

**DESAIN DIDAKTIS BERPIKIR ALJABAR
PADA PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN CACAH
DI SEKOLAH DASAR**

DISERTASI

*Diajukan Untuk Memenuhi Sebagian Syarat Memperoleh
Gelar Doktor Pendidikan Dasar*



oleh

Geri Syahril Sidik

NIM 1802984

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN DASAR SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2023

**Desain Didaktis Berpikir Aljabar pada Penjumlahan Dan Pengurangan Bilangan
Cacah Di Sekolah Dasar**

Oleh
Geri Syahril Sidik

S.Pd. Universitas Siliwangi, 2010
M.Pd. Universitas Pendidikan Indonesia, 2014

Sebuah Disertasi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Doktor
Pendidikan (Dr.) pada Pendidikan Dasar

© Geri Syahril Sidik 2023
Universitas Pendidikan Indonesia
Juli 2023

Hak Cipta dilindungi undang-undang.
Disertasi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian,
dengan dicetak ulang, difoto kopi, atau cara lainnya tanpa ijin dari penulis.

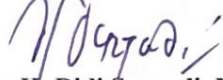
LEMBAR PERSETUJUAN

Disertasi

**DESAIN DIDAKTIS BERPIKIR ALJABAR
PADA PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN CACAH
DI SEKOLAH DASAR**

disetujui dan disahkan oleh:

Promotor



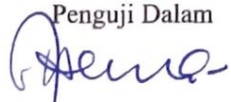
Prof. Dr. H. Didi Suryadi, M.Ed
NIP. 19580201 198403 1 001

Ko-Promotor,



Prof. Turmudi, M.Ed., M.Sc., Ph.D.
NIP 19610112 198703 1 003

Penguji Dalam



Prof. Dr. H. Tatang Herman, M.Ed.
NIP 19621011 199101 1 001

Penguji Dalam



Dr. H. Sufyani Prabawanto, M.Ed.
NIP 19600830 198603 1 003

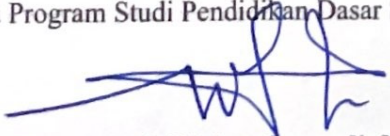
Penguji Luar



Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd., M.A.
NIP 19610407 198701 2 001

Mengetahui

Ketua Program Studi Pendidikan Dasar SPs UPI,



Prof. Dr. paed. Wahyu Sopandi, M.A.
NIP 19660525 199001 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya menyatakan bahwa disertasi dengan judul “**Desain Didaktis Berpikir Aljabar Pada Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah di Sekolah Dasar**” beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam komunitas keilmuan. Berdasarkan pernyataan ini, saya siap menanggung sanksi yang diberikan kepada saya apabila ditemukan adanya pelanggaran atau klaim dari pihak lain terhadap keaslian dalam disertasi ini.

Bandung, Mei 2023

Yang Membuat Pernyataan



Gerri Syahril Sidik

Gerri Syahril Sidik, 2023

DESAIN DIDAKTIS BERPIKIR ALJABAR PADA PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN CACAH DI SEKOLAH DASAR

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Disertasi yang berjudul: **“Desain Didaktis Berpikir Aljabar Pada Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah di Sekolah Dasar”**.

Penulisan disertasi ini dilakukan sebagai upaya untuk memberikan kontribusi dalam bidang pendidikan, khususnya dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar. Disertasi ini disusun dengan mengacu pada teori pembelajaran matematika yang berorientasi pada pengembangan kemampuan berpikir aljabar siswa, khususnya Pada Penjumlahan dan Pengurangan bilangan cacah.

Dalam disertasi ini, penulis berusaha menyusun sebuah desain didaktis yang memungkinkan guru dan siswa untuk belajar matematika secara efektif dan menyenangkan, dengan mengintegrasikan pengembangan kemampuan berpikir aljabar dalam pembelajaran. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif dengan jenis *Didactical Design Research* (DDR) yang melibatkan guru dan siswa sebagai subjek penelitian, dengan tujuan untuk menghasilkan desain didaktis yang lebih relevan dengan kebutuhan siswa di sekolah dasar.

Semoga disertasi ini dapat memberikan manfaat dan menjadi sumber inspirasi bagi pengembangan pembelajaran matematika di sekolah dasar, serta dapat memperkaya khasanah ilmu pengetahuan dan pendidikan di Indonesia. Selain itu, hasil penelitian ini dapat menjadi referensi bagi para guru dan praktisi pendidikan dalam merancang dan mengembangkan materi pembelajaran yang efektif dan inovatif.

Bandung, Mei 2023

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyadari, disertasi ini tidak dapat terselesaikan tanpa bantuan dari berbagai pihak. Dalam penyusunan disertasi ini kesulitan dan hambatan yang ditemui dapat diatasi. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Didi Suryadi, M.Ed, selaku promotor yang telah memberikan banyak ide baru yang filosofis dan masukan yang sangat berharga dalam penyelesaian disertasi ini.
2. Prof. Dr. Turmudi, M.Ed., M.Sc., Ph.D, selaku ko-promotor yang telah membimbing dengan penuh rasa sabar dan selalu memberi motivasi kepada penulis dalam menyelesaikan disertasi ini.
3. Prof. Dr. H. Tatang Herman, M. Ed., selaku penguji dari dalam yang sudah memberikan masukan terkait gagasan penggabungan antara berpikir aritmetika dengan berpikir aljabar.
4. Dr. H. Sufyani Prabawanto, M. Ed., selaku penguji dari dalam yang memberikan masukan terkait gagasan generalisasi dalam berpikir aljabar.
5. Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M. Pd, MA., selaku penguji luar yang telah memberikan berbagai saran dan masukan untuk perbaikan disertasi.
6. Prof. Dr. paed., H. Wahyu Sopandi, M.A., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Dasar Sekolah Pascasarjana Universitas Pendidikan Indonesia yang telah memberikan banyak perhatian selama proses studi..
7. Semua Dosen Program studi Pendidikan Dasar yang telah memberikan tambahan wawasan pada penulis.
8. Kedua orang tua tercinta yang selalu mendoakan serta memberikan motivasi kepada penulis.
9. Istri terkasih Iis Wasitoh, anak-anakku tersayang Komndan Muhammad Radeya Al Fatih dan Bos Rumaysa Zayeda Salima yang selalu mendoakan dan berjuang bersama selama penulis menempuh studi S3.
10. Teman-teman yang memberi dukungan moril atau materil.

Penulis berharap semoga Alloh SWT membalas amal dan budi baik mereka. Semoga disertasi ini dapat bermanfaat khususnya bagi penulis dan umumnya bagi semua pembaca serta bagi kemajuan pendidikan.

Bandung, Mei 2023

Penulis,

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang pentingnya berpikir aljabar siswa pada penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah di sekolah dasar. Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan desain didaktis yang dapat membantu mengurangi hambatan belajar dan mengembangkan keterampilan berpikir aljabar siswa. Metode penelitian yang digunakan adalah kualitatif dengan jenis *Didactical Design Research* (DDR) yang terdiri dari tiga tahap yaitu: (1) analisis prospektif yang wujudnya berupa Disain Didaktis Hipotetis termasuk ADP, (2) analisis metapedadidaktik, dan (3) analisis retrospektif yakni analisis yang mengaitkan hasil analisis prospektif dengan hasil analisis metapedadidaktik yang hasilnya berupa Disain Didaktis Rekomendasi. Hasil analisis menunjukkan siswa mengalami hambatan dalam memahami makna tanda sama dengan ($=$), melakukan manipulasi struktur masalah penjumlahan dan pengurangan dalam mencari nilai yang belum diketahui, serta merepresentasikan simbol matematis dari soal cerita atau sebaliknya. Peneliti menyusun desain didaktis hipotetik yang didasarkan pada analisis hambatan belajar siswa. Desain hipotetik terdiri dari empat desain yang disajikan dalam lima pertemuan dan bersifat *open ended* sert memberi kesempatan pada siswa untuk menjustifikasi pengetahuannya sendiri. Hasil implementasi merekomendasikan untuk memperbanyak benda manipulatif bersifat kongkrit serta siswa belajar dengan berkelompok. Sementara itu, desain didaktis rekomendasi terdiri dari empat desain dan disajikan dalam 12 pertemuan. Desain didaktis yang disusun dapat membantu siswa mengurangi *learning obstacle* dan memfasilitasi siswa untuk mengembangkan keterampilan berpikir aljabar pada penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah yang memungkinkan terus disempurnakan melalui 3 tahapan DDR.

Kata Kunci: desain didaktis, berpikir aljabar, penjumlahan dan pengurangan, bilangan cacah.

ABSTRACT

This research discusses the importance of algebraic thinking for elementary school students in the addition and subtraction of whole numbers. The aim of this research is to produce a didactic design that can help reduce learning obstacles and develop students' algebraic thinking skills. The research method used is qualitative with the type of Didactical Design Research (DDR), which consists of three stages: (1) prospective analysis in the form of a Hypothetical Didactic Design, including a Pedagogical Sequence (PS), (2) metapedadidactic analysis, and (3) retrospective analysis, which connects the results of the prospective analysis with the results of the metapedadidactic analysis, resulting in a Recommended Didactic Design. The analysis results show that students experience difficulties in understanding the meaning of the equals sign ($=$), manipulating the structure of addition and subtraction problems to find unknown values, and representing mathematical symbols from word problems or vice versa. The researcher developed a hypothetical didactic design based on the analysis of students' learning obstacles. The hypothetical design consists of four designs presented in five sessions and is open-ended, allowing students to justify their own knowledge. The implementation results recommend increasing the use of concrete manipulative objects and promoting group learning. Meanwhile, the recommended didactic design consists of four designs presented in 12 sessions. The constructed didactic designs can help students reduce learning obstacles and facilitate the development of algebraic thinking skills in the addition and subtraction of whole numbers, which can be further improved through the three stages of DDR.

Keywords: didactic design, algebraic thinking, addition and subtraction, whole numbers.

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK.....	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang Penelitian	1
1.2 Tujuan Penelitian	9
1.3 Pertanyaan Penelitian	9
1.4 Manfaat Penelitian	10
1.5 Definisi Operasional.....	11
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	12
2.1 Penelitian Desain Didaktis (<i>Didactical Design Research</i>).....	12
2.2 Transposisi Didaktik	19
2.3 Disain Didaktis Materi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah di Sekolah Dasar	21
2.4 Konsep Berpikir Aljabar	22
2.5 Pembelajaran Konsep Penjumlahan dan Pengurangan di Sekolah Dasar 29	29
2.6 Teori Belajar	40
2.7 Penelitian yang Relevan.....	45
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	52
3.1 Desain Penelitian.....	52
3.2 Partisipan Penelitian.....	54
3.3 Tempat dan Waktu Penelitian	55
3.4 Teknik Pengumpulan Data.....	57

3.5	Teknik Analisis Data.....	59
3.6	Teknik Keabsahan Data	60
3.7	Isu Etik	60
3.8	Alur Penelitian	61
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN		62
4.1	Hasil Penelitian	62
4.1.1	Karakteristik Hambatan Belajar (<i>Learing Obstacle</i>) Siswa Sekolah Dasar Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah	62
4.1.2	Disain Didaktis Hipotetik Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah 80	
4.1.3	Disain Didaktis Rekomendasi Untuk Mengatasi Hambatan Belajar Siswa Sekolah Dasar Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah.....	180
4.2	Pembahasan.....	210
4.2.1	Karakteristik Hambatan Belajar (<i>Learing Obstacle</i>) Siswa Sekolah Dasar Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah	210
4.2.2	Disain Didaktis Hipotetik Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah 220	
4.2.3	Disain Didaktis Rekomendasi Untuk Mengatasi Hambatan Belajar Siswa Sekolah Dasar Dalam Keterampilan Berpikir Aljabar Pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah.....	226
4.2.4	Keterbatasan Penelitian.....	231
BAB V SIMPULAN, IMPLIKASI, DAN REKOMENDASI		233
5.1	Simpulan	233
5.2	Implikasi.....	237
5.3	Rekomendasi	238
DAFTAR PUSTAKA.....		240
LAMPIRAN		257

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Perbandingan Komponen learning trajectory antara Simon VS Clement & Sarama	15
Tabel 2.2 Perbandingan Tahapan dan Kegiatan Penelitian DDR dan Design Research untuk memformulasikan HLT hingga menjadi Design Pembelajaran ...	15
Tabel 2.3 Komponen Berpikir Aljabar	23
Tabel 2.4 Struktur Tujuan Pemikiran Aljabar.....	25
Tabel 2.5 Struktur Masalah Penjumlahan dan Pengurangan	38
Tabel 2.6 Ciri Pokok Tahap Perkembangan Piaget	41
Tabel 3.1 Waktu Pelaksanaan Penelitian	55
Tabel 4.1 Soal Penjumlahan dan Pengurangan untuk mengukur kemampuan Berpikir Aljabar siswa	62
Tabel 4.2 Klasifikasi Learning obstacle.....	64
Tabel 4.3 Analisis Ontogenic Obstacle.....	72
Tabel 4.4 Temuan Epistemology Obstacle	76
Tabel 4.5 Temuan Didactical Obstacle	79
Tabel 4.6 Alternatif Jawaban siswa pada soal nomor 2 dan 3	100
Tabel 4.7 Rekomendasi Perbaikan Desain Didaktis Ke-1	132
Tabel 4.8 Rekomendasi Perbaikan Desain Didaktis Ke-2	151
Tabel 4.9 Rekomendasi Perbaikan Desain Didaktis Ke-3	177

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Contoh hasil jawaban siswa pada soal pertama	4
Gambar 1.2 Contoh hasil jawaban siswa pada soal ke-2	5
Gambar 1.3 Cuplikan materi ajar siswa SD kelas 1 dan 2	6
Gambar 2.1 Segitiga Didaktis Modifikasi Suryadi (2019b)	17
Gambar 2.2 Proses Transposisi Didaktis	19
Gambar 2.3 Struktur dasar cerita penjumlahan dan pengurangan	30
Gambar 2.4 Penyelesaian permasalahan pengurangan menggunakan fakta penjumlahan.....	31
Gambar 2.5 Empat strategi penjumlahan bilangan dua digit.....	31
Gambar 2.6 Empat strategi mengurangi dengan menghitung	32
Gambar 2.7 Strategi pengurangan take-away	33
Gambar 2.8 Strategi garis bilangan kosong Gravemeijer pada Penjumlahan	35
Gambar 2.9 Strategi garis bilangan kosong Gravemeijer pada Penjumlahan dengan Pengurangan	36
Gambar 2.10 Salah satu strategi untuk menyelesaikan $65 - 38$	37
Gambar 2.11 Konsep garis bilangan kosong yang mendukung aritmetika.....	40
Gambar 2.12 Posisi Penelitian Diantara Penelitian yang Relevan.....	51
Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian	61
Gambar 4.1 Jawaban S1 pada Q1 Setelah Mendapatkan <i>Scaffolding</i>	66
Gambar 4.2 Jawaban S2 pada Q1	68
Gambar 4.3 Jawaban S4 dan S5 pada Q2	69
Gambar 4.4 Jawaban S4 dan S5 pada Q4	70
Gambar 4.5 Jawaban S5 pada Q2	70
Gambar 4.6 Jawaban S4 pada Q1 Setelah Diberi Arahan	71
Gambar 4.7 Beberapa Jawaban Siswa yang Terfokus Pada Penyelesaian Teknik Bersusun	74
Gambar 4.8 Beberapa Jawaban Siswa yang Menggunakan Cara Sesuai Dengan Pertanyaan Soal	74
Gambar 4.9 Jawaban S1 pada Q1 Setelah Diarahkan Peneliti.....	77
Gambar 4.10 Hypotetical Learning Trajectory (HLT) Proses Berpikir Aljabar Pada Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah.....	81
Gambar 4.11 Hypotetical Learning Trajectory (HLT) Proses Berpikir Aljabar pada Konsep Tanda Sama Dengan	83
Gambar 4.12 Hypotetical Learning Trajectory (HLT) Proses Berpikir Aljabar pada Pengenalan Nilai Tempat	84
Gambar 4.13 Hypotetical Learning Trajectory (HLT) Proses Berpikir Aljabar pada Strategi Penjumlahan dan Pengurangan Menggunakan Algoritma Standar. 85	85
Gambar 4.14 Hypotetical Learning Trajectory (HLT) Proses Berpikir Aljabar pada Penyelesaian Struktur Masalah yang Berkaitan Dengan Penjumlahan dan Pengurangan	86

Gambar 4.15 Bagan Analisis Metapedadidaktik	96
Gambar 4.16 Timbangan Sederhana Aktivitas 1 Desain 1	97
Gambar 4.17 Permasalahan Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 1	98
Gambar 4.18 Jawaban S10 pada Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 1	99
Gambar 4.19 Jawaban S6 pada Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 1	99
Gambar 4.20 Jawaban S3 pada Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 1	100
Gambar 4.21 Permasalahan Nomor 4 Aktivitas 1 Desain 1	103
Gambar 4.22 Visualisasi Pemikiran S2 Nomor 4a Aktivitas 1 Desain 1.....	104
Gambar 4.23 Jawaban S ₃ pada Nomor 4a Aktivitas 1 Desain 1	105
Gambar 4.24 Visualisasi Pemikiran S ₃ Nomor 4a Aktivitas 1 Desain 1	105
Gambar 4.25 Jawaban S ₇ Nomor 4a Aktivitas 1 Desain 1	106
Gambar 4.26 Visualisasi Pemikiran S ₇ Nomor 4a Aktivitas 1 Desain 1	106
Gambar 4.27 Jawaban S ₆ pada Nomor 4b Aktivitas 1 Desain 1.....	107
Gambar 4.28 Visualisasi Jawaban S ₆ Nomor 4b Aktivitas 1 Desain 1.....	107
Gambar 4.29 Jawaban S ₃ Nomor 4b Aktivitas 1 Desain 1	108
Gambar 4.30 Visualisasi Jawaban S ₃ nomor 4b aktivitas 1 Desain 1.....	108
Gambar 4.31 Pertanyaan Nomor 5 dan 6 Aktivitas 1 Desain 1	109
Gambar 4.32 Jawaban S ₁ Nomor 5 Aktivitas 1 Desain 1	110
Gambar 4.33 Jawaban S ₁ nomor 5 Aktivitas 1 Desain 1	110
Gambar 4.34 Jawaban S ₄ nomor 6 Aktivitas 1 Desain 1	111
Gambar 4.35 Jawaban S ₅ nomor 6 Aktivitas 1 Desain 1.....	111
Gambar 4.36 Jawaban S ₁ Tentang Seimbang	112
Gambar 4.37 Visualisasi Jawaban S ₁ Tentang Seimbang.....	113
Gambar 4.38 Jawaban S ₄ Tentang Keadaan Seimbang	113
Gambar 4.39 Visualisasi Jawaban S ₄ Tentang Keadaan Seimbang.....	113
Gambar 4.40 Soal Nomor 1 Aktivitas 2 Desain 1	114
Gambar 4.41 Jawaban S ₄ Nomor 1 Aktivitas 2 Desain 1	114
Gambar 4.42 Visualisasi Jawaban S ₄ Nomor 1 aktivitas 2 Desain 1	114
Gambar 4.43 Jawaban S ₆ pada aktivitas 2 nomor 1.....	115
Gambar 4.44 Visualisasi Jawaban S ₆ nomor 1 aktivitas 2 Desain 1.....	115
Gambar 4.45 Soal nomor 2 aktivitas 2 Desain 1	115
Gambar 4.46 Jawaban S ₃ nomor 1 aktivitas 2 Desain 1	116
Gambar 4.47 Visualisasi Jawaban S ₃ nomor 2 Aktivitas 2 Desain 1	116
Gambar 4.48 Jawaban S ₂ nomor 2 aktivitas 2 Desain 1	116
Gambar 4.49 Visualisasi Jawaban S ₂ nomor 2 Aktivitas 2 Desain 1	117
Gambar 4.50 Soal nomor 3 aktivitas 2 Desain 1	117
Gambar 4.51 Jawaban S ₁ nomor 3 aktivitas 2 Desain 1	117
Gambar 4.52 Visualisasi Jawaban S ₁ nomor 3 Aktivitas 2 Desain 1	118
Gambar 4.53 Soal nomor 4 aktivitas 2 Desain 1	118
Gambar 4.54 Jawaban S ₂ nomor 4 aktivitas 2 Desain 1	119
Gambar 4.55 Visualisasi Jawaban S ₂ nomor 4 Aktivitas 2 Desain 1	119
Gambar 4.56 Visualisasi Jawaban S ₁₁ nomor 4 Aktivitas 2 Desain 1	120

Gambar 4.57 Soal nomor 5 aktivitas 2 Desain 1	121
Gambar 4.58 Jawaban S_2 nomor 5 aktivitas 2 Desain 1	122
Gambar 4.59 Visualisasi Jawaban S_2 nomor 5 Aktivitas 2 Desain 1	122
Gambar 4.60 Jawaban S_1 nomor 5 aktivitas 2 Desain 1	123
Gambar 4.61 Jawaban S_1 setelah diberi <i>Scaffolding</i>	123
Gambar 4.62 Visualisasi Jawaban S_1 nomor 5 Aktivitas 2 Desain 1	124
Gambar 4.63 Soal pada aktivitas Tantangan Desain 1	125
Gambar 4.64 Jawaban S_{11} pada soal Tantangan Pertama Desain 1	125
Gambar 4.65 Jawaban S_1 pada soal Tantangan Kedua Desain 1	126
Gambar 4.66 Visualisasi Jawaban S_1 pada Tantangan Kedua Desain 1	126
Gambar 4.67 Jawaban S_3 pada soal Tantangan Kedua Desain 1	126
Gambar 4.68 Visualisasi Jawaban S_3 pada Tantangan Kedua Desain 1	127
Gambar 4.69 Soal nomor 1 aktivitas 3 Desain 1	127
Gambar 4.70 Jawaban $S_1, S_2, S_3, \& S_8$ nomor 1 aktivitas 3 Desain 1	128
Gambar 4.71 Jawaban S_4 nomor 1 aktivitas 3 Desain 1	128
Gambar 4.72 Visualisasi jawaban S_4 nomor 1 aktivitas 3 Desain 1	129
Gambar 4.73 Visualisasi Jawaban 1 Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 1	129
Gambar 4.74 Soal nomor 2 aktivitas 3 Nomor 1	130
Gambar 4.75 Jawaban S_8 dan S_3 Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 1	130
Gambar 4.76 Representasi Jawaban S_8 dan S_3 nomor 2 aktivitas 3 Desain 1	130
Gambar 4.77 Soal Aktivitas 1 Desain 2	135
Gambar 4.78 Soal nomor 2 Aktivitas 1 Desain 2	135
Gambar 4.79 Jawaban $S_1, S_2,$ dan S_8 Pada Nomor 2 Aktivitas 1 Desain 2	136
Gambar 4.80 Soal Nomor 1 Aktivitas 2 Desain 2	137
Gambar 4.81 Jawaban S_1 Nomor 1 Aktivitas 2 Desain 2	138
Gambar 4.82 Soal Nomor 2 Aktivitas 2 Desain 2	138
Gambar 4.83 Jawaban S_1 Nomor 2 Aktivitas 2 Desain 2	139
Gambar 4.84 Jawaban S_4 dan S_9 Pada Nomor 2 Aktivitas 2 Desain 2	139
Gambar 4.85 Model Spons Satuan dan Puluhan	140
Gambar 4.86 Soal Nomor 1 Aktivitas 3 Desain 2	141
Gambar 4.87 Jawaban S_2 dan S_9 Nomor 1 Aktivitas 3 Desain 2	141
Gambar 4.88 Soal Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 2	142
Gambar 4.89 Jawaban S_1 Soal Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 2	142
Gambar 4.90 Soal Nomor 1 - 4 Aktivitas 4 Desain 2	143
Gambar 4.91 Jawaban S_8 Soal Nomor 1 - 4 Aktivitas 4 Desain 2	144
Gambar 4.92 Soal Nomor 1 aktivitas 5 Desain 2	145
Gambar 4.93 Jawaban S_1 Nomor 1 aktivitas 5 Desain 2	145
Gambar 4.94 Soal Nomor 1 aktivitas 5 Desain 2	146
Gambar 4.95 Jawaban S_9 Nomor 2 aktivitas 5 Desain 2	146
Gambar 4.96 Soal Pada Aktivitas 6 Desain 2	147
Gambar 4.97 Jawaban S_1 Aktivitas 6.1 Desain 2	148
Gambar 4.98 Jawaban S_1 Aktivitas 6.2 Desain 2	148

Gambar 4.99 Soal Nomor 1 dan 2 Aktivitas 7 Desain 2.....	149
Gambar 4.100 Jawaban S_8 dan S_3 Nomor 1 dan 2 Aktivitas 7 Desain 2.....	149
Gambar 4.101 Soal Nomor 3 dan 4 Aktivitas 7 Desain 2.....	149
Gambar 4.102 Jawaban S_3 dan S_{10} Nomor 3 dan 4 Aktivitas 7 Desain 2.....	150
Gambar 4.103 Soal Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 3.....	152
Gambar 4.104 Jawaban S_8 Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 3.....	153
Gambar 4.105 Jawaban S_2 dan S_1 Nomor 1 Aktivitas 1 Desain 3.....	154
Gambar 4.106 Jawaban S_8 , S_1 dan S_2 Nomor 2 Aktivitas 1 Desain 3.....	154
Gambar 4.107 Jawaban S_3 Nomor 1 Aktivitas 2 Desain 3.....	155
Gambar 4.108 Jawaban S_{12} Nomor 2 Aktivitas 2 Desain 3.....	156
Gambar 4.109 Soal Nomor 1 Aktivitas 3 Desain 3.....	157
Gambar 4.110 Jawaban S_1 Nomor 1 Aktivitas 3 Desain 3.....	158
Gambar 4.111 Jawaban S_1 Nomor 1 Aktivitas 3 Desain 3.....	158
Gambar 4.112 Soal Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 3.....	159
Gambar 4.113 Jawaban S_8 Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 3.....	159
Gambar 4.114 Jawaban S_8 Nomor 2 Aktivitas 3 Desain 3.....	160
Gambar 4.115 Jawaban S_8 Nomor 1a Aktivitas 4 Desain 3.....	160
Gambar 4.116 Jawaban S_8 Nomor 1a Aktivitas 4 Desain 3.....	161
Gambar 4.117 Jawaban S_3 Nomor 1c Aktivitas 4 Desain 3.....	161
Gambar 4.118 Jawaban S_3 Nomor 1c Aktivitas 4 Desain 3.....	161
Gambar 4.119 Jawaban S_1 Nomor 1d Aktivitas 4 Desain 3.....	162
Gambar 4.120 Jawaban S_8 Nomor 2a Aktivitas 4 Desain 3.....	162
Gambar 4.121 Jawaban S_8 Nomor 2a Aktivitas 4 Desain 3.....	162
Gambar 4.122 Jawaban S_8 Nomor 2b Aktivitas 4 Desain 3.....	163
Gambar 4.123 Jawaban S_8 Nomor 2b Aktivitas 4 Desain 3.....	163
Gambar 4.124 Jawaban S_2 Aktivitas 5 Desain 3.....	164
Gambar 4.125 Jawaban S_1 Aktivitas 5 Desain 3.....	164
Gambar 4.126 Jawaban S_1 Nomor 1a Aktivitas 5 Desain 3.....	164
Gambar 4.127 Jawaban S_8 Nomor 1a Aktivitas 5 Desain 3.....	165
Gambar 4.128 Jawaban S_2 Nomor 2 Aktivitas 5 Desain 3.....	166
Gambar 4.129 Jawaban S_2 Nomor 1 Aktivitas 6 Desain 3.....	167
Gambar 4.130 Jawaban S_8 Nomor 2 Aktivitas 6 Desain 3.....	167
Gambar 4.131 Jawaban S_1 Nomor 3 Aktivitas 6 Desain 3.....	168
Gambar 4.132 Jawaban S_8 Nomor 4 Aktivitas 6 Desain 3.....	169
Gambar 4.133 Jawaban S_1 Nomor 1 Aktivitas 7 Desain 3.....	170
Gambar 4.134 Jawaban S_2 Nomor 2 Aktivitas 7 Desain 3.....	170
Gambar 4.135 Jawaban S_8 Nomor 2 Aktivitas 7 Desain 3.....	171
Gambar 4.136 Jawaban S_8 Nomor 1a Aktivitas 8 Desain 3.....	171
Gambar 4.137 Jawaban S_8 Nomor 1b Aktivitas 8 Desain 3.....	172
Gambar 4.138 Jawaban S_8 Nomor 1c Aktivitas 8 Desain 3.....	173
Gambar 4.139 Jawaban S_1 Nomor 2a Aktivitas 8 Desain 3.....	173
Gambar 4.140 Jawaban S_1 Nomor 2b Aktivitas 8 Desain 3.....	174

Gambar 4.141 Jawaban S ₈ Nomor 3 Aktivitas 8 Desain 3.....	174
Gambar 4.142 Jawaban S ₈ Nomor 5 dan 6 Aktivitas 8 Desain 3.....	175
Gambar 4.143 Timbangan Sederhana.....	182
Gambar 4.144 Soal nomor 1a Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	182
Gambar 4.145 Soal nomor 1b Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	182
Gambar 4.146 Soal nomor 1c Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	183
Gambar 4.147 Soal nomor 1d Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	183
Gambar 4.148 Soal nomor 1e Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	183
Gambar 4.149 Soal nomor 2a Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	184
Gambar 4.150 Soal nomor 2b Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	184
Gambar 4.151 Soal nomor 2c Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	185
Gambar 4.152 Soal nomor 2d Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	185
Gambar 4.153 Soal nomor 2e Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	186
Gambar 4.154 Soal nomor 3 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 1.....	186
Gambar 4.155 Soal nomor 1 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	187
Gambar 4.156 Soal nomor 1a Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	187
Gambar 4.157 Soal nomor 1b Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	187
Gambar 4.158 Soal nomor 1c Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	187
Gambar 4.159 Soal nomor 1d Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	188
Gambar 4.160 Soal nomor 1e Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 1.....	188
Gambar 4.161 Soal nomor 1 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 1.....	189
Gambar 4.162 Soal nomor 2 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 1.....	189
Gambar 4.163 Soal nomor 3 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 1.....	189
Gambar 4.164 Soal nomor 4 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 1.....	190
Gambar 4.165 Soal nomor 5 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 1.....	190
Gambar 4.166 Soal nomor 1-3 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 2.....	191
Gambar 4.167 Soal nomor 1 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 2.....	191
Gambar 4.168 Soal nomor 2 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 2.....	191
Gambar 4.169 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 2.....	192
Gambar 4.170 Soal nomor 1 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 2.....	192
Gambar 4.171 Soal nomor 2 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 2.....	193
Gambar 4.172 Soal nomor 3a & 3b Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 2.....	193
Gambar 4.173 Soal nomor 3c & 3d Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 2.....	194
Gambar 4.174 Soal nomor 1 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 2.....	194
Gambar 4.175 Soal nomor 2 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 2.....	195
Gambar 4.176 Soal nomor 3 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 2.....	195
Gambar 4.177 Soal nomor 4a & 4b Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 2.....	196
Gambar 4.178 Soal nomor 4c & 4d Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 2.....	196
Gambar 4.179 Soal Nomor 1 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 3.....	197
Gambar 4.180 Soal Nomor 2 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 3.....	197
Gambar 4.181 Soal Nomor 3 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 3.....	198
Gambar 4.182 Soal Nomor 1 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 3.....	198

Gambar 4.183 Soal Nomor 2 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 3.....	198
Gambar 4.184 Soal Nomor 1 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 3.....	199
Gambar 4.185 Soal Nomor 2 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 3.....	199
Gambar 4.186 Cara Penjumlahan Bersusun Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 3	200
Gambar 4.187 Soal Nomor 3 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 3.....	200
Gambar 4.188 Soal Nomor 1 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 3.....	201
Gambar 4.189 Soal Nomor 2 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 3.....	201
Gambar 4.190 Soal Nomor 3 Aktivitas 4 Desain Rekomendasi 3.....	202
Gambar 4.191 Soal Nomor 1 Aktivitas 5 Desain Rekomendasi 3.....	202
Gambar 4.192 Soal Nomor 2 Aktivitas 5 Desain Rekomendasi 3.....	203
Gambar 4.193. Soal Nomor 3 Aktivitas 5 Desain Rekomendasi 3.....	203
Gambar 4.194 Soal Nomor 4 Aktivitas 5 Desain Rekomendasi 3.....	203
Gambar 4.195 Soal Nomor 1 Aktivitas 6 Desain Rekomendasi 3.....	204
Gambar 4.196 Soal Nomor 2 Aktivitas 6 Desain Rekomendasi 3.....	204
Gambar 4.197 Soal Nomor 3 Aktivitas 6 Desain Rekomendasi 3.....	205
Gambar 4.198 Soal Nomor 1 Aktivitas 7 Desain Rekomendasi 3.....	205
Gambar 4.199 Soal Nomor 2 Aktivitas 7 Desain Rekomendasi 3.....	206
Gambar 4.200 Soal Nomor 3 Aktivitas 7 Desain Rekomendasi 3.....	206
Gambar 4.201 Soal Nomor 6 Aktivitas 7 Desain Rekomendasi 3.....	207
Gambar 4.202 Soal Nomor 1 Aktivitas 8 Desain Rekomendasi 3.....	207
Gambar 4.203 Soal Nomor 2 Aktivitas 8 Desain Rekomendasi 3.....	207
Gambar 4.204 Soal Nomor 4 Aktivitas 8 Desain Rekomendasi 3.....	208
Gambar 4.208 Soal Nomor 1 - 6 Aktivitas 1 Desain Rekomendasi 4	209
Gambar 4.209 Soal Nomor 1 - 9 Aktivitas 2 Desain Rekomendasi 4	209
Gambar 4.210 Soal Nomor 1 - 9 Aktivitas 3 Desain Rekomendasi 4	210
Gambar 4.211 Soal Penjumlahan di Buku Ajar Siswa	216
Gambar 4.212 Metode Penjumlahan Bersusun Panjang.....	218

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A.1 LEMBAR SOAL TES	258
LAMPIRAN A.2 UNGKAPAN VERBAL SUBJEK PENELITIAN	260
LAMPIRAN A.3 UNGKAPAN VERBAL GURU	279
LAMPIRAN A.4 DESAIN DIDAKTIS HIPOTETIK	280
LAMPIRAN A.5 LEMBAR KERJA SISWA	312
LAMPIRAN B.1 TRANSKRIP IMPLEMENTASI DESAIN DIDAKTIS	359
LAMPIRAN C.1 DESAIN DIDAKTIS REKOMENDASI	424
LAMPIRAN C.2 LEMBAR KERJA SISWA	461
LAMPIRAN D.1 SURAT	510

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, A. (2017). Pendekatan dan model pembelajaran yang mengaktifkan siswa. *EDURELIGIA: Jurnal Pendidikan Agama Islam*, 1(1), 45–62.
- Achiam, M. (2014). Didactic transposition: from theoretical notion to research programme. *The Biannual ESERA (European Science Education Research Association) Doctoral Summer School*, 1–6.
- Agustyaningrum, N. (2014). Berpikir Kritis Dan Kreatif Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Contextual Teaching And Learning Berbasis Open-Ended Problem. *PYTHAGORAS: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 3(2).
- Al-Atrash, Y. E., Wishah, A. T., Abul-Omreen, T. H., & Abu-Naser, S. S. (2020). Modeling cognitive development of the balance scale task using ANN. *International Journal of Academic Information Systems Research (IJAIRS)*, 4(9).
- Alawiyah, A., & Prasetyo, A. P. B. (2018). Didactical Situations of Students'sTM Mathematical Reasoning Based on the Learning Obstacle on Quadrilateral Areas. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 7(1), 196–203.
- Aliyah, N. H., & Suprijono, A. (2014). Pengaruh Metode Indeks Card Match terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X IPS SMA Muhammadiyah 1 Babat-Lamongan. *Jurnal Pendidikan Sejarah UNESA*, 2(2), 22–28.
- Amir, A. (2014). Pembelajaran matematika SD dengan menggunakan media manipulatif. *Forum Paedagogik*, 6(01).
- Ananda, Y., & Damri, D. (2021). Peningkatan Kemampuan Menentukan Nilai Tempat Bilangan Melalui Media Tangga Pintar Bagi Anak Kesulitan Belajar Berhitung Kelas IV di SDN 06 Batang Anai. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 1138–1146.
- Andini, D., Karlimah, K., & Halimah, M. (2015). Pengembangan Desain Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Berdasarkan Miskonsepsi Siswa. *PEDADIDAKTIKA: Jurnal Ilmiah Pendidikan Guru Sekolah Dasar*, 2(2), 231–242.
- Andini, W. (2017). *Desain Didaktis Berpikir Aljabar di Kelas II Sekolah Dasar*. Universitas Pendidikan Indonesia.
- Andini, W. (2020). Pengembangan Desain Didaktis untuk Mengantisipasi Learning Obstacles Berpikir Aljabar di Sekolah Dasar. *AL-TARBIYAH: Jurnal Pendidikan (The Educational Journal)*, 30(2), 135–150.
- Andriani, P. (2015). Penalaran aljabar dalam pembelajaran matematika. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 8(1), 1–13.
- Angraini, L. M. (2021). Didactical design of mathematical reasoning in mathematical basic concepts of courses. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan*

- Matematika*), 5(1), 1–12.
- Apsari, R. A. (2015). Pembelajaran Pra-Aljabar dengan Menggunakan Penelusuran Pola Tervisualisasi untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa Kelas V Sekolah Dasar. *Prosiding Seminar Nasional MIPA*.
- Aras, I. (2018). Pendekatan open-ended dalam pembelajaran matematika. *Edukasia: Jurnal Pendidikan*, 5(2).
- Ardiansari, L. (2018). Pra-Aljabar: Langkah Baru Mengajar Aljabar Awal (Penerapan Didactical Design Research). *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1(1).
- Ariyana, I. K. S. (2022). Pentingnya Membelajarkan Konten Aljabar dan Keterampilan Berpikir Aljabar untuk Anak Usia Dini. *Jurnal Pembelajaran Dan Pengembangan Matematika (PEMANTIK)*, 2(1), 80–92.
- Asmani, J. M. (2016). *Tips Efektif Cooperative Learning: Pembelajaran Aktif, Kreatif, dan Tidak Membosankan*. Diva Press.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249–272.
- Ayala-Altamirano, C., Pinto, E., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2022). Interacting with Indeterminate Quantities through Arithmetic Word Problems: Tasks to Promote Algebraic Thinking at Elementary School. *Mathematics*, 10(13), 2229.
- Ayu, S., Ardianti, S. D., & Wanabuliandari, S. (2021). Analisis Faktor Penyebab Kesulitan Belajar Matematika. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(3), 1611–1622.
- Barrouillet, P. (2015). Theories of cognitive development: From Piaget to today. In *Developmental Review* (Vol. 38, pp. 1–12). Elsevier.
- Benton, L., Saunders, P., Kalas, I., Hoyles, C., & Noss, R. (2018). Designing for learning mathematics through programming: A case study of pupils engaging with place value. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 16, 68–76.
- Bin Mahpop, H. (2010). Addition of whole numbers with regrouping using the “soroban.” *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 50–56.
- Bintara, I. A., Herman, T., & Hasanah, A. (2020). Didactical Design Realistic Mathematics Education Based on Green Mathematics in Direct & Indirect Proportions Concept at Junior High School. *Proceeding International Conference on Science and Engineering*, 3, 555–560.
- Bobis, J., & Bobis, E. (2005). The empty number line: Making children's thinking visible. *Making Mathematics Vital*, 66–72.

- Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A., & Murphy Gardiner, A. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(1), 34–63.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield (eds.); Vol. 19). Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/0-306-47211-2>
- Bujuri, D. A. (2018). Analisis Perkembangan Kognitif Anak Usia Dasar dan Implikasinya dalam Kegiatan Belajar Mengajar. *LITERASI (Jurnal Ilmu Pendidikan)*, 9(1), 37. [https://doi.org/10.21927/literasi.2018.9\(1\).37-50](https://doi.org/10.21927/literasi.2018.9(1).37-50)
- Cahyono, A. D., & Budiarto, M. T. (2020). Pengembangan Bahan Ajar Berbasis Etnomatematika Kesenian Rebana untuk Meningkatkan Literasi Matematis Siswa SMP. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(2).
- Capraro, M. M., Capraro, R. M., & Cifarelli, V. V. (2007). What are students thinking as they solve open-ended mathematics problems. *Proceedings of the Ninth International Conference of Mathematics Education in a Global Community*. Charlotte, NC.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (2020). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In *Addition and subtraction* (pp. 9–24). Routledge.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Schwartz, J. L. (2017). Early algebra is not the same as algebra early. In *Algebra in the early grades* (pp. 235–272). Routledge.
- Chevallard, Y. (1989). On didactic transposition theory: Some introductory notes. *Proceedings of the International Symposium on Selected Domains of Research and Development in Mathematics Education*, 51–62.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Costică, L. (2014). The contribution of the new technologies to learning mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 128, 240–245.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage Publications.
- Dariyanto, D. (2021). Penerapan Pemodelan Tabel dan Diagram untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa SD. *Indonesian Journal of Primary Education*, 3(1), 46–51.
- Dariyanto, D., Suharjuddin, S., & Awiria, A. (2021). Peningkatan Prestasi Belajar Matematika melalui Media Timbangan Bilangan SDN Teluk Pucung I Kota Bekasi. *Jurnal Didactical Mathematics*, 3(1), 57–63.

- Darjiani, N. N. Y., Meter, I. G., Negara, I. G. A. O., & Ke, S. P. M. (2015). Analisis kesulitan-kesulitan belajar matematika siswa kelas V dalam implementasi kurikulum 2013 di SD Piloting se-kabupaten Gianyar tahun pelajaran 2014/2015. *Mimbar PGSD Undiksha*, 3(1).
- Davydov, V. V. (2020). The psychological characteristics of the formation of elementary mathematical operations in children. In *Addition and subtraction* (pp. 224–238). Routledge.
- Dewi, D. A. K., Suryadi, D., & Sumiaty, E. (2016). *Backward Thinking dalam Merancang Desain Didaktis Konsep Garis Singgung Lingkaran*. Bandung: Rizqi Press.
- Dhayanti, D., Johar, R., & Zubainur, C. M. (2018). Improving Students' Critical and Creative Thinking through Realistic Mathematics Education Using Geometer's Sketchpad. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 3(1), 25–35.
- Dougherty, B. (2017). Measure up: A quantitative view of early algebra. In *Algebra in the early grades* (pp. 389–412). Routledge.
- Duschl, R. (2008). Science education in three-part harmony: Balancing conceptual, epistemic, and social learning goals. *Review of Research in Education*, 32(1), 268–291.
- Dwirahayu, G., Halpiani, M., & Kustiawati, D. (2019). Peningkatan Kemampuan Berpikir Aljabar Melalui Pembelajaran Schema-Based Instruction dengan Strategi Fops. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 5(2), 105–116.
- Ellis, M., & Yeh, C. (2008). Problem Solvers: Using your (Number) Sense of Balance and Solutions to the Sharing Cookies Problem. *Teaching Children Mathematics*, 14(7), 418–425.
- Empson, S. B., Levi, L., & Carpenter, T. P. (2011). The algebraic nature of fractions: Developing relational thinking in elementary school. *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives*, 409–428.
- Endarwati, E. D., & Widjajanti, D. B. (2016). Peningkatan motivasi dan prestasi belajar operasi hitung bilangan bulat siswa kelas 4 melalui media visual interaktif. *Jurnal Penelitian Ilmu Pendidikan*, 9(1).
- Endayanti, T., & Rahmawati, I. (2019). Analisis Pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013 Revisi pada Kelas IV Sekolah Dasar. *Jurnal Penelitian Pendidikan Guru Sekolah Dasar*, 7(1).
- Enikö, S.-M. (2013). Didactic teaching strategies for successful learning. *British Journal of English Linguistics*, 32.
- Escarez Jr, Y. F. D., & Ching, D. A. (2022). Math anxiety and mathematical representations of Grade 7 students. *International Journal of Educational Management and Development Studies*, 3(1), 166–181.

- Farhana, S., Amaliyah, A., Safitri, A., & Anggraeni, R. (2022). Analisis persiapan guru dalam pembelajaran media manipulatif matematika di sekolah dasar. *Educenter: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 1(5), 507–511.
- Fauzi, I., Mauhibah, R., & Jupri, A. (2021). Learning Designs for the Addition and Subtraction of Two-Digit Numbers based on Realistic Mathematics Education Principles Using Snakes and Ladders Game. *Al Ibtida: Jurnal Pendidikan Guru MI*, 8(1), 32–49.
- Fauzi, I., & Suryadi, D. (2020). Didactical Design Research untuk Mengembangkan Kompetensi Pedagogik Guru di Sekolah Dasar. *Inventa: Jurnal Pendidikan Guru Sekolah Dasar*, 4(1), 58–68. <https://doi.org/10.36456/inventa.4.1.a2207>
- Fayombo, G. (2015). Learning styles, teaching strategies and academic achievement among some psychology undergraduates in Barbados. *Caribbean Educational Research Journal*, 3(2), 46–61.
- Fendrik, M. (2019). Relevansi berpikir matematis terhadap perkembangan psikososial berbasis teksonomi bloom dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pembangunan Pendidikan: Fondasi Dan Aplikasi*, 7(2), 1–10.
- Firdaus, F., As' ari, A. R., & Qohar, A. (2016). Meningkatkan kemampuan berpikir kreatif matematis Siswa SMA melalui pembelajaran open ended pada materi SPLDV. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 1(2), 227–236.
- Fouze, A. Q., & Amit, M. (2017). Development of mathematical thinking through integration of ethnomathematic folklore game in math instruction. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(2), 617–630.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413–435. <https://doi.org/10.1007/BF00302305>
- Fu'adiyah, D. (2017). Pengembangan penalaran kuantitatif di sekolah dasar untuk mengembangkan berpikir aljabar di sekolah menengah pertama. *Jurnal Riset Pendidikan Dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM)*, 1(1), 19–29.
- Fuadiah, N. F., & Suryadi, D. (2018). How to build institutionalization on students: a pilot experiment on a didactical design of addition and subtraction involving negative integers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1013(1), 12108.
- Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Powell, S. R., Cirino, P. T., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P. M., & Tolar, T. D. (2016). The role of cognitive processes, foundational math skill, and calculation accuracy and fluency in word-problem solving versus prealgebraic knowledge. *Developmental Psychology*, 52(12), 2085.
- Fuson, K. C. (2020). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 1–10).

- 53–187). Routledge.
- Gagne, R. M., Mayor, J. R., Garstens, H. L., & Paradise, N. E. (1962). Factors in acquiring knowledge of a mathematical task. *Psychological Monographs: General and Applied*, 76(7), 1.
- Gagné, R. M., & White, R. T. (1978). Memory structures and learning outcomes. *Review of Educational Research*, 48(2), 187–222.
- Gazali, R. Y. (2016). Pembelajaran matematika yang bermakna. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(3), 181–190.
- Geer, J. G. (1988). What do open-ended questions measure? *Public Opinion Quarterly*, 52(3), 365–367.
- Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 443–471.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In *Educational design research* (pp. 29–63). Routledge.
- Haider, Q. M. (2019). Equality on a Scale vs Equal Sign in a Mathematical Equation. *Proceedings of the Forty-First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Haji, F. A., Khan, R., Regehr, G., Drake, J., de Ribaupierre, S., & Dubrowski, A. (2015). Measuring cognitive load during simulation-based psychomotor skills training: sensitivity of secondary-task performance and subjective ratings. *Advances in Health Sciences Education*, 20, 1237–1253.
- Harel, G. (2008). *What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question*. na.
- Hasan, B. (2015). Penggunaan *Scaffolding* untuk mengatasi kesulitan menyelesaikan masalah matematika. *Apotema: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 1(1), 88–98.
- Hattikudur, S., & Alibali, M. W. (2010). Learning about the equal sign: Does comparing with inequality symbols help? *Journal of Experimental Child Psychology*, 107(1), 15–30.
- Hendriana, H. (2014). Membangun kepercayaan diri siswa melalui pembelajaran matematika humanis. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 19(1), 52–60.
- Herdiansyah, F., & Purwanto, S. E. (2022). Pengaruh pembelajaran matematika realistik (PMR) terhadap kemampuan pemecahan masalah matematis siswa kelas II pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan. *Jurnal Basicedu*, 6(4), 7496–7502.
- Herutomo, R. A. (2017). Miskonsepsi aljabar: konteks pembelajaran matematika pada siswa kelas VIII SMP. *Journal of Basication: Jurnal Pendidikan Dasar*, 1(1), 1–8.

- Hidayanto, E. (2013). Proses berpikir aritmetika dan berpikir aljabar siswa dalam menyelesaikan soal cerita. *Seminar Nasional Dan Workshop Aljabar Dan Pembelajarannya*, 173–177.
- Hoof, J. Van, Vamvakoussi, X., Dooren, W. Van, & Verschaffel, L. (2017). The Transition from Natural to Rational Number Knowledge The Importance of Rational Numbers: A Challenge for Learners and for Mathematics Education. In D. B. Berch, D. C. Geary, & K. M. Koepke (Eds.), *Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts* (pp. 101–123). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6/00005-9>
- Husain, H., Bais, B., Hussain, A., & Samad, S. A. (2012). How to construct open ended questions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 60, 456–462.
- Iftitah, S. L., & Anawaty, M. F. (2020). Peran Orang Tua Dalam Mendampingi Anak di Rumah Selama Pandemi Covid-19. *JCE (Journal of Childhood Education)*, 4(2), 71. <https://doi.org/10.30736/jce.v4i2.256>
- Jamilah, J., Suryadi, D., & Priatna, N. (2020). Didactic transposition from scholarly knowledge of mathematics to school mathematics on sets theory. *Journal of Physics: Conference Series*, 1521(3), 32093.
- Jang, S., Vitale, J. M., Jyung, R. W., & Black, J. B. (2017). Direct manipulation is better than passive viewing for learning anatomy in a three-dimensional virtual reality environment. *Computers & Education*, 106, 150–165.
- Jannah, U. R. (2013). Teori dienes dalam pembelajaran matematika. *INTERAKSI: Jurnal Kependidikan*, 8(2).
- Jones, I., Inglis, M., Gilmore, C., & Evans, R. (2013). Teaching the substitutive conception of the equals sign. *Research in Mathematics Education*, 15(1), 34–49.
- Jones, I., & Pratt, D. (2006). Connecting the equals sign. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11, 301–325.
- Jones, I., & Pratt, D. (2012). A substituting meaning for the equals sign in arithmetic notating tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 2–33.
- Julianti, F. A., Fuadiah, N. F., & Indasari, M. (2020). Desain Didaktis Pembelajaran Bilangan Cacah untuk Kelas III SD. *Wahana Didaktika: Jurnal Ilmu Kependidikan*, 18(3), 347–356.
- Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 683–710.
- Kamina, P., & Iyer, N. (2009). From Concrete to Abstract: Teaching for Transfer of Learning when Using Manipulatives. *NERA Conference Proceedings 2009*.

- Kamol, N., & Ban Har, Y. (2010). Upper Primary School Students' Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Kansanen, P. (2003). Studying--the realistic bridge between instruction and learning. an attempt to a conceptual whole of the teaching-studying-learning process. *Educational Studies*, 29(2-3), 221-232.
- Kaput, J. J. (2018). Linking representations in the symbol systems of algebra. In *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194). Routledge.
- Karlimah, K., Nur, L., & Oktaviyani, H. (2019). Pemahaman konsep operasi hitung penjumlahan bilangan cacah siswa sekolah dasar. *Premiere Educandum: Jurnal Pendidikan Dasar Dan Pembelajaran*, 9(2), 123-129.
- Kartika, Y. (2018). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis peserta didik kelas vii smp pada materi bentuk aljabar. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 2(2), 777-785.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., Hattikudur, S., McNeil, N. M., & Stephens, A. C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 514-519.
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 297-312.
- Komalasari, M. D., & Wihaskoro, A. M. (2017). Mengatasi Kesulitan Memahami Soal Cerita melalui Gerakan Literasi Sekolah Dasar. In B. Pamungkas (Ed.), *Proceeding Seminar Nasional PGSD UPY* (pp. 1-12). UPY.
- Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*, 41(4), 212-218.
- Kriegler, S. (2008). Just what is algebraic thinking. Retrieved September, 10, 2008.
- Kristiana, D., & Suyanto, W. (2013). Implementasi heuristic problem solving dalam menyelesaikan soal cerita untuk meningkatkan prestasi dan sikap matematika. *Jurnal Prima Edukasia*, 1(1), 17-29.
- Kurniawati, D., & Ekayanti, A. (2020). Pentingnya berpikir kritis dalam pembelajaran matematika. *PeTeKa*, 3(2), 107-114.
- Laamena, C. M. (2019). Strategi *Scaffolding* berdasarkan Gaya Belajar dan Argumentasi Siswa: Studi Kasus pada Pembelajaran Pola Bilangan. *Barekeng: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 13(2), 85-92.
- Laily, I. F. (2014). Hubungan kemampuan membaca pemahaman dengan kemampuan memahami soal cerita matematika sekolah dasar. *Eduma: Mathematics Education Learning and Teaching*, 3(1).

- Lestari, U. (2019). Analisis Learning Obstacle Pada Pembelajaran Nilai Tempat Siswa Kelas II SD. *PEDAGOGIA: Jurnal Pendidikan*, 8(1), 61–68.
- Lestari, U. P. (2022). Learning Trajectory Konsep Nilai Tempat Tiga Angka. *SITTAH: Journal of Primary Education*, 3(1), 16–27.
- Lew, H.-C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, 8(1), 88–106.
- Lindquist, M. M. (2017). *Helping children learn mathematics*.
- Mahmuda, S., Sucipto, A., & Setiawansyah, S. (2021). Pengembangan Sistem Informasi Pengolahan Data Tunjangan Karyawan Bulog (TKB)(Studi Kasus: Perum Bulog Divisi Regional Lampung). *Jurnal Ilmiah Sistem Informasi Akuntansi*, 1(1), 14–23.
- Mahmudah, S. (2015). Peningkatan Keterampilan Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Menggunakan Media Kartu Kerja Pada Siswa Kelas II SDN Purworejo Kecamatan Kandat Kabupaten Kediri. *PINUS: Jurnal Penelitian Inovasi Pembelajaran*, 1.
- Marfuah, M., Suryadi, D., Turmudi, T., & Isnawan, M. G. (2022). Providing Online Learning Situations for In-Service Mathematics Teachers' External Transposition Knowledge during COVID-19 Pandemic: Case of Indonesia. *Electronic Journal of E-Learning*, 20(1), 69–84.
- Mayasari, A. (2019). *Efektivitas Pendekatan Open-Ended Terhadap Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematika Siswa Kelas IX di MTs Al-Mukarromah Sampang Kabupaten Cilacap*. IAIN Purwokerto.
- McCutcheon, K., O'Halloran, P., & Lohan, M. (2018). Online learning versus blended learning of clinical supervisee skills with pre-registration nursing students: A randomised controlled trial. *International Journal of Nursing Studies*, 82, 30–39.
- Mertens, G., Gerritsen, L., Duijndam, S., Saleminck, E., & Engelhard, I. M. (2020). Fear of the coronavirus (COVID-19): Predictors in an online study conducted in March 2020. *Journal of Anxiety Disorders*, 74, 102258.
- Miyarso, E. (2011). Pengembangan Alat Peraga Timbangan Untuk Mengoptimalkan Belajar Hitung Bagi Siswa SD. *Majalah Ilmiah Pembelajaran*, 7(2).
- Mu'min, S. A. (2013). Teori perkembangan kognitif jean piaget. *Al-TA'DIB: Jurnal Kajian Ilmu Kependidikan*, 6(1), 89–99.
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49.
- Mulyati, T. (2016). Kemampuan pemecahan masalah matematis siswa sekolah dasar. *EduHumaniora | Jurnal Pendidikan Dasar Kampus Cibiru*, 3(2).

- Napitupulu, E. E., Suryadi, D., & Kusumah, Y. S. (2016). Cultivating upper secondary students' mathematical reasoning-ability and attitude towards mathematics through problem-based learning. *Journal on Mathematics Education*, 7(2), 117–128.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. The national Council of Teachers of Mathematics, Inc. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf
- Ninis, H. N. (2013). *Pengaruh Pemahaman Konsep Aritmatika Terhadap Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa (Studi Kasus pada Siswa Kelas VII SMP Negeri 1 Ketanggungan Kabupaten Brebes)*. IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
- Novianti, F. (2019). Pengembangan Media Pembelajaran Matematika “Sate Bilangan” Materi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Cacah Kelas I Sekolah Dasar. In *Thesis*.
- Noviarny, D. A., Murtono, M., & Ulya, H. (2018). Model Think Talk Write Berbantuan Media Monomat Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Sekolah Dasar. *Anargya: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1(1), 21–28.
- Novita, R., & Putra, M. (2017). peran desain learning trajectory nilai tempat bilangan berbantuan video animasi terhadap pemahaman konsep nilai tempat siswa kelas II SD. *Jurnal Pendidikan Matematika Sriwijaya*, 11(1), 43–56.
- Nuraini, N. L. S., Suhartono, S., & Yuniawatika, Y. (2017). Kesalahan Siswa pada Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan di Kelas VI Sekolah Dasar. *Sekolah Dasar: Kajian Teori Dan Praktik Pendidikan*, 25(2), 168–175.
- Nurhamid, S. A., & Suryadi, D. (2016). Desain Didaktis Soal Cerita Operasi Hitung Campuran untuk Kelas III Sekolah Dasar. *EduHumaniora| Jurnal Pendidikan Dasar Kampus Cibiru*, 8(1), 1–11.
- Nurrahman, A. (2015). Ada apa dengan berpikir aljabar dalam belajar. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 105–108.
- Nursupriana, I., & Nisa, N. H. (2013). Pengaruh pemahaman konsep aritmatika terhadap kemampuan berpikir aljabar siswa (Studi kasus pada siswa kelas VII SMP Negeri 1 Ketanggungan Kabupaten Brebes). *Jurnal EduMa*, 2(2), 32–46.
- Octavyanti, N. P. L., & Wulandari, I. G. A. A. (2021). Video pembelajaran berbasis pendekatan kontekstual pada mata pelajaran matematika kelas IV SD. *Jurnal Edutech Undiksha*, 9(1), 66–74.
- Papalia, D. E., & Feldman, R. D. (2014). Menyelami perkembangan manusia. *Jakarta: Salemba Humanika*, 20154.
- Paridjo, P. (2018). Kemampuan Berpikir Aljabar Mahasiswa dalam Materi Trigonometri ditinjau dari Latar Belakang Sekolah melalui Pembelajaran

- Berbasis Masalah. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika, 1*, 814–829.
- Patih, T. (2016). Analisis pengetahuan dasar matematika siswa SMP Negeri 3 Kendari sebagai gambaran persiapan siswa dalam menghadapi ujian nasional. *Al-TA'DIB: Jurnal Kajian Ilmu Kependidikan*, 9(1), 182–200.
- Pentimonti, J. M., & Justice, L. M. (2010). Teachers' use of *Scaffolding* strategies during read alouds in the preschool classroom. *Early Childhood Education Journal*, 37, 241–248.
- Permatasari, D., & Harta, I. (2018). Kemampuan berpikir aljabar siswa sekolah pendidikan dasar kelas V dan kelas VII: Cross-sectional study. *Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan*, 3(1), 99–115.
- Permendikbud. (2018). *Perubahan atas Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 24 Tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*.
- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An analysis of elementary school students' difficulties in mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 3169–3174.
- Piaget, J. (1932a). The moral judgment of the child.(trans.) London: Kegan Paul. *Trench, Trubner*.
- Piaget, J. (1932b). The Moral Judgment of The Child. In *Trench, Trubner*. Routledge & Kegan.
- Piaget, J., & Cook, M. (1952). *The origins of intelligence in children* (Vol. 8, Issue 5). International Universities Press New York.
- Pratiwi, H. R., Juhanda, A., & Setiono, S. (2020). Analysis Of Student Collaboration Skills Through Peer Assessment Of The Respiratory System Concept. *Journal Of Biology Education*, 3(2), 110. <https://doi.org/10.21043/job.e.v3i2.7898>
- Pratiwi, V., Herman, T., & Lidinillah, D. A. M. (2017). Upper Elementary Grades Students' algebraic Thinking Ability in Indonesia. *International E-Journal of Advances in Education*, 3(9), 705–715.
- Pratiwi, V., Herman, T., & Suryadi, D. (2019). Algebraic thinking obstacles of elementary school students: A Hermeneutics-phenomenology study. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(3), 32115.
- Pratiwi, V., Nurketi, N., & Putri, F. C. (2020). Pengembangan Motion Comic Berbasis Kearifan Lokal dalam Berpikir Aljabar di Sekolah Dasar. *Vygotsky: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 2(1), 23–32.
- Pratiwi, W. D., & Kurniadi, E. (2018). Transisi kemampuan berpikir aritmatika ke kemampuan berpikir aljabar pada pembelajaran matematika. *Jurnal Gantang*, 3(1), 1–8.

- Purwanto, E. (2021). Menumbuhkan Kreativitas Siswa Melalui Pembelajaran Grafik Fungsi Eksponen Dengan Pendekatan Open-Ended Problem. *LEARNING: Jurnal Inovasi Penelitian Pendidikan Dan Pembelajaran*, 1(2), 194–203.
- Rahim, A. (2016). Eksplorasi Kesulitan dalam Menyelesaikan Soal Cerita yang Berkaitan dengan Kelipatan Persekutuan Terkecil dan Faktor Persekutuan Terbesar Ditinjau dari Perbedaan Gender. *Prosiding*, 2(1).
- Rahmawati, A. (2019). Analisis kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika berbasis pembelajaran pemecahan masalah kelas V sd negeri Gebangsari 03. *Jurnal Pengembangan Pembelajaran Matematika*, 1(2), 46–51.
- Rahmawati, I., & Mahmudha, I. F. (2021). Gotakur: An Android-Based Game for Children to Learn Addition and Subtraction Arithmetic Operations. *International Joint Conference on Arts and Humanities 2021 (IJCAH 2021)*, 1223–1229.
- Resnick, L. B. (2020). Syntax and semantics in learning to subtract. In *Addition and subtraction* (pp. 136–155). Routledge.
- Reys, R. E., Lindquist, M., Lambdin, D. V., Smith, N. L., Rogers, A., Cooke, A., Ewing, B., Robson, K., & Bennett, S. (2017). *Helping Children Learn Mathematics, 2nd Edition*. John Wiley and Son Australia.
- Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping children learn mathematics*. John Wiley & Sons.
- Riccomini, P. J. (2005). Identification and remediation of systematic error patterns in subtraction. *Learning Disability Quarterly*, 28(3), 233–242.
- Riscaputantri, A., & Wening, S. (2018). Pengembangan instrumen penilaian afektif siswa kelas IV sekolah dasar di Kabupaten Klaten. *Jurnal Penelitian Dan Evaluasi Pendidikan*, 22(2), 231–242.
- Rohmat, A. N., & Lestari, W. (2019). Pengaruh konsep diri dan percaya diri terhadap kemampuan kemampuan berpikir kritis matematis. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 5(1), 73–84.
- Saguni, F. (2013). Efektivitas metode problem based learning, cooperative learning tipe jigsaw, dan ceramah sebagai problem solving dalam matakuliah perencanaan pembelajaran. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 2.
- Salirawati, D. (2012). Percaya diri, keingintahuan, dan berjiwa wirausaha: tiga karakter penting bagi peserta didik. *Jurnal Pendidikan Karakter*, 3(2).
- Samo, D. D., & Kartasmita, B. (2017). Developing Contextual Mathematical Thinking Learning Model to Enhance Higher-Order Thinking Ability for Middle School Students. *International Education Studies*, 10(12), 17–29.
- Sampayya, A. S. A. (2007). *Keseimbangan Matematika Dalam Al Al Qur'an*. Penerbit Republika.

- Sari, I. P., & Yunarti, T. (2015). Open-ended Problems untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa. *Makalah Ini Disajikan Dalam Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika Di Universitas Negeri Yogyakarta*.
- Sari, W. M. (2013). Penggunaan Media Timbangan Bilangan untuk Meningkatkan Kemampuan Menjumlahkan Bagi Anak Tunagrahita Ringan. *Jurnal Penelitian Pendidikan Khusus*, 2(1).
- Sherman, J., & Bisanz, J. (2009). Equivalence in symbolic and nonsymbolic contexts: Benefits of solving problems with manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 101(1), 88.
- Sidik, G. S. (2016). Analisis proses berpikir dalam pemahaman matematis siswa sekolah dasar dengan pemberian *Scaffolding*. *JPSd (Jurnal Pendidikan Sekolah Dasar)*, 2(2), 192–204. <https://doi.org/10.30870/jpsd.v2i2.799>
- Sidik, G. S., Maftuh, A., & Salimi, M. (2021). Analisis Kesulitan belajar matematika pada siswa usia 6-8 tahun. *Jurnal Obsesi: Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini*, 5(2), 2179–2190.
- Sidik, G. S., Suryadi, D., & Turmudi, T. (2021). Learning Obstacle on Addition and Subtraction of Primary School Students: Analysis of Algebraic Thinking. *Education Research International*, 2021(2021), 1–10. <https://doi.org/https://doi.org/10.1155/2021/5935179>
- Sidik, G. S., & Wakih, A. A. (2019). Kesulitan Belajar Matematik Siswa Sekolah Dasar Pada Operasi Hitung Bilangan Bulat. *NATURALISTIC: Jurnal Kajian Penelitian Pendidikan Dan Pembelajaran*, 4(1), 461–470.
- Siew, N. M., Geoffrey, J., & Lee, B. N. (2016). Students' algebraic thinking and attitudes towards algebra: the effects of game-based learning using Dragonbox 12+ App. *The Research Journal of Mathematics and Technology*, 5(1), 66–79.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114–145.
- Sispiyati, R., Jupri, A., & Usdiyana, D. (2020). Design an Algebra Learning Sequence Based on Realistic Mathematics Education Theory: The Case of Linear Equation in One Variable using Balance-Scales Model. *MSCEIS 2019: Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar, MSCEIS 2019, 12 October 2019, Bandung, West Java, Indonesia*, 61.
- Soviawati, E. (2011). Pendekatan Matematika Realistik (PMR) untuk Meningkatkan Kemampuan Berfikir Siswa ditingkat Sekolah Dasar. *Jurnal Penelitian Pendidikan, Khusus*(2), 80–85.
- Sowder, J. T. (2020). Making sense of numbers in school mathematics. In *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 1–51). Routledge.

- Starkey, P., & Gelman, R. (2020). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In *Addition and Subtraction* (pp. 99–116). Routledge.
- Stephan, M., & Akyuz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 428–464.
- Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A. M., & Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 173–182.
- Suardipa, I. P. (2020). Proses *Scaffolding* Pada Zone Of Proximal Development (ZPD) Dalam Pembelajaran. *Widyacarya: Jurnal Pendidikan, Agama Dan Budaya*, 4(1), 79–92.
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)*. Alfabeta.
- Sukmawati, A. (2015). Berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2).
- Sumarmo, U. (2013). Kumpulan makalah berpikir dan disposisi matematik serta pembelajarannya. *Bandung: UPI*, 128.
- Suratno, T. (2016). Didaktik dan didactical design research. In *Monograf Didactical Design Research*. Rizqi Press.
- Surya, A. (2018). Learning trajectory pada pembelajaran matematika sekolah dasar (SD). *Jurnal Pendidikan Indonesia*, 4(1).
- Suryadi, D. (2009). Metapedadidaktik dalam Pembelajaran Matematika: Suatu Strategi Pengembangan Diri menuju Guru Profesional. *Pidato Pengukuhan Guru Besar Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung April*.
- Suryadi, D. (2013). Didactical design research (DDR) dalam pengembangan pembelajaran matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1, 3–12.
- Suryadi, D. (2019a). *Landasan Filosofis Penelitian Desain Didaktis (DDR) [Philosophical Foundations of Didactic Design Research (DDR)]*. Gapura Press.
http://unicat.umpo.ac.id/index.php?p=show_detail&id=19524&keywords=
- Suryadi, D. (2019b). *Penelitian Desain Didaktis (DDR) dan Implementasinya*. Gapura Press.
- Suryadi, D., & Priatna, N. (2021). Analysis of Didactic Transposition and HLT as a Rationale in Designing Didactic Situation. *4th Sriwijaya University Learning and Education International Conference (SULE-IC 2020)*, 567–574.
- Suryadi, Mulyana, E., Suratno, T., Dewi, D. A. ., & Mudy, S. Y. (2016).

Monograf Didactical Design Research. Rizqi Press.

- Susyanto, N. (2020). *Senarai Penelitian Seminar Nasional Matematika Ke-11 Universitas Gadjah Mada “Peran Matematika Dalam Pemodelan Risiko Keuangan Yogyakarta, 22 September 2019*. Deepublish.
- Suwastika, N. A., Adam, Y. J., Pahlevi, R. R., & Masrom, M. (2022). Math Balance Aids based on Internet of Things for Arithmetic Operational Learning. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 13(8).
- Sylviani, S., & Permana, F. C. (2020). Dragonbox algebra 5+ sebagai media pembelajaran aljabar untuk siswa sekolah dasar. *Edsence: Jurnal Pendidikan Multimedia*, 2(2), 75–82.
- Tamba, K. P., Saragih, M. J., & Listiani, T. (2018). Learning trajectory of quadratic inequality. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 2(1), 12–21.
- Thompson, P. W., & Smith III, J. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In *Algebra in the early grades*.
- Ummah, S. K. (2021). *Media Pembelajaran Matematika* (Vol. 1). UMMPress.
- Untari, T. (2014). *Meningkatkan Pemahaman Konsep Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Menggunakan Model Pembelajaran Quantum Teaching pada Siswa Kelas VI SDN Kulwaru Kulon*.
- Utami, N. A., & Humaidi, H. (2019). Analisis Kemampuan Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan pada Siswa SD. *Jurnal Elementary: Kajian Teori Dan Hasil Penelitian Pendidikan Sekolah Dasar*, 2(2), 39–43.
- Utami, R. W., Endaryono, B. T., & Djuhartono, T. (2018). Kemampuan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika. *Jurnal Faktor UNINDRA*, 5(3), 187–192.
- Utami, R. W., Endaryono, B. T., & Djuhartono, T. (2020). Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis Siswa Melalui Pendekatan Open-Ended. *Faktor: Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 7(1), 43–48.
- Utari, D. R., Wardana, M. Y. S., & Damayani, A. T. (2019). Analisis kesulitan belajar matematika dalam menyelesaikan soal cerita. *Jurnal Ilmiah Sekolah Dasar*, 3(4), 534–540.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally*. Pearson Education UK London. <https://www.pearson.com/us/higher-education/program/Van-de-Walle-Elementary-and-Middle-School-Mathematics-Teaching-Developmentally-plus-My-Lab-Education-with-Enhanced-Pearson-e-Text-Access-Card-Package-10th-Edition/PGM2359265.html>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (7th ed.). Allyn &

Bacon.

- Van Der Stuyf, R. R. (2002). *Scaffolding* as a teaching strategy. *Adolescent Learning and Development*, 52(3), 5–18.
- van der Ven, S. H. G., van der Maas, H. L. J., Straatemeier, M., & Jansen, B. R. J. (2013). Visuospatial working memory and mathematical ability at different ages throughout primary school. *Learning and Individual Differences*, 27, 182–192.
- Vergnaud, G. (2020). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In *Addition and subtraction* (pp. 39–59). Routledge.
- Vira, P. (2018). *Berpikir Aljabar dengan Memodelkan Situasi Masalah Menggunakan Tabel dan Diagram: Studi Fenomenologi-Hermeneutik*. Universitas Pendidikan Indonesia.
- Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.
- Wahab, A., Junaedi, S. P., Efendi, D., Prastyo, H., PMat, M., Sari, D. P., Syukriani, A., Febriyanni, R., Rawa, N. R., & Saija, L. M. (2021). *Media Pembelajaran Matematika*. Yayasan Penerbit Muhammad Zaini.
- Walle, J. A. Van de, Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally: International Edition*. 576.
- Wang, R., Lehman, J., Rawal, A., Zhi, J., Li, Y., Clune, J., & Stanley, K. (2020). Enhanced poet: Open-ended reinforcement learning through unbounded invention of learning challenges and their solutions. *International Conference on Machine Learning*, 9940–9951.
- Wardat, Y., Jarrah, A. M., & Stoica, G. (2021). Understanding the Meaning of the Equal Sign: A Case Study of Middle School Students in the United Arab Emirates. *European Journal of Educational Research*, 10(3), 1505–1514.
- Warti, E. (2016). Pengaruh motivasi belajar siswa terhadap hasil belajar matematika siswa di SD Angkasa 10 Halim Perdana Kusuma Jakarta Timur. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 177–185.
- Watson, A. (2007). *Key Understandings in Mathematics Learning: Modelling, Problem-Solving and Integrating Concepts*. Nuffield Foundation London.
- Widyanti, I. F., Sudarma, I. K., & Riastini, P. N. (2017). Kecenderungan kualitas rasa percaya diri siswa kelas v sd negeri 2 sukasada kabupaten buleleng. *MIMBAR PGSD Undiksha*, 5(2).
- Windsor, W. (2010). Algebraic Thinking: A Problem Solving Approach. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Winter, R. (2022). *I am a mathematician....*
- Wulandari, N. P. R., Dantes, N., & Antara, P. A. (2020). Pendekatan Pendidikan

- Matematika Realistik Berbasis Open Ended Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa. *Jurnal Ilmiah Sekolah Dasar*, 4(2), 131–142.
- Yudha, C. B., & Suwarjo, S. (2014). Peningkatan kepercayaan diri dan proses belajar matematika menggunakan pendekatan realistik pada siswa sekolah dasar. *Jurnal Prima Edukasia*, 2(1), 42–56.
- Yunarni, A., Awi, A., & Asdar, A. (2015). Profil pemahaman notasi aljabar ditinjau dari kemampuan verbal siswa di kelas v sekolah dasar. *Jurnal Daya Matematis*, 3(1), 1–9.
- Yusri, Y., & Arifin, S. (2018). Desain pembelajaran kooperatif berbasis teori bruner untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika. *Histogram*, 2(2), 147–158.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379–402.