

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1. Kesimpulan

Diberikan grup abel terurut total  $(\mathbb{R}, +)$  dengan relasi “kurang dari atau sama dengan” ( $" \leq "$ ). Subgrup nontrivial dari  $\mathbb{R}$  adalah subhimpunan *dense* di  $\mathbb{R}$  atau subgrup siklik di  $\mathbb{R}$ , masing-masing tidak mengawetkan urutan. Akibatnya, ideal urutan dari grup abel terurut total  $\mathbb{R}$  hanya  $\{0\}$  dan  $\mathbb{R}$  itu sendiri. Hasil yang sama diperoleh pada grup abel terurut total  $\mathbb{Z}$ , di mana setiap subgrup nontrivialnya berbentuk  $n\mathbb{Z}$  dengan  $n \in \mathbb{N} - \{1\}$ .

Untuk grup abel terurut total  $\Gamma_1 = \mathbb{R} \oplus_{lex} \mathbb{Z}$  dan  $\Gamma_2 = \mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{R}$ , ideal urutannya dapat ditentukan dengan metode yang serupa seperti menentukan ideal urutan pada  $\mathbb{R}$  dan  $\mathbb{Z}$ , yaitu dengan meninjau sifat mengawetkan urutan dari setiap subgrup nontrivial dari  $\Gamma_1$  dan  $\Gamma_2$ . Subgrup dari  $\Gamma_1$  memiliki bentuk umum  $J = G \oplus H$  untuk suatu  $G \leq \mathbb{R}$  dan  $H \leq \mathbb{Z}$ . Subgrup yang nontrivial dari  $\Gamma_1$  dapat ditentukan dengan memasang setiap bentuk umum dari subgrup  $\mathbb{R}$  dan  $\mathbb{Z}$ , maka diperoleh bahwa ideal urutan nontrivial dari  $\Gamma_1$  hanya himpunan  $I = \{(0, m) | m \in \mathbb{Z}\} = \{0\} \oplus_{lex} \mathbb{Z}$ . Dengan cara yang sama, diperoleh ideal urutan dari grup abel terurut total  $\Gamma_2$  hanya himpunan  $J = \{(0, x) | x \in \mathbb{R}\}$ .

#### 5.2. Saran

Dalam skripsi ini, penulis membahas mengenai ideal urutan nontrivial pada jumlah langsung leksikografik dua grup abel terurut total. Semoga hasil penelitian dari skripsi ini dapat mendukung penelitian-penelitian selanjutnya mengenai ideal urutan dan topik-topik lainnya yang berkaitan dengan skripsi ini. Penulis merekomendasikan untuk penelitian selanjutnya dapat membahas ideal urutan dari grup abel terurut total  $\Gamma = A \oplus_{lex} B$  dengan  $A$  dan  $B$  adalah sembarang grup abel yang tidak memiliki ideal urutan nontrivial. Jika  $A$  dan  $B$  adalah *free abelian group* maka subgrup-subgrupnya dapat ditentukan menjadi  $d_1A \oplus_{lex} d_2B$  dengan  $d_1, d_2$  bilangan bulat positif. Tetapi, kendala pada kasus  $\Gamma$  adalah ketika

$A, B$  bukan *free abelian group*, karena subgrup-subgrupnya belum bisa ditentukan secara pasti.