

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam statistika, sebuah penaksir adalah sebuah fungsi dari sample data observasi yang digunakan untuk menaksir parameter populasi yang tidak diketahui. Ada dua jenis penaksir, yaitu penaksir titik dan penaksir interval. Dalam penaksiran titik, kita mencoba langsung menaksir suatu nilai. Penaksiran itu menginginkan agar suatu parameter ditaksir dengan memakai satu bilangan saja. Misalnya kita menaksir parameter-parameter  $\mu, \sigma$  atau  $p$  dengan memakai statistik-statistik  $\bar{x}$ ,  $s$  atau  $x/n$ .

Penaksiran seperti ini dapat kita ibaratkan sebagai penembakan titik tertentu dengan panah. Sudahlah pasti bahwa kita akan sering sekali tidak mengenai titik ini. Kebanyakan dari panah kita itu akan berserak di sekitar titik tadi, ada yang sampai, ada yang terlalu jauh, ada yang terlalu ke kiri ada yang terlalu ke kanan. Sangat sulit bagi kita untuk tepat mengenainya. Oleh karena itu, kita hanyalah berusaha agar penaksir itu tidak terlalu sering melewati atau tidak sampai kepada yang ditaksir. Kita berusaha agar tersebar nya penaksir-penaksir yang dibuat tidak terlalu jauh dari yang ditaksir.

Pada umumnya dapat dikatakan disini, bahwa probabilitas suatu penaksiran titik untuk tepat sekali sangat kecil dan ketidakakurasian sebuah penaksir dalam menaksir disebut fungsi resiko. Fungsi resiko dalam setiap penaksiran besarnya

berbeda-beda, bergantung pada ukuran sampel. Biasanya semakin besar ukuran sampel yang digunakan maka resikonya pun akan semakin kecil. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran sampel maka informasi yang diperlukan tentang yang akan ditaksir semakin tersedia.

Teori ukuran sampel besar adalah teori dimana sampel yang digunakan yaitu vektor  $X = (X_1, \dots, X_n)$  dengan  $n$  adalah anggota dari barisan yang berkorespondensi dengan  $n = 1, 2, \dots$  (atau secara umum  $n = n_0, n_0 + 1, \dots$  dengan kata lain  $n \rightarrow \infty$ ). Secara matematis hasil dari penaksiran pada sampel besar berupa nilai limit. Pada aplikasinya, hasil limit ini digunakan untuk mengaproksimasi kondisi di mana  $n$  menjadi suatu nilai yang terbatas.

Pembahasan *deficiency* merupakan bagian dari pembahasan teori sampel besar. Pada teori sampel besar dibahas bagaimana membandingkan penaksir yang berbeda. Karena tidak seperti pada sampel kecil, sampel besar memiliki beberapa hukum. *Deficiency* sendiri adalah suatu metode untuk membandingkan dua buah penaksir yang saling *asimtotically efficient*, dilihat dari nilai fungsi resikonya. Fungsi resiko disini dapat juga berupa nilai dari *mean square error* (MSE). Menurut Hodges dan Lehmann (1970) untuk mencari *deficiency* tersebut digunakan MSE dari kedua buah penaksir, yang diperoleh pada order diatas  $n^{-2}$ , di mana  $n$  adalah ukuran sampel.

Pada tugas akhir ini dipilih distribusi keluarga eksponensial. Sementara penaksir yang dipilih adalah penaksir maksimum likelihood (ML), dan penaksir

*uniformly minimum-variance unbiased* (UMVU/MVUE). Hal ini dikarenakan meski secara umum ML dan UMVU merupakan dua buah penaksir yang berbeda, namun kedua penaksir tersebut dapat diasumsikan identik, jika parameter natural dari distribusi keluarga eksponensial adalah  $\theta$  [Greenwood and Nikulin, 1996].

Karena adanya asumsi identik dari kedua penaksir ini, maka dapat dibandingkan mana dari kedua penaksir tersebut yang lebih *deficient*, dilihat dari nilai MSE nya. Menurut [Gudi dan Nagnur, 2004], jika *deficiency* bernilai positif maka menunjukkan bahwa penaksir ML *deficient* terhadap penaksir UMVU, dan jika *deficiency* bernilai negatif menunjukkan bahwa penaksir UMVU *deficient* terhadap penaksir ML.

Pada tugas akhir ini akan dibahas bagaimana menentukan *deficiency* dari dua buah penaksir, yaitu maksimum likelihood dan UMVU, pada keluarga distribusi eksponensial dengan satu parameter. Untuk selanjutnya, tugas akhir ini diberi judul “*Deficiency* Dua Penaksir pada Distribusi Keluarga Eksponensial dengan Satu Parameter”.

## 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang diutarakan di atas, maka masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah:

- a) Bagaimana menentukan *deficiency* dari dua buah penaksir pada distribusi keluarga eksponensial dengan satu parameter ?

- b) Bagaimana menentukan *deficiency* dari penaksir Maksimum Likelihood terhadap penaksir UMVU pada distribusi geometrik melalui contoh kasus ?

### 1.3 Batasan Masalah

Karena banyak sekali distribusi yang termasuk ke dalam distribusi keluarga eksponensial, maka dalam contoh kasus hanya akan diambil distribusi geometrik.

### 1.4 Tujuan Penulisan

Penulisan tugas akhir ini bertujuan untuk

- a) Menentukan *deficiency* dari dua buah penaksir pada distribusi keluarga eksponensial dengan satu parameter.
- b) Menentukan *deficiency* dari penaksir Maksimum Likelihood terhadap penaksir UMVU pada distribusi geometrik melalui contoh kasus ?

### 1.5 Manfaat Penulisan

- a) Dapat memberikan wawasan baru serta pemahaman yang lebih jelas bagi penulis mengenai *deficiency* dua penaksir pada distribusi keluarga eksponensial dengan satu parameter.
- b) Dapat memberikan informasi baru dalam dunia matematika khususnya bidang statistik mengenai *deficiency* dua penaksir pada distribusi keluarga eksponensial dengan satu parameter.

## 1.6 Sistematika Penulisan

### **BAB I: PENDAHULUAN**

Bab ini berisi tentang latar belakang penelitian, perumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

### **BAB II: TEORI PENDUKUNG**

Bab ini berisi berbagai teori yang digunakan untuk mendukung tugas akhir ini.

### **BAB III: DEFICIENCY**

Bab ini berisi tentang pembahasan utama dalam tugas akhir ini yaitu *deficiency* dari dua buah penaksir pada keluarga distribusi eksponensial dengan satu parameter.

### **BAB IV: CONTOH KASUS**

Bab ini akan membahas contoh kasus yang berkaitan dengan permasalahan dalam tugas akhir ini, yaitu menentukan *deficiency* dari dua buah penaksir pada distribusi geometrik

### **BAB V: PENUTUP**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran berdasarkan hasil pembahasan bab sebelumnya.