

**IDEAL URUTAN PADA JUMLAH LANGSUNG LEKSIKOGRAFIK DARI
TIGA BUAH GRUP ABEL TERURUT TOTAL**

SKRIPSI

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika



Oleh:

Dian Latifah

1902063

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2023

**IDEAL URUTAN PADA JUMLAH LANGSUNG LEKSIKOGRAFIK DARI
TIGA BUAH GRUP ABEL TERURUT TOTAL**

LEMBAR HAK CIPTA

Oleh
Dian Latifah
1902063

Skripsi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika
Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Dian Latifah 2023
Universitas Pendidikan Indonesia

Hak Cipta dilindungi oleh undang-undang.
Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruh ataupun Sebagian dengan dicetak
ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin dari penulis.

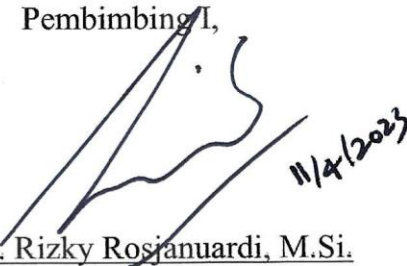
LEMBAR PENGESAHAN

DIAN LATIFAH

IDEAL URUTAN PADA JUMLAH LANGSUNG LEKSIKOGRAFIK DARI
TIGA BUAH GRUP ABEL TERURUT TOTAL

disetujui dan disahkan oleh:

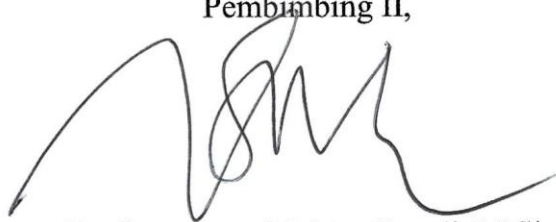
Pembimbing I,



Prof. Dr. Rizky Rosjanuardi, M.Si.

NIP. 196901191993031001

Pembimbing II,



Dr. Sumanang Muhtar Gozali, M.Si.

NIP. 197411242005011001

Mengetahui,

Ketua Departemen Pendidikan Matematika,



Dr. H. Dadang Juandi, M.Si.

NIP. 196401171992021001

PERNYATAAN

Dengan ini, saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul: “Ideal Urutan pada Jumlah Langsung Leksikografik dari Tiga Buah Grup Abel Terurut Total”, beserta seluruh isinya adalah benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika ilmu yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko atau sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, April 2023

Dian Latifah

NIM. 1902063

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Puji dan syukur senantiasa penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi yang berjudul "Ideal Urutan pada Jumlah Langsung Leksikografik dari Tiga Buah Grup Abel Terurut Total" dapat diselesaikan tepat waktu. Shalawat serta salam semoga tetap tercurah limpah kepada baginda Rasulullah Muhammad SAW.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat dan tanggung jawab untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA UPI serta untuk mengetahui ideal urutan pada jumlah langsung leksikografik dari tiga buah grup abel terurut total.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan maupun penelitian terkait materi yang dibahas di skripsi ini terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis menerima segala kritik dan saran yang membangun untuk perbaikan di masa yang akan datang. Penulis berharap skripsi ini dapat menjadi bahan bacaan baru dan bermanfaat bagi mahasiswa lainnya maupun bagi pengembangan ilmu pengetahuan khususnya bagi penulis dan umumnya bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatu.

Bandung, April 2023

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan ketulusan dan kerendahan hati, penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kepada:

1. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Yudi Wahyudi dan Ibu Yanti Nurhayati, saudara penulis yaitu Alya Nurul Hanifah, serta seluruh keluarga yang senantiasa memberikan dukungan dan doa sehingga skripsi ini dapat diselesaikan tepat waktu.
2. Bapak Prof. Dr. Rizky Rosjanuardi, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I dalam penyusunan skripsi ini dan selaku dosen yang telah mengajarkan dan membimbing penulis dengan sabar dan penuh motivasi selama perkuliahan aljabar, terutama mengenai topik skripsi yang dibahas penulis.
3. Bapak Dr. Sumanang Muhtar Gozali, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II dalam penyusunan skripsi ini dan selaku dosen yang telah mengajarkan dan membimbing penulis dengan baik dan sabar melalui diskusi dan pengajaran selama perkuliahan aljabar.
4. Ibu Fitriani Agustina, S.Si, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan serta pengarahan selama perkuliahan.
5. Rekan satu kelas penulis selama empat tahun perkuliahan, yaitu Eneng Riska Nuraeni yang telah berjuang bersama dalam suka dan duka perkuliahan yang penuh tantangan dan kerja keras. Terima kasih telah membantu, menemani, memberi semangat, motivasi, serta dukungan kepada penulis.
6. Rekan penulis di KBK Aljabar yang lainnya, yaitu Rivani Adistyia Dewi yang menjadi teman diskusi penulis selama mempelajari materi perkuliahan aljabar.

7. Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui program Beasiswa Bidikmisi yang telah memberikan beasiswa selama penulis berkuliah di UPI.
8. Kepada seluruh pihak lainnya yang tidak dapat diucapkan namanya satu persatu yang telah membantu penulis dan memberi semangat serta doa demi kelancaran perkuliahan penulis maupun dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga segala kebaikan dan pertolongan yang telah diberikan menjadi amal shaleh dan dibalas oleh Allah SWT.

Penulis

Dian Latifah

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas mengenai ideal urutan dari grup abel terurut total. Penelitian ini diawali dengan mengkaji ideal urutan dari grup bilangan bulat \mathbb{Z} dan grup dari bilangan real \mathbb{R} , yang merupakan grup abel terurut total. Ditemukan bahwa keduanya tidak memiliki ideal urutan tak-trivial. Dilanjutkan dengan mengkaji ideal urutan dari jumlah langsung leksikografik grup abel terurut total. Misalkan Γ adalah grup $\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z}$. Himpunan $0 \oplus_{lex} \mathbb{Z}$ adalah ideal urutan dari Γ , karena untuk sembarang $(x, y) \in \Gamma$ dan $(0, n) \in I$ dengan $(0, 0) \leq (x, y) \leq (0, n)$, mengakibatkan $x = 0$. Jadi $(x, y) \in I$. Lebih dari itu, ini merupakan ideal tak-trivial satu-satunya dari Γ . Kemudian dibahas ideal urutan dari jumlah langsung leksikografik $\mathbb{R} \oplus_{lex} (\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z})$ dan $(\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z}) \oplus_{lex} \mathbb{R}$. Diperoleh ideal urutan tak-trivial dari $\mathbb{R} \oplus_{lex} (\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z})$ hanyalah $0 \oplus_{lex} (\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z})$ dan $0 \oplus_{lex} (0 \oplus_{lex} \mathbb{Z})$. Selanjutnya, ideal urutan tak-trivial dari $(\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z}) \oplus_{lex} \mathbb{R}$ hanyalah $(0 \oplus_{lex} \mathbb{Z}) \oplus_{lex} \mathbb{R}$ dan $(0 \oplus_{lex} 0) \oplus_{lex} \mathbb{R}$.

Kata kunci : ideal urutan, grup abel terurut total, jumlah langsung leksikografik.

ABSTRACT

This thesis discussed the order ideal of totally ordered abelian groups. First, this research examines the order ideal of the group of integers \mathbb{Z} and the group of real numbers \mathbb{R} , which are totally ordered abelian groups. It is found that the two don't have a nontrivial order ideal. Then examines the order ideal of the lexicographic direct sum of the totally ordered abelian groups. Suppose Γ is the group $\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}$ with the lexicographic order. The set $0 \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}$ is an order ideal, because for any $(x, y) \in \Gamma$ and $(0, n) \in I$ with $(0, 0) \leq (x, y) \leq (0, n)$, implies that $x = 0$. Thus $(x, y) \in I$. Moreover, it is the only nontrivial order ideal of Γ . Then discuss the order ideal of the lexicographic direct sum $\mathbb{R} \oplus_{\text{lex}} (\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z})$ and $(\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}) \oplus_{\text{lex}} \mathbb{R}$. The nontrivial order ideal of $\mathbb{R} \oplus_{\text{lex}} (\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z})$ is only $0 \oplus_{\text{lex}} (\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z})$ and $0 \oplus_{\text{lex}} (0 \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z})$. The nontrivial order ideal of $(\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}) \oplus_{\text{lex}} \mathbb{R}$ is only $(0 \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}) \oplus_{\text{lex}} \mathbb{R}$ and $(0 \oplus_{\text{lex}} 0) \oplus_{\text{lex}} \mathbb{R}$.

Keywords : *order ideal, totally ordered abelian groups, lexicographic direct sum.*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
PERNYATAAN.....	ii
KATA PENGANTAR	iii
UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK	vi
DAFTAR ISI.....	viii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Rumusan Masalah	2
1.4 Manfaat.....	2
1.5 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II KAJIAN PUSTAKA	4
2.1 Himpunan	4
2.2 Relasi Biner	4
2.3 Grup.....	6
2.4 Subgrup	7
2.5 Urutan Linier	11
2.6 Jumlah langsung	13
2.7 Urutan Leksikografik	14
2.8 Ideal Urutan	15
BAB III METODE PENELITIAN.....	18
BAB IV PEMBAHASAN.....	19
4.1 Ideal Urutan dari \mathbb{Z} dan \mathbb{R}	19

4.2	Ideal Urutan dari Jumlah langsung Leksikografik \mathbb{Z} dan \mathbb{Z}	20
4.3	Ideal Urutan dari $\mathbb{R} \oplus_{lex} (\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z})$	22
4.4	Ideal Urutan dari $(\mathbb{Z} \oplus_{lex} \mathbb{Z}) \oplus_{lex} \mathbb{R}$	26
BAB V PENUTUP.....		31
5.1	Simpulan.....	31
5.2	Saran	31
DAFTAR PUSTAKA		32

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adji, S., Raeburn, I., & Rosjanuardi, R. (2007). Group Extensions and the Primitive Ideal Spaces of Toeplitz Algebras. *Glasgow Mathematical Journal Trust*, 81-92.
- [2] Andrus, J. F., & Butson, A. T. (1965). Ideals in Ordered Groups. *The American Mathematical Monthly*, 265-269.
- [3] Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to Real Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Burton, D. M. (2007). *Elementary Number Theory*. New York: McGraw-Hill.
- [5] Clark, A. (1984). *Elements of Abstract Algebra*. California: Wadsworth Publishing.
- [6] Davey, B. A., & Priestley, H. A. (2002). *Introduction to Lattice and Order*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [7] Devlin, K. (2004). *Sets, Functions, and Logic : an Introduction to Abstract Mathematics* (edisi 3). Boca Raton: CRC Press.
- [8] Enderton, H. B. (1977). *Elements of Set Theory*. London: Academic Press.
- [9] Friedberg, S. H., Insel, A. J., & Spence, L. E. (2019). *Linear Algebra*. New Jersey: Pearson Education.
- [10] Frink, O. (1954). Ideals in Partially Ordered Sets. *The American Mathematical Monthly*, 223-234.
- [11] Goodearl, K. R. (1986). *Partially Ordered Abelian Groups with Interpolation*. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society.
- [12] Herstein, I. N. (1975). *Topics in Algebra*. New York: John Wiley & Sons.
- [13] Hungerford, T. W. (1974). *Graduate Texts in Mathematics (Algebra)*. New York: Springer.

- [14] Iwasawa, K. (1948). On Linearly Ordered Groups. *Journal of the Mathematical Society of Japan*, 1-9.
- [15] Kuratowski, K., & Mostowski, A. (1968). *Set Theory*. Warszawa: Polish Scientific Publishers.
- [16] Lay, S. R. (2014). *Analysis with an Introduction to Proof* (edisi 5). Harlow: Pearson Education Limited.
- [17] Rosjanuardi, R. (2008). Primitive Ideals of Toeplitz Algebra of Ordered Groups. *J. Indones. Math. Soc. (MIHMI)*, 111-119.
- [18] Rosjanuardi, R., & Itoh, T. (2010). Characterization of Maximal Primitive Ideals of Toeplitz Algebras. *Scientiae Mathematicae Japonicae Online*, 393–397.
- [19] Rosjanuardi, R., Gozali, S. M., & Albania, N. I. (2023). c -Convex Subgroups of Finite Dimensional Cyclically Ordered Free Abelian Groups. *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 37-45.
- [20] Rosjanuardi, R., Wahyuni, S., & Wijayanti, I. E. (2014). *Aljabar*. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.