BAB III

ANALISIS JALUR

3.1 Pendahuluan

Analisis Jalur adalah suatu perluasan dari model regresi yang digunakan untuk menguji kecocokan dari matriks korelasi terhadap dua atau lebih model kausal yang sedang dibandingkan dan untuk memberikan penjelasan yang dapat diterima dari korelasi yang diamati dengan membuat model-model hubungan sebab akibat antara variabel. Teknik ini pertama kali diperkenalkan oleh Sewall Wright pada tahun 1934 sebagai alat untuk mengkaji hubungan antar variabel dalam produksi ternak. Namun penerapannya sekarang meluas ke bidang-bidang lain, seperti genetika terapan dan ekonomi.

Dalam analisis jalur terdapat beberapa asumsi yang perlu diperhatikan yaitu:

1. Hubungan antara variabel harus merupakan hubungan linear dan aditif.
2. Semua variabel residu tidak mempunyai korelasi satu sama lain.
3. Pola hubungan antara variabel adalah rekursif.
4. Variabel diukur dalam skala interval.
5. Memiliki multikolinearitas yang lemah, yang berarti hubungan linear yang pasti antara variabel yang menjelaskan dari model regresi memiliki hubungan yang lemah.
6. Spesifikasi model yang tepat untuk menginterpretasi koefisien jalur.

3.2 Diagram Jalur

Apabila dipunyai seperangkat persamaan, yaitu:

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= f_1(X_1,\ldots,X_q;a_{11},\ldots,a_{1k}) \\
Y_2 &= f_2(X_1,\ldots,X_q;a_{21},\ldots,a_{2k}) \\
&\vdots \\
Y_p &= f_p(X_1,\ldots,X_q;a_{p1},\ldots,a_{pk})
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

yang mengisyaratkan hubungan kausal $Y_1,\ldots,Y_k$ atas $X_1,\ldots,X_k$. Apabila setiap variabel Y secara unik keadaannya ditentukan atau disebabkan oleh seperangkat variabel X, maka persamaan itu disebut persamaan struktural, modelnya disebut model struktural dan gambaran yang memperlihatkan struktur hubungan kausal antara variabel disebut dengan diagram jalur atau diagram alur (*path diagram*).

Pada saat menggambarkan diagram jalur ada beberapa perjanjian:

a Hubungan antar variabel digambarkan oleh anak panah yang bisa berkepala tunggal atau *single headed arrow*, ada yang berkepala dua atau *double headed arrow*.

b Panah yang berkepala satu menunjukkan pengaruh.

Jika ada 2 (dua) buah variabel dan menurut teori X_1 memengaruhi X_2 maka gambarnya adalah

$$X_1 \longrightarrow X_2$$

Gambar 3.1. Pengaruh X_1 terhadap X_2

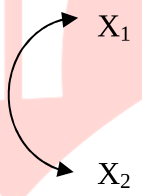
variabel yang digambarkan pada ujung panah merupakan variabel akibat (eksogenus), sedangkan variabel yang pertama digambarkan disebut variabel penyebab (endogenus).

a. Hubungan sebab akibat merupakan hubungan yang mengikuti hubungan *asimetrik*, tetapi ada kemungkinan bahwa hubungan kausal itu menggambarkan hubungan timbal balik. Jadi jika ada variabel X_1 dan X_2. X_1 bisa mempengaruhi X_2, atau X_2 bisa mempengaruhi X_1. Gambarnya adalah

$$X_1 \rightleftarrows X_2$$

Gambar 3.2. Hubungan timbal balik

b. Bisa terjadi hubungan antara X_1 dan X_2 merupakan hubungan korelatif, keadaan seperti ini panahnya berkepala dua dan gambarnya adalah



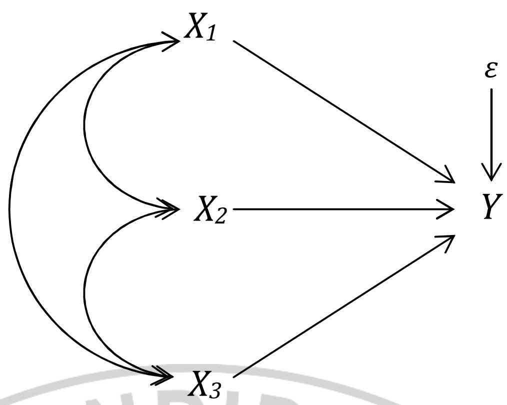
Gambar 3.3. Hubungan korelatif

c. Variabel lainnya yang tidak bisa digambarkan (tidak bisa diukur) diperlihatkan oleh suatu variabel tertentu disebut residu dan diberi simbol dengan ε.

Apabila dipunyai model regresi linear ganda yang secara matematika dinyatakan dalam persamaan berikut ini :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + ... + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{3.1}$$

Andaikan dipunyai tiga buah variabel bebas yaitu X_1, X_2 dan X_3, maka secara struktural, model regresi dapat digambarkan dalam diagram jalur sebagai berikut:



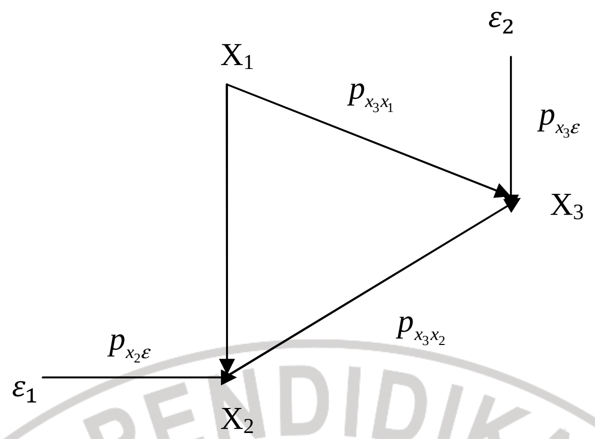
Gambar 3.4 Diagram jalur yang menyatakan hubungan kausal dari X_1, X_2, X_3 ke Y

Gambar 3.4 menunjukkan bahwa dalam diagram jalur di atas terdapat tiga buah variabel eksogenus, yaitu X_1, X_2, X_3 dan sebuah variabel endogenus Y serta sebuah variabel residu ε. Hubungan X_1 dengan Y, X_2 dengan Y, dan X_3 dengan Y adalah hubungan kausal, sedangkan hubungan X_1 dengan X_3, X_2 dengan X_3, dan X_1 dengan X_2 adalah hubungan korelasional. Bentuk persamaan strukturalnya adalah:

$$Y = p_{YX_1}X_1 + p_{YX_2}X_2 + p_{YX_3}X_3 + \varepsilon \qquad (3.2)$$

3.3 Koefisien Jalur

Koefesien jalur adalah koefesien regresi standar atau disebut ‘beta’ yang menunjukkan pengaruh langsung dari suatu variabel penyebab terhadap variabel akibat dalam suatu model jalur tertentu. Koefisien jalur diberi simbol p_{ij} dengan i menyatakan akibat (variabel tak bebas) dan j menyatakan penyebab (variabel bebas). (Sudjana 2003: 297). Perhatikan gambar 3.5.



Gambar 3.5 Diagram Jalur Variabel X_1, X_2 dengan X_3

Pada gambar 3.5 kuadrat koefisien jalur ($p_{X_2X_1}$)^2 menyatakan pengaruh langsung dari X_1 ke X_2. Kuadrat koefisien jalur ($p_{X_3X_1}$)^2 menyatakan pengaruh langsung dari X_1 ke X_3. Kuadrat koefisien jalur($p_{X_3X_2}$)^2 menyatakan pengaruh langsung dari X_2 ke X_3, demikian pula kuadrat koefisien ($p_{x_2\varepsilon}$)^2 dan ($p_{x_3\varepsilon}$)^2 masing-masing menyatakan pengaruh langsung dari variabel residual ε_1 ke variabel X_2 dan variabel residual ε_2 ke variabel X_3 .

Selain pengaruh langsung, terdapat pula pengaruh tidak langsung antara variabel eksogenus terhadap variabel endogenus. Pada gambar diatas terdapat pengaruh tidak langsung variabel X_1 terhadap variabel X_3 melalui variabel X_2.

Variabel X_1 adalah variabel eksogenus, dimana variabel ini dipengaruhi variabel yang tidak masuk dalam gambar 3.5. Akibatnya, angka baku z untuk variabel bebas ini hanya dinyatakan oleh suku residual ε_1 yakni $Z_1 = \varepsilon_1$. Persamaan angka baku z untuk variabel X_2 adalah sebagai berikut:

$Z_2 = p_{21}Z_1 + \varepsilon_2$. Penerapan yang sama untuk variabel tak bebas X_3 akan diperoleh sistem rekursif berikut :

$$\begin{aligned} Z_1 &= \varepsilon_1 \\ Z_2 &= p_{21}Z_1 + \varepsilon_2 \\ Z_3 &= p_{31}Z_1 + p_{32}Z_2 + \varepsilon_2 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Karena harga-harga variabel dinyatakan dalam angka baku, maka untuk n buah pengamatan akan berlaku:

$$r_{hj} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} Z_h Z_j \tag{3.4}$$

dimana k adalah banyaknya variabel. (Sudjana, 2003:298-299).

Dari sistem persamaan yang menghubungkan r_{ij} dan p_{ij} dapat dilihat adanya efek langsung dan tak langsung, misalnya $r_{13} = p_{31} + p_{32}r_{12}$ dengan menggantikan $r_{12} = p_{21}$ sehingga diperoleh $r_{13} = p_{31} + p_{32}p_{21}$ yang berarti bahwa koefisien korelasi r_{13} antara X_1 dan X_3 terdiri dari dua komponen yaitu efek langsung variabel X_1 terhadap X_3 (p_{31}) dan efek tidak langsung variabel X_1 terhadap X_3 melalui variabel X_2 $(p_{32}p_{21}) = r_{13} = p_{21}$. Hal ini dapat dilihat dari arah-arah anak panah dalam gambar 3.5. (Sudjana, 2003:299-302).

Besarnya pengaruh total variabel eksogen terhadap endogen adalah penjumlahan besarnya pengaruh langsung dengan besarnya pengaruh tidak langsung. Koefisien jalur adalah koefisien yang tidak mempunyai satuan, oleh karena itu secara relatif bisa sekaligus mengambil kesimpulan bahwa semakin besar koefisien jalur maka secara relatif semakin besar pula pengaruh yang diberikan variabel itu.

3.4 Penerapan Konsep Matriks Dalam Analisis Jalur

Penerapan konsep matriks dalam analisi jalur bertujuan untuk menyederhanakan penulisan persamaan yang dihasilkan oleh diagram jalur dan mempermudah perhitungan untuk mencari koefisien-koefisien jalur.

Perhatikan model persamaan rekursif berikut:

$$Y_{si} = p_{Y1}Z_{1i} + p_{Y2}Z_{2i} + \ldots + p_{Yk}Z_{ki} + p_{Y\varepsilon}\varepsilon_s \qquad (3.5)$$

Keterangan:

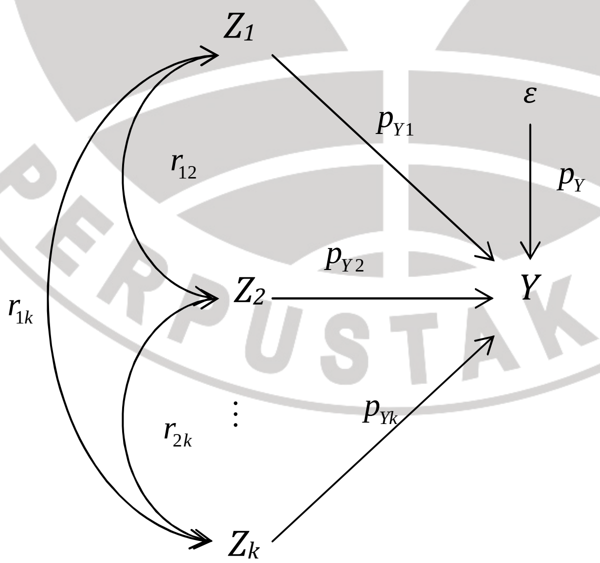
Y_{si} : Variabel tak bebas (Y) dalam angka baku

$p_{Yi}Z_{ji}$: Koefisien jalur dari Z_{ji} ke Y

Z_{ji} : Variabel bebas (X_{ji}) dalam angka baku

$p_{Y\varepsilon}$: Koefisien jalur dari ε ke Y

ε_s : Variabel residual dalam angka baku



Gambar 3.6 Diagram Jalur Multipel dengan k Variabel Eksogenus

Dari persamaan model regresi pada persamaan (3.5) didapatkan hubungan korelasi antara Y dan Z_k .

$$\rho_{Yk} = \text{kor}(Y,Z_k) = \text{kov}(\sum_{i=1}^{k} p_{Yi} Z_i Z_k) \qquad (3.6)$$

Berdasarkan persamaan (3.5) dan (3.6) didapatkan hubungan

$$\rho_{Yk} = \sum_{i=1}^{r} p_{Yi}\rho_{ik} \qquad k = 1,2,\ldots,r \qquad (3.7)$$

Misalkan $\rho_{ZY} = [\rho_{Y1} \quad \rho_{Y2} \quad \ldots \quad \rho_{Yk}]$, $\rho_{ZZ} = \{\rho_{ik}\}$ merupakan matriks kuadrat berukuran $k \times k$, dan $p_Y = [p_{Y1} \quad p_{Y2} \quad \ldots \quad p_{Yk}]$. Persamaan (3.7) dapat ditulis dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\rho_{ZY} = \rho_{zz} p_Y \qquad (3.8)$$

karena matriks ρ_{ZZ}^{-1} merupakan matriks *nonsingular* maka

$$p_Y = \rho_{ZZ}^{-1} \rho_{ZY} \qquad (3.9)$$

Untuk mendapatkan koefisien jalur variabel residual, persamaan (3.5) diambil nilai variansnya sebagai berikut:

$$1 = \text{Var}(Y) = \text{Var}(\sum_{i=1}^{r} p_{Yi} Z_i + p_{Y_\varepsilon} \varepsilon)$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} p_{Yi}\rho_{ik} p_{Yk} + p_{Y\varepsilon}^2 \qquad (3.10)$$

$$= \sum_{i=1}^{r} p_{Yi}^2 + 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=i+1}^{r} p_{Yi}\rho_{ik} p_{Yk} + p_{Y\varepsilon}^2$$

$$p_{Y\varepsilon}^2 = 1 - \rho_{ZY}' \rho_{ZZ}^{-1} \rho_{ZY}$$

$$= 1 - \rho_{ZY}' p_Y$$

Ini adalah koefisien jalur kuadrat $\left(p^2_{Y\varepsilon}\right)$ dari variabel residual ke variabel tak bebas. (Johnson, 1982:349-35).

3.5 Menghitung Koefisien Jalur

Langkah kerja yang dilakukan untuk menghitung koefisien jalur adalah :

1. Gambarkan dengan jelas diagram jalur yang mencerminkan proposisi hipotetik yang diajukan, lengkap dengan persamaan strukturalnya sehingga bisa tampak jelas variabel apa saja yang merupakan variabel eksogenus dan apa yang menjadi variabel endogenusnya.
2. Menghitung matriks korelasi antar variabel.

$$r = \begin{bmatrix} 1 & r_{X_1X_2} & \cdots & r_{X_1X_u} \\ r_{X_2X_1} & 1 & \cdots & r_{X_2X_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{X_uX_1} & r_{X_uX_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

3. Identifikasi sub-struktur dan persamaan yang akan dihitung koefisien jalurnya. Misalkan terdapat k buah variabel eksogenus, dan sebuah variabel endogenus X_u yang dinyatakan oleh persamaan :

$$X_u = p_{X_uX_1}X_1 + p_{X_uX_2}X_2 + \ldots + p_{X_uX_k}X_k + \varepsilon$$

Kemudian hitung matriks korelasi antar variabel eksogenus yang menyusun sub-struktur tersebut

$$r = \begin{bmatrix} 1 & r_{X_1X_2} & \cdots & r_{X_1X_k} \\ r_{X_2X_1} & 1 & \cdots & r_{X_2X_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{X_kX_1} & r_{X_kX_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung matriks invers korelasi variabel eksogenus, dengan

$$r^{-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1k} \\ & C_{22} & \cdots & C_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & C_{kk} \end{bmatrix}$$

5. Menghitung koefisien jalur $p_{X_u X_j}$, dimana i = 1,2,…,k ;

$$\begin{bmatrix} p_{X_u X_1} \\ p_{X_u X_2} \\ \cdots \\ p_{X_u X_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1k} \\ & C_{22} & \cdots & C_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & C_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{X_u X_1} \\ r_{X_u X_2} \\ \cdots \\ r_{X_u X_k} \end{bmatrix}$$

Untuk mendapatkan koefisien jalur residual digunakan persamaan

$$R^2_{YX_1 \ldots X_k} + p^2_{Y\varepsilon} = 1$$

$$p_{Y\varepsilon} = \sqrt{1 - R^2_{YX_1 \ldots X_k}}$$

dalam hal ini

$$R^2_{YX_1 \ldots X_k} = \sum_{i=1}^{k} p_{YX_i} r_{YX_i}$$

sedangkan $R^2_{YX_1 \ldots X_k}$ merupakan koefisien yang menyatakan determinasi total dari semua variabel penyebab terhadap variabel akibat.

3.6 Pengujian Koefisien Jalur

Data yang digunakan untuk menguji hipotesis koseptual yang dikemukakan dalam suatu penelitian merupakan data yang berasal dari sebuah sampel berukuran n, sebelum mengambil kesimpulan mengenai hubungan kausal yang telah digambarkan dalam diagram jalur, terlebih dahulu diuji keberartian untuk setiap koefisien jalur yang telah dihitung.

Diagram jalur yang diperoleh bisa merupakan gambaran dari regresi linear ganda dan bisa juga dari regresi linear sederhana. Apabila diagram jalur yang diperoleh merupakan gambaran dari regresi linear ganda, maka pengujian mengenai koefisien jalur ini dilakukan dalam dua tahap yaitu :

1. Secara individu
2. Secara keseluruhan

3.6.1 Pengujian Secara Individual

Untuk mengetahui p_{YX_i} yang mana sama dengan nol, atau untuk menguji hipotesis konseptual yang diajukan, maka dilakukan pengujian secara individual. Hipotesis statistik yang akan diuji

$$H_0 : p_{YX_i} = 0$$

melawan

$$H_1 : p_{YX_i} \neq 0$$

Bentuk hipotesis di atas tergantung pada hipotesis konseptual yang diajukan. Statistik uji yang digunakan pada pengujian secara individual adalah

$$t = \frac{p_{YX_i}}{\sqrt{\frac{\left(1 - R^2_{YX_1X_2...X_k}\right)C_{ii}}{n-k-1}}}$$

dimana :

i = 1, 2,…, k

k = banyaknya variabel eksogenus dalam substruktur yang sedang diuji mengikuti tabel distribusi t, dengan derajat bebas = $n-k-1$

kriteria pengujian : H_0 ditolak jika nilai hitung t lebih besar dari nilai tabel t. $\left(t_0 > t_{tabel(n-k-1)}\right)$. (Nirwana, 1994:27)

3.6.2 Pengujian Secara Keseluruhan

Hipotesis pada pengujian secara keseluruhan ini adalah :

$H_0 : p_{YX_1} = p_{YX_2} = ... = p_{YX_k} = 0$

H_1 : sekurang-kurangnya ada sebuah $p_{YX_i} \neq 0$

Statistik uji yang digunakan pada koefisien jalur secara keseluruhan identik dengan menguji koefisien regresi secara keseluruhan, yaitu :

$$F = \frac{(n-k-1)R^2_{YX_1X_2...X_k}}{k\left(1 - R^2_{YX_1X_2...X_k}\right)}$$

Statistik uji di atas mengikuti distribusi F-Snedecor dengan derajat bebas υ_1 = k dan $\upsilon_2 = n-k-1$. (Nirwana,1994:25).

3.7 Besarnya Pengaruh Variabel Eksogenus terhadap Variabel Endogenus

Pengaruh yang diterima oleh sebuah variabel endogenus dari dua atau lebih variabel eksogenus, dapat secara sendiri-sendiri maupun secara bersama-sama. Pengaruh secara sendiri-sendiri (parsial), bisa pengaruh langsung, bisa juga berupa pengaruh tidak langsung, yaitu melalui variabel eksogenus yang lainnya.

Menghitung besarnya pengaruh langsung, pengaruh tidak langsung serta pengaruh total variabel eksogenus terhadap variabel endogenus secara parsial, dapat dilakukan dengan rumus :

a. Besarnya pengaruh langsung variabel eksogenus terhadap variabel endogenus sama dengan $p_{x_u x_i} \times p_{x_u x_i}$

b. Besarnya pengaruh tidak langsung variabel eksogenus terhadap variabel endogenus sama dengan $p_{x_u x_i} \times r_{x_u x_i} \times p_{x_u x_i}$

c. Besarnya pengaruh total variabel eksogenus terhadap variabel endogenus adalah penjumlahan besarnya pengaruh langsung dengan besarnya pengaruh tidak langsung = $[p_{x_u x_i} \times p_{x_u x_i}] + [p_{x_u x_i} \times r_{x_u x_i} \times p_{x_u x_i}]$