadap perilaku sistem tersebut, seperti ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 2.2

Hubungan Runtun Wakttu

Pada gambar di atas, sistem secara sederhana dipandang sebagai proses bangkitan (*generating process*) yang tidak diketahui mekanismenya.

Terdapat dua alasan utama untuk memperlakukan sistem sebagai kotak hitam. Pertama, sistem tersebut mungkin tidak dimengerti, dan kalaupun hal itu diketahui mungkin akan sangat sulit untuk mengukur hubungan yang dianggap mengatur perilaku sistem tersebut. Kedua, perhatian utamanya mungkin hanya untuk meramalkan apa yang akan terjadi dan bukan mengetahui mengapa hal itu terjadi.

2.4 Pengukuran Kesalahan Peramalan

Misalkan X_t merupakan data aktual pada periode t dan F_t merupakan ramalan untuk periode yang sama, maka galat atau kesalahan didefinisikan sebagai berikut:

$$e_i = X_t - F_t$$

Menurut Makridakis, Wheelwright dan McGee (1999) pengukuran kesalahan peramalan antara lain sebagai berikut:

1. *Mean Absolute Deviation* (MAD) atau rata-rata simpangan absolut yaitu mengukur akurasi peramalan dengan merata-ratakan kesalahan peramalan (nilai absolutnya).

$$MAD = \sum_{t=1}^{N} \frac{|X_t - F_t|}{N} \tag{2.5}$$

2. *Mean Error* (ME) atau Galat Rata-Rata

$$ME = \sum_{t=1}^{N} \frac{X_t - F_t}{N} \tag{2.6}$$

3. *Mean Squared Error* (MSE) atau Rata-Rata Galat Kuadrat yaitu merupakan metode alternatif dalam mengevaluasi suatu teknik peramalan. Setiap

kesalahan atau galat dikuadratkan, kemudian dijumlahkan dan dibagi dengan jumlah observasi.

$$MSE = \sum_{t=1}^{N} \frac{(X_t - F_t)^2}{N} \tag{2.7}$$

4. *Sum of Squared Error* (SSE) atau Jumlah Kuadrat Galat

$$SSE = \sum_{t=1}^{N} (X_t - F_t)^2 \tag{2.8}$$

5. *Standard Deviation of Error* (SDE) atau Deviasi Standar Galat

$$SDE = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N} (X_t - F_t)} \tag{2.9}$$

6. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) atau Rata-Rata Galat Persentase Absolut.

   MAPE dihitung dengan menemukan kesalahan absolut pada setiap periode, kemudian membaginya dengan nilai observasi pada periode tersebut dan kemudian merata-ratakan persentase absolutnya. Pendekatan ini akan sangat berguna apabila ukuran variabel merupakan faktor penting dalam mengevaluasi akurasi peramalan. MAPE menunjukkan seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai sebenarnya dari suatu runtun waktu. MAPE juga dapat digunakan untuk membandingkan akurasi dari teknik yang sama atau berbeda pada dua runtun waktu yang berbeda.

$$MAPE = \sum_{t=1}^{N} \frac{|PE_t|}{N} \tag{2.10}$$

dengan PE_t adalah galat persentase yang didefinisikan sebagai berikut:

$$PE_t = \left[\frac{X_t - F_t}{X_t}\right] \times 100\% \tag{2.11}$$

7. *Mean Percentage Error* (MPE) atau Rata-Rata Galat Persentase.

   MPE dapat dihitung dengan cara menemukan kesalahan setiap periode, kemudian membaginya dengan nilai sebenarnya pada periode tersebut.

$$MPE = \sum_{t=1}^{N} \frac{PE_t}{N} \tag{2.12}$$

Untuk mempermudah penghitungan dalam mengukur kesalahan peramalan, selanjutnya dalam tugas akhir ini penulis akan menggunakan MAD dan MAPE.

2.5 Metode Perataan (*Average*)

Misalkan saat ini berada pada periode waktu t. Kemudian diketahui sejumlah data $X_1, X_2, ..., X_{t-1}, X_t$, selanjutnya data ini akan digunakan untuk peramalan beberapa periode ke depan, $F_{t+1}, F_{t+2}, ..., F_{t+m}$. Terdapat dua kelompok metode peramalan dasar yang dapat digunakan yaitu metode rata-rata dan metode pemulusan eksponensial. Kedua kelompok metode ini berdasarkan rata-rata. Pada kedua metode ini rata-rata digunakan untuk peramalan dan bukan untuk menguraikan data.

Data historis masa lalu dapat diratakan dengan berbagai cara. Beberapa metode perataan yang akan dibahas dalam bagian ini antara lain meliputi nilai tengah (*mean*), rata-rata bergerak sederhana (*simple moving average*), rata-rata bergerak ganda (*double moving average*), dan rata-rata bergerak dalam orde yang lebih tinggi. Untuk semua kasus, tujuannya adalah memanfaatkan data masa lalu untuk mengembangkan suatu sistem peramalan pada periode mendatang (Makridakis, Wheelwright dan McGee, 1999:80).

2.5.1 Nilai Tengah (*Mean*)

Diberikan sekumpulan data yang meliputi T periode waktu terakhir.

$$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{T-1}, X_T$$

Selanjutnya ditentukan N titik data pertama sebagai kelompok inisialisasi dan sisanya sebagai kelompok pengujian dengan syarat $N < T$.

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N,$	$X_{N+1}, \ldots, X_T$
Kelompok Inisialisasi	Kelompok Pengujian

Metode rata-rata sederhana adalah mengambil rata-rata dari seluruh data dalam kelompok inisialisasi tersebut, didefinisikan dengan

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{N} = F_{N+1} \qquad (2.13)$$

Sebagai ramalan untuk periode $(N+1)$. Kemudian jika data periode $(N+1)$ tersedia maka dimungkinkan untuk menghitung nilai kesalahannya.

$$e_{N+1} = X_{N+1} - F_{N+1} \qquad (2.14)$$

Untuk periode $(N+2)$ maka keadaannya adalah sebagai berikut:

$X_1, X_2, X_3, ..., X_N, X_{N+1},$	$X_{N+2}, ..., X_T$
Kelompok Inisialisasi	Kelompok Pengujian

Dalam sekelompok data historis masa lalu terdapat satu titik lagi, sehingga nilai rata-rata yang baru adalah:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{N+1} \frac{X_i}{N+1}$$

$$= \frac{X_1 + X_2 + ... + X_{N+1}}{N+1}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i + X_{N+1}}{N+1}$$

$$= \frac{N.F_{N+1} + X_{N+1}}{N+1}$$

$$= F_{N+2}$$

dan unsur kesalahan yang baru jika X_{N+2} tersedia adalah

$$e_{N+2} = X_{N+2} - F_{N+2}$$

dan seterusnya untuk periode yang lebih tinggi.

Tabel 2.1

Langkah-Langkah Peramalan dengan Nilai Tengah

Waktu	Data Periode Lalu	Input Saat Ini	Output	Galat
N		$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$	$F_{N+1} = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{N}$	$e_{N+1} = X_{N+1} - F_{N+1}$
$N+1$	N, F_{N+1}	X_{N+1}	$F_{N+2} = \sum_{i=1}^{N+1} \frac{X_i}{N+1}$ $= \frac{N.F_{N+1} + X_{N+1}}{N+1}$	$e_{N+2} = X_{N+2} - F_{N+2}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$T-1$	$T-2, F_{T-1}$	X_{T-1}	$F_T = \frac{(T-2)F_{T-1} + X_{T-1}}{T-1}$	$e_T = X_T - F_T$

Proses perataan sederhana ini akan menghasilkan ramalan yang baik hanya jika proses yang mendasari nilai pengamatan X tidak menunjukkan adanya trend dan tidak adanya unsur musiman. Dengan semakin besarnya kelompok data historis masa lalu, maka nilai tengah tersebut menjadi lebih stabil dengan anggapan proses yang mendasarinya adalah stasioner.

Hambatan utama dalam penggunaan metode sederhana ini adalah tidak adanya proses runtun waktu yang benar-benar didasarkan atas proses yang konstan. Jika proses yang mendasarinya mengalami peningkatan (*step function*) yaitu data mengalami perubahan mendadak pada suatu saat, maka nilai tengah yang digunakan sebagai ramalan untuk periode mendatang tidak dapat menangkap adanya perubahan tersebut. Demikian pula, jika deret data tersebut menunjukkan adanya trend dan musiman, maka nilai tengah sebagai ramalan menjadi tidak tepat.

2.5.2 Rata-Rata Bergerak Tunggal (*Single Moving Average*)

Menurut Makridakis, WheelWright dan McGee (1999), salah satu cara untuk mengubah pengaruh data masa lalu terhadap nilai tengah sebagai ramalan adalah dengan menentukan sejak awal berapa jumlah nilai observasi masa lalu yang akan dimasukkan untuk menghitung nilai tengah. Untuk menggambarkan prosedur ini digunakan istilah rata-rata bergerak (*moving average*) karena setiap muncul nilai observasi yang baru, nilai rata-rata baru dapat dihitung dengan membuang nilai observasi yang paling tua dan memasukkan nilai observasi yang terbaru. Rata-rata bergerak ini kemudian akan menjadi ramalan untuk periode mendatang. Misalkan diberikan T titik data dan akan digunakan N pengamatan pada setiap rata-rata disebut rata-rata bergerak berorde N yang dinotasikan dengan MA(N).

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N,$	$X_{N+1}, \ldots, X_T$
Kelompok Inisialisasi	Kelompok Pengujian

Rata-rata bergerak (MA) untuk waktu N didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \overline{X} &= \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_N}{N} \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \\ &= F_{N+1} \end{aligned} \tag{2.15}$$

sebagai ramalan untuk periode N .

Sedangkan rata-rata bergerak untuk waktu $N+1$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\overline{X} = \frac{X_2 + X_3 + ... + X_N + X_{N+1}}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=2}^{N+1} X_i \qquad (2.16)$$

$$= F_{N+2}$$

sebagai ramalan untuk periode $(N+2)$. Demikian seterusnya untuk periode-periode yang lebih tinggi (Makridakis, WheelWright dan McGee, 1999: 68).

Dibandingkan dengan nilai tengah sederhana, rata-rata bergerak berorde N mempunyai karakteristik sebagai berikut:

1. Hanya menyangkut T periode dari data yang diketahui.
2. Jumlah titik data dalam setiap rata-rata tidak berubah dengan berjalannya waktu.

Kelemahan metode ini adalah sebagai berikut:

1. Memerlukan penyimpanan data yang lebih banyak karena semua T pengamatan terakhir harus disimpan, tidak hanya nilai tengahnya.
2. Tidak dapat menanggulangi dengan baik adanya unsur trend dan musiman, walaupun metode ini lebih baik jika dibandingkan dengan rata-rata total sederhana.

Perlu diperhatikan bahwa jumlah titik data dalam setiap rata-rata tetap konstan dan pengamatan yang dimasukkan adalah data pengamatan paling terakhir. Setiap ramalan baru (F_{N+2}) hanya merupakan penyesuaian dari ramalan satu periode sebelumnya (F_{N+1}). Penyesuaian tersebut didefinisikan:

$$\frac{1}{N}(X_{N+1} - X_1) \tag{2.17}$$

Jika N cukup besar, penyesuaian ini mempunyai pengaruh yang cukup kecil sebagai rata-rata bergerak berorde tinggi yang menghasilkan ramalan yang tidak terlalu banyak berubah.

2.5.3 Rata-Rata Bergerak Ganda (*Double Moving Average*)

Metode rata-rata bergerak ganda merupakan modifikasi dari metode rata-rata bergerak sederhana yang meliputi penyesuaian untuk lag (laju) dan trend. Berikut adalah sebuah ilustrasi untuk runtun waktu sederhana yang terdiri atas 12 observasi dan mengalami kenaikan (trend) sebesar 3 satuan dari periode ke periode.

Tabel 2.2

Peramalan Deret yang Mengandung Trend dengan Menggunakan Rata-Rata Bergerak Tunggal Orde 3

(1) Periode (t)	(2) Nilai Observasi	(3) MA(3)	(4) Lag (2) – (3)	(5) Ramalan MA(3)	(6) Error (2) – (5)
1	120	-	-	-	-
2	123	-	-	-	-
3	126	123	3	-	-
4	129	126	3	123	6
5	132	129	3	126	6
6	135	132	3	129	6
7	138	135	3	132	6
8	141	138	3	135	6
9	144	141	3	138	6
10	147	144	3	141	6
11	150	147	3	144	6
12	153	150	3	147	6

Semua *error* yang bersifat acak telah dihilangkan sehingga unsur kenaikan (trend) menjadi lebih mudah untuk diidentifikasi. Rata-rata bergerak tunggal berorde 3 [MA(3)] digunakan untuk peramalan di atas. Dengan demikian tiga periode pertama digunakan untuk meramalkan periode ke empat. Sebagaimana ditunjukkan pada kolom 6, peramalan ketiga periode tersebut dengan metode rata-rata tunggal mempunyai galat *error* yang sistematis yaitu sebesar 6 unit. Setengah dari *error* ini (adalah lag/laju), sebesar tiga unit, terjadi (muncul) dikarenakan rata-rata bergerak untuk tiga periode pertama tidak dapat dihitung hingga akhir periode-3. Hal ini disebabkan rata-rata terpusat pada periode ke-2. Dengan demikian rata-rata bergerak menyebabkan data bergerak melaju seiring trend dari satu periodenya, dan ini terpusat pada periode ke-2. Penggunaan rata-rata bergerak dari periode ke-3 untuk meramalkan periode ke-4 akan membentuk lag (laju) satu periode tambahan, karena itu lag secara sistematis akan sama dengan trend dari dua periode (adalah 6 unit). Untuk MA(3), unsur trend dapat diestimasi dengan menggunakan galat (beda) antara dua rata-rata bergerak yang berdekatan.

Untuk mengeliminasi *error* yang sistematis sebagaimana telah dijelaskan di atas, maka dikembangkanlah metode rata-rata bergerak ganda atau dapat pula disebut sebagai rata-rata bergerak linear. Metode ini menghitung rata-rata bergerak yang kedua dari rata-rata bergerak yang sesungguhnya. Metode ini dinotasikan sebagai MA($M \times N$), yaitu M -periode rata-rata bergerak dari N -periode rata-rata bergerak, dimana N adalah panjang dari perataan pertama, dan M dari perataan kedua. Sebagai contoh tiga dari tiga rata-rata bergerak ganda dinotasikan sebagai MA(3×3).

Tabel 2.3

Peramalan Deret yang Mengandung Trend dengan Menggunakan Rata-Rata Bergerak Ganda [MA (3×3)]

(1) Periode (t)	(2) Nilai Observasi	(3) MA(3)	(4) Galat (2) - (3)	(5) MA(3x3)	(6) Galat (3) - (5)	(7) Ramalan (3)+(6)+Trend	(8) Error (2) - (7)
1	120	-	-	-	-	-	-
2	123	-	-	-	-	-	-
3	126	123	3	-	-	-	-
4	129	126	3	-	-	-	-
5	132	129	3	126	3	-	-
6	135	132	3	129	3	135	0
7	138	135	3	132	3	138	0
8	141	138	3	135	3	141	0
9	144	141	3	138	3	144	0
10	147	144	3	141	3	147	0
11	150	147	3	144	3	150	0
12	153	150	3	147	3	153	0

Tabel di atas mengilustrasikan rata-rata bergerak ganda dengan menggunakan data pada tabel sebelumnya (tabel 2.2). Perbedaan antara rata-rata bergerak ganda dengan rata-rata bergerak tunggal adalah menambahkan estimasi trend terhadap rata-rata bergerak tunggal untuk peramalan periode berikutnya. Sebagai contoh:

F_{10} = (MA(3) pada periode ke-9) + (MA(3) – MA(3x3) pada periode ke-9) + trend

$$= 141 + 3 + 3 = 147$$

dimana trend diestimasi dari persamaan berikut:

$$Trend = \frac{2}{N-1}(MA(3) - MA(3\times3)) \qquad (2.18)$$

dan N adalah panjang dari rata-rata bergerak tunggal.

Menurut DeLurgio, Stephen A. (1998: 216) prosedur peramalan rata-rata bergerak linear adalah sebagai berikut:

1. Hitung rata-rata bergerak tunggal dan rata-rata bergerak ganda pada waktu t (keduanya dinotasikan dengan S'_t dan S''_t)
2. Tambahkan perbedaan (galat) antara rata-rata bergerak tunggal dan ganda pada rata-rata bergerak tunggal. $S'_t + \left(S'_t - S''_t\right)$
3. Tambahkan trend linear dari periode t ke periode $t+1$ (atau ke periode $t+m$ untuk peramalan m periode ke depan).

Sejalan dengan yang diungkapkan DeLurgio, menurut Makridakis, Wheelwright dan McGee (1999), prosedur peramalan rata-rata bergerak linear meliputi tiga aspek yaitu:

1. Penggunaan rata-rata bergerak tunggal pada waktu t (ditulis S'_t)
2. Penyesuaian yang merupakan perbedaan antara rata-rata bergerak tunggal dan ganda pada waktu t (ditulis $S'_t - S''_t$)
3. Penyesuaian untuk kecenderungan (trend) dari periode t ke periode $t+m$, dimana m jumlah periode ke muka yang diramalkan.

Secara umum prosedur rata-rata bergerak ganda (linear) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$S'_t = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \ldots + X_{t-N+1}}{N} \qquad (2.19)$$

$$S''_t = \frac{S'_t + S'_{t-1} + S'_{t-2} + \ldots + S'_{t-N+1}}{N} \qquad (2.20)$$

$$a_t = S'_t + \left(S'_t - S''_t\right) = 2S'_t - S''_t \tag{2.21}$$

$$b_t = \frac{2}{N-1}\left(S'_t - S''_t\right) \tag{2.22}$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m \tag{2.23}$$

dimana: S'_t = rata-rata bergerak tunggal berorde N

S''_t = rata-rata bergerak ganda

a_t = penyesuaian MA tunggal S'_t dengan $\left(S'_t - S''_t\right)$

b_t = taksiran trend dari satu periode ke periode berikutnya

F_{t+m} = ramalan untuk periode ke muka

Persamaan (2.19) mempunyai asumsi bahwa saat itu berada pada periode waktu t dan mempunyai nilai masa lalu sebanyak N. Rata-rata bergerak berorde N [MA(N)] tunggal dinyatakan dengan S'_t.

Persamaan (2.20) menganggap bahwa semua nilai rata-rata bergerak tunggal (S'_t) telah dihitung. Dengan persamaan (2.20) tersebut dihitung rata-rata bergerak N-periode dari nilai-nilai S' tersebut. Rata-rata bergerak ganda dituliskan sebagai S''. Persamaan (2.21) mengacu pada penyesuaian MA tunggal, S'_t, dengan perbedaan $\left(S'_t - S''_t\right)$ dan persamaan (2.22) menentukan taksiran trend dari periode waktu yang satu ke periode waktu berikutnya.

Persamaan (2.23) menunjukkan bagaimana memperoleh ramalan untuk m periode ke muka dari t. Ramalan untuk m periode ke muka adalah F_{t+m}, dimana merupakan nilai rata-rata yang disesuaikan untuk periode a_t ditambah m kali komponen kecenderungan (trend) b_t. Nilai b_t mencakup faktor $\frac{2}{N-1}$ dalam persamaan (2.22). Faktor ini muncul karena rata-rata bergerak N periode sebenarnya harus diletakkan di tengah-tengah pada periode waktu $\frac{N+1}{2}$ dan rata-rata bergerak tersebut dihitung pada periode waktu N (untuk rata-rata bergerak pertama), menghasilkan perbedaan:

$$N - \frac{N+1}{2} = \frac{N-1}{2} \tag{2.24}$$

Demikian pula perbedaan waktu antara saat rata-rata bergerak dihitung dan hasilnya diletakkan di pusat $\frac{N-1}{2}$ untuk sistem $MA(N \times N)$ sehingga perbedaan $\left(S'_t - S''_t\right)$ merupakan perbedaan untuk periode waktu $\frac{N-1}{2}$ dan perbedaannya atau trend per periodenya adalah

$$\frac{\left(S'_t - S''_t\right)}{(N-1)/2}. \tag{2.25}$$

atau

$$\frac{2}{N-1}\left(S'_t - S''_t\right) = b_t \tag{2.26}$$

Perlu diperhatikan bahwa semua prosedur rata-rata bergerak menunjukkan adanya pembobotan untuk nilai pengamatan masa lalu. Sebagai contoh, nilai rata-

rata sederhana dari N pengamatan masa lalu, menunjukkan bobot yang sama untuk semua N nilai data.

$$\overline{X} = \left(\frac{1}{N}\right)X_1 + \left(\frac{1}{N}\right)X_2 + \ldots + \left(\frac{1}{N}\right)X_N \qquad (2.27)$$

Hal ini berlaku untuk semua sistem rata-rata bergerak tunggal dan yang merupakan bobotnya adalah $\frac{1}{N}$.

Untuk rata-rata bergerak ganda, pembobotannya dapat ditentukan sebagai berikut:

Untuk $S^{'}$:

$$S^{'}_{N} = \frac{X_N + X_{N-1} + X_{N-2} + \ldots + X_1}{N}$$

$$S^{'}_{N+1} = \frac{X_{N+1} + X_N + X_{N-1} + \ldots + X_2}{N}$$

.

.

.

$$S^{'}_{t} = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \ldots + X_{t-N+1}}{N}. \qquad (2.28)$$

Untuk $S^{''}$:

$$S^{''}_{N} = \frac{S^{'}_{N} + S^{'}_{N-1} + S^{'}_{N-2} + \ldots + S^{'}_{1}}{N}$$

$$S^{''}_{N+1} = \frac{S^{'}_{N+1} + S^{'}_{N} + S^{'}_{N-1} + \ldots + S^{'}_{2}}{N}$$

.

.

.

$$S''_t = \frac{S'_t + S'_{t-1} + S'_{t-2} + \ldots + S'_{t-N+1}}{N}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{N}\right)(X_t + \ldots + X_{t-N+1}) + \ldots + \left(\frac{1}{N}\right)(X_{t-N+1} + \ldots + X_{t-2N+2})}{N}$$

$$= \left(\frac{1}{N^2}\right)(X_t + \ldots + X_{t-N+1} + X_{t-1} + \ldots + X_{t-N} + \ldots + X_{t-N+1} + \ldots + X_{t-2N+2}) \tag{2.29}$$

Dengan S'_t dan S''_t untuk rata-rata bergerak linear dapat ditentukan nilai a_t, b_t, dan F_{t+m}.

$$a_t = S'_t + (S'_t - S''_t) = 2S'_t - S''_t \tag{2.30}$$

$$b_t = \frac{2}{N-1}(S'_t - S''_t) \tag{2.31}$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m \tag{2.32}$$

Berikut adalah sebuah contoh pembobotan untuk rata-rata bergerak ganda $MA(3\times3)$.

Untuk S':

$$S'_t = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2}}{3}$$

$$S'_{t-1} = \frac{X_{t-1} + X_{t-2} + X_{t-3}}{3}$$

$$S'_{t-2} = \frac{X_{t-2} + X_{t-3} + X_{t-4}}{3}$$

Untuk $S^{"}$:

$$S^{"}_{t} = \frac{S^{'}_{t} + S^{'}_{t-1} + S^{'}_{t-2}}{3}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)(X_t + X_{t-1} + X_{t-2}) + \left(\frac{1}{3}\right)(X_{t-1} + X_{t-2} + X_{t-3}) + \left(\frac{1}{3}\right)(X_{t-2} + X_{t-3} + X_{t-4})}{3}$$

$$= \left(\frac{1}{9}\right)(X_t + 2X_{t-1} + 3X_{t-2} + 2X_{t-3} + X_{t-4})$$

$$= \left(\frac{1}{9}\right)X_t + \left(\frac{2}{9}\right)X_{t-1} + \left(\frac{3}{9}\right)X_{t-2} + \left(\frac{2}{9}\right)X_{t-3} + \left(\frac{1}{9}\right)X_{t-4}$$

Bobot untuk rata-rata bergerak ganda $MA(3\times3)$ adalah $\left(\frac{1}{9}\right)$, $\left(\frac{2}{9}\right)$, $\left(\frac{3}{9}\right)$, $\left(\frac{2}{9}\right)$, dan $\left(\frac{1}{9}\right)$.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rata-rata bergerak tunggal, rata-rata bergerak ganda dan linear secara otomatis memberikan bobot pada masa lalu. Pada rata-rata bergerak ganda bobot terbesar diberikan pada nilai yang terletak di tengah dari kelompok data masa lalu. Rata-rata tersebut berguna untuk pemulusan (disamping sebagai peramalan) deret data dan akan lebih sering digunakan sebagai rata-rata bergerak terpusat. Sedangkan pada rata-rata bergerak linear sistem pembobotannya lebih ditekankan pada data yang paling baru.

Metode rata-rata bergerak ganda mempunyai kelebihan serta kekurangan. Kelebihan metode rata-rata bergerak ganda adalah metode ini sangat berguna ketika unsur trend dan acak merupakan unsur yang signifikan dalam pola yang terbentuk. Sedangkan kekurangan metode rata-rata bergerak ganda adalah secara umum metode ini terlalu sederhana jika digunakan pada data runtun waktu yang memiliki unsur musiman. Selanjutnya dapat dilihat bahwa ada metode yang lebih sederhana dan lebih efektif dalam proses penghitungannya seperti metode pemulusan eksponensial.

2.6 Metode Pemulusan Eksponensial

Kelompok metode pemulusan eksponensial menggunakan bobot berbeda untuk data masa lalu, dan karena bobotnya mempunyai ciri menurun secara eksponensial dari titik data yang terakhir sampai dengan yang terawal. Dasar metode pemulusan eksponensial adalah pembobotan sederhana atau pemulusan pengamatan masa lalu dalam suatu runtun waktu untuk memperoleh ramalan masa mendatang. Pembobotan dalam metode pemulusan eksponensial ini menurun secara eksponensial terhadap nilai pengamatan yang lebih tua. Sifat dari metode ini yaitu nilai yang lebih baru diberikan bobot yang relatif lebih besar dibanding dengan nilai pengamatan yang lebih lama.

Dalam kasus rata-rata bergerak, bobot yang dikenakan pada nilai-nilai pengamatan merupakan hasil sampingan dari sistem MA tertentu yang diambil, tetapi dalam pemulusan eksponensial terdapat satu atau lebih parameter pemulusan yang ditentukan secara eksplisit dan hasil pilihan ini menentukan bobot yang dikenakan pada nilai observasi.

2.6.1 Metode Pemulusan Eksponensial Tunggal

Misalkan persamaan yang dimiliki sebelumnya:

$$F_{N+2} = F_{N+1} + \frac{1}{N}(X_{N+1} - X_1)$$

dapat pula ditulis sebagai:

$$F_{N+2} = F_{N+1} + \left(\frac{X_{N+1}}{N} - \frac{X_1}{N}\right)$$

Secara umum ramalan untuk waktu $t+1$ dapat dituliskan sebagai

$$F_{t+1} = F_t + \left(\frac{X_t}{N} - \frac{X_{t-N}}{N}\right) \tag{2.33}$$

Pada keadaan pengamatan yang lama X_{t-N} tidak tersedia, karena itu tempatnya harus digantikan dengan suatu nilai pendekatan. Salah satu pengganti yang mungkin adalah nilai ramalan periode sebelumnya F_t, sehingga persamaan menjadi:

$$F_{t+1} = F_t + \left(\frac{X_t}{N} - \frac{F_t}{N}\right) \tag{2.34}$$

$$F_{t+1} = \left(\frac{1}{N}\right)X_t + \left(1 - \frac{1}{N}\right)F_t \tag{2.35}$$

Dari persamaan (2.35) dapat dilihat bahwa ramalan F_{t+1} didasarkan atas pembobotan observasi terakhir dengan suatu nilai bobot $\left(\frac{1}{N}\right)$ dan pembobotan ramalan yang terakhir sebelumnya F_t dengan suatu bobot $\left(1 - \frac{1}{N}\right)$. Karena N merupakan suatu bilangan positif maka $\left(\frac{1}{N}\right)$ akan menjadi suatu konstanta antara nol (jika N tak terhingga) dan satu (jika $N=1$). Dengan mengganti $\left(\frac{1}{N}\right)$ dengan α maka persamaan menjadi:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha) F_t \tag{2.36}$$

α disebut konstanta pemulusan.

Persamaan ini merupakan bentuk umum yang digunakan dalam menghitung ramalan dengan menggunakan metode pemulusan eksponensial.

Jika F_t dan F_{t-1} ditulis atas komponennya maka akan terbentuk persamaan sebagai berikut:

$$F_t = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha) F_{t-1} \tag{2.37}$$

dan seterusnya.

Implikasi pemulusan eksponensial akan dapat dilihat dengan lebih baik bila persamaan diperluas dengan mengganti F dengan komponen-komponennya sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)\left[\alpha X_{t-1} + (1-\alpha) F_{t-1}\right]$$

$$= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 F_{t-1} \tag{2.38}$$

Jika proses substitusi ini diulang dengan mengganti F_{t-1} dengan komponennya, F_{t-2} dengan komponennya dan seterusnya, maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 X_{t-3} +$$

$$... + \alpha(1-\alpha)^N X_{t-(N-1)} + \alpha(1-\alpha)^N F_{t-(N-1)} \quad (2.39)$$

Persamaan (2.36) dapat pula ditulis sebagai:

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(X_t - F_t) \quad (2.40)$$

Karena $X_t - F_t = e_t$, maka persamaan dapat ditulis sebagai:

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(e_t) \quad (2.41)$$

dimana e_t adalah kesalahan ramalan (nilai sebenarnya dikurangi ramalan) pada periode t.

Dari dua bentuk F_{t+1} dapat dilihat bahwa ramalan yang dihasilkan dari pemulusan eksponensial tunggal secara sederhana merupakan ramalan yang lalu ditambah suatu penyesuaian galat yang terjadi pada ramalan terakhir.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa jika nilai α mendekati satu, maka ramalan yang baru akan mencakup penyesuaian kesalahan yang besar pada ramalan sebelumnya. Sebaliknya jika nilai α mendekati nol, maka ramalan yang baru akan mencakup penyesuaian yang sangat kecil. Jadi, pengaruh besar kecilnya α analog (dalam arah yang berlawanan) dengan pengaruh memasukkan jumlah pengamatan yang kecil atau besar pada perhitungan rata-rata bergerak (Lubis, Sri N, 2009).

2.6.2 Metode Pemulusan Eksponensial Ganda (Metode Linear Satu Parameter dari Brown)

Menurut Makridakis, Wheelwright dan McGee (1998), dengan cara analogi yang dipakai pada waktu berangkat dari rata-rata bergerak tunggal ke pemulusan eksponensial tunggal, kita juga dapat berangkat dari rata-rata bergerak ganda ke pemulusan eksponensial ganda. Pada dasarnya metode pemulusan eksponensial linier dari Brown serupa dengan rata-rata bergerak linear yaitu menghitung selisih nilai antara rata-rata bergerak ganda dan rata-rata bergerak tunggal sebagai pengukur besar kecenderungan (trend). Metode ini menggunakan satu koefisien pemulusan yaitu α.

Prosedur pemulusan eksponensial linier dari Brown dapat diterangkan melalui persamaan berikut:

$$S'_t = \alpha X_t + (1-\alpha) S'_{t-1} \tag{2.42}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha) S''_{t-1} \tag{2.43}$$

dimana S'_t adalah nilai pemulusan eksponensial tunggal dan S''_t adalah nilai pemulusan eksponensial ganda. Dengan demikian:

$$a_t = S'_t + (S'_t - S''_t) = 2S'_t - S''_t \tag{2.44}$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S'_t - S''_t) \tag{2.45}$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m \tag{2.46}$$

dimana m adalah jumlah periode ke muka yang diramalkan. Agar persamaan (2.41) dan (2.42) dapat digunakan, nilai S'_{t-1} dan S''_{t-1} harus diiketahui, akan tetapi pada saat $t = 1$ nilai-nilai tersebut tidak tersedia. Oleh karena itu, nilai-nilai ini harus ditentukan pada awal periode. Hal ini dapat dilakukan dengan menetapkan S'_t dan S''_t sama dengan X_t atau dengan menggunakan suatu nilai rata-rata dari beberapa nilai pertama sebagai titik awal.

Permasalahan inisialisasi (nilai awal) ini selalu muncul pada setiap metode pemulusan eksponensial baik pemulusan tunggal, ganda, maupun tripel. Jika konstanta pemulusan α tidak mendekati nol, pengaruh proses inisialisasi ini dengan cepat menjadi kurang berarti dengan berlalunya waktu, akan tetapi jika α mendekati nol, proses inisialisasi ini mempunyai peranan penting selama periode waktu ke depan yang panjang.

Metode pemulusan eksponensial dari Brown mempunyai kelebihan serta kekurangan, yaitu:

Kelebihan:

1. Metode ini membutuhkan data aktual yang lebih sedikit daripada metode rata-rata bergerak ganda karena terdapat satu parameter optimalisasi yaitu α.
2. Proses penghitungan pada metode ini lebih efisien daripada metode rata-rata bergerak ganda.

Kekurangan:

Metode ini belum bisa mengatasi data yang memiliki pola musiman.

2.6.3 Metode Pemulusan Eksponensial Ganda (Metode Linear Dua Parameter dari Holt)

Metode pemulusan eksponensial ganda dari Holt pada prinsipnya serupa dengan Brown. Akan tetapi pada metode pemulusan eksponensial ganda dari Holt tidak menggunakan persamaan pemulusan berganda secara langsung. Sebagai gantinya, Holt memuluskan nilai trend dengan parameter yang berbeda dari parameter yang digunakan pada deret asli. Model pemulusan eksponensial ganda dua-parameter dari Holt menggunakan dua konstanta pemulusan yaitu α dan β. Metode Holt melakukan penyesuaian nilai-nilai pemulusan untuk trend dari periode sebelumnya sebelum menentukan nilai pemulusan yang baru.

Metode pemulusan eksponensial dua parameter dari Holt didefinisikan oleh tiga persamaan sebagai berikut:

$$S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} - b_{t-1}) \tag{2.47}$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1} \tag{2.48}$$

$$F_{t+m} = S_t + b_t m \tag{2.49}$$

dimana:

α = konstanta pemulusan keseluruhan

S_t = nilai pemulusan pada periode terakhir t

β = konstanta pemulusan untuk trend

b_t = nilai pemulusan untuk trend pada periode t

m = panjang periode peramalan

$0 < \alpha < 1$ dan $0 < \beta < 1$.

Pada persamaan (2.47), terjadi penambahan antara nilai pemulusan terakhir (S_{t-1}), yaitu pada periode $t-1$ dengan trend periode sebelumnya (b_{t-1}). Hal ini menghilangkan kelambatan lag dari pemulusan tunggal dan menempatkan S_t sebagai perkiraan nilai saat ini. Konstanta pemulusan pertama α digunakan untuk pemulusan nilai aktual yang baru dan unsur trend yang telah ditambahkan, dengan kata lain untuk pemulusan keseluruhan. Sedangkan konstanta pemulusan β, digunakan untuk memuluskan atau merata-ratakan trend pada persamaan (2.48). Hal ini tepat karena jika terdapat kecenderungan (trend) dalam data, maka nilai yang baru akan lebih tinggi atau lebih rendah daripada nilai sebelumnya karena mungkin masih terdapat kerandoman. Dalam hal ini β membantu menghilangkan kerandoman tersebut yang berupa trend yang belum dimuluskan pada periode terakhir $(S_t - S_{t-1})$.

Sama halnya dengan metode pemulusan eksponensial lainnya, terdapat dua pertanyaan penting yang harus dipecahkan yaitu mengenai berapa nilai konstanta pemulusan yang harus digunakan dan bagaimana menentukan nilai awal pada proses pemulusan ini agar nilai ramalan menjadi tepat. Apabila kedua nilai konstanta dan nilai awal berbeda-beda untuk suatu data, tentu saja akan memberikan hasil ramalan yang berbeda. Kedua konstanta α dan β dapat ditentukan dengan *trial and error* yang meminimumkan *standard error*-nya. Di sisi lain, masalah nilai awal untuk S_1 dan b_1 pun sangat penting. Untuk S_1, secara sederhana dapat menggunakan X_1, yaitu nilai observasi pada periode 1, sehingga:

$$S_1 = X_1 \tag{2.50}$$

Akan tetapi pada kondisi ini, taksiran untuk nilai awal trend b_1, tetap masih belum jelas. Beberapa nilai yang mungkin antara lain perbedaan antara nilai observasi pertama dan kedua, rata-rata dari kemiringan observasi untuk beberapa periode pertama, atau taksiran dari kemiringan data yang dilihat dari plot datanya. Metode-metode ini dapat digunakan jika keseluruhan data observasi memilki pola yang beraturan. Jika tidak demikian, ketidakberaturan pola data akan menyebabkan perlunya periode pemulusan yang sangat panjang untuk mengestimasi awal trend. Pada beberapa situasi, ada baiknya apabila menggunakan plot data dalam penentuan taksiran trend.

Menurut DeLurgio, Stephen A. (1998: 224) taksiran trend dapat ditentukan sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{(X_2 - X_1) + (X_4 - X_3)}{2} \tag{2.51}$$

Metode pemulusan ganda dua-parameter dari Holt memiliki kelebihan dan kekurangan, yaitu:

Kelebihan:

1. Metode Holt memiliki kelebihan yang sama dengan metode pemulusan ganda dari Brown yaitu jumlah data yang lebih sedikit.
2. Metode Holt lebih fleksibel karena trend dan tingkat deret waktu dapat dimuluskan (dimodelkan) dengan nilai bobot yang berbeda-beda.

Kekurangan:

1. Metode Holt memerlukan dua parameter yaitu α dan β. Oleh karena itu, penentuan kombinasi terbaik dari dua parameter ini akan menjadi lebih sulit.
2. Metode inipun belum dapat mengatasi data yang memiliki pola musiman. musiman.

Berdasarkan kelebihan serta kekurangan dari metode-metode yang telah diuraikan di atas, selanjutnya penulis akan mengkaji sebuah metode yang memodelkan data runtun waktu dengan unsur trend dan musiman, yaitu metode pemulusan eksponensial tripel dari Winter.