

BAB V

SIMPULAN DAN REKOMENDASI

Bagian ini memuat kesimpulan dari hasil dan temuan penelitian, serta rekomendasi berdasarkan kesimpulan dan keterbatasan penelitian. Kesimpulan merupakan jawaban dari tujuan dan masalah penelitian. Rekomendasi merupakan bagian dari keterbatasan penelitian sehingga adanya saran untuk penelitian lanjutan untuk dapat memperluas dan mengembangkan temuan penelitian ini.

5.1. Simpulan

Pengetahuan ilmiah menjadi obyek potensial dalam mengajar tergantung pada tingkat spesialisasi pengetahuan yang akan diajarkan. Hal ini sangat terkait dengan tujuan lembaga pengajaran. Misalnya, limit fungsi yang merupakan materi pokok atau pengantar kalkulus dalam mata kuliah kalkulus diferensial di perguruan tinggi. Selain itu, materi ini juga merupakan materi prasyarat dalam mempelajari materi turunan dan integral serta kalkulus lanjutan. Adapun kumpulan pengetahuan ilmiah yang menjadi titik awal untuk transposisi didaktik ini tidak tetap, terorganisir, dan stabil seperti yang disarankan oleh teori. Hal ini dipengaruhi oleh faktor pemahaman tentang pengetahuan tersebut, tujuan dalam kurikulum dan juga buku teks yang menjadi sumber bacaan serta penerapannya di kelas.

Pengetahuan yang akan diajarkan (*knowledge to be taught*) untuk konsep limit fungsi yang dikaji atau dianalisis berdasarkan beberapa sumber yaitu kurikulum program studi, Rencana Pembelajaran Semester (RPS), dan buku teks kalkulus yang menjadi salah satu buku rujukan pada kelas kalkulus. Penyajian materi pada ketiga sumber tersebut terdapat perbedaan untuk urutan materinya. Mata kuliah kalkulus diferensial merupakan salah satu mata kuliah yang terdapat pada semester pertama perkuliahan di program studi Pendidikan matematika. Dengan demikian, penyajian maupun penyampaian materi diperlukan usaha tambahan karena mahasiswa masih berada pada masa transisi antara pembelajaran di sekolah dengan pembelajaran di perguruan tinggi. Deskripsi mata kuliah kalkulus diferensial memuat materi sistem bilangan riil, fungsi dan grafik, limit fungsi, kekontinuan fungsi, turunan fungsi, dan aplikasi turunan. Hal ini berbeda dengan penyajian materi pada RPS yang disusun oleh tim dosen pengampu mata

kuliah kalkulus diferensial. Pada RPS, materi diawali dengan konsep limit fungsi dan limit tak hingga. Hal ini dapat menimbulkan hambatan belajar bagi mahasiswa karena untuk mempelajari limit fungsi diperlukan materi pendukung lainnya. Selain itu, pembelajaran limit fungsi selama di sekolah lebih banyak pada penyelesaian soal-soal secara procedural, yang sangat berbeda dengan belajar di tingkat perguruan tinggi.

Untuk sajian materi pada buku teks kalkulus, konsep limit fungsi diawali dengan pengenalan konsep tersebut secara intuisi atau tidak formal. Beberapa kasus diberikan untuk memperdalam konsep limit melalui grafik, analitik, dan numerik. Selanjutnya disajikan konsep limit secara mendalam menggunakan definisi formal. Dalam hal ini, penulis buku juga menyajikan definisi tersebut melalui grafik untuk mempermudah pemahaman tentang konsep limit fungsi menggunakan epsilon delta. Untuk materi limit tak hingga tidak disajikan setelah materi tentang limit di satu titik, limit sepihak atau teorema limit. Padahal konsep ini masih saling terkait dan berkesinambungan. Akan tetapi, panyajian materi limit tak hingga terpisah dari bab limit, yaitu pada bab penggunaan turunan setelah bab turunan itu sendiri. Hal ini menjadi salah satu hambatan didaktik apabila dilihat dari sajian urutan materinya karena materi tersebut terpisah jauh dari pembahasan materi limit fungsi di satu titik.

Pengetahuan yang diajarkan (*taught knowledge*) diperoleh dari analisis bahan ajar yang digunakan dalam pembelajaran limit fungsi. Pembelajaran kelas kalkulus diferensial yang dilibatkan dalam penelitian ini dilakukan secara online. Hal ini dikarenakan kelas tersebut terdapat pada tahun pertama pandemic Covid-19 pada tahun 2020. Peneliti tidak terlibat secara langsung dalam proses pembelajaran di kelas. Inilah yang menjadikan penelitian ini sebagai penelitian fenomenologi di mana peneliti mengkaji pengalaman dari subjek penelitian yang mengikuti pembelajaran limit fungsi secara online. Data penelitian terkait pengetahuan yang diajarkan diperoleh melalui studi dokumentasi yang terdiri atas bahan ajar yang digunakan dosen berupa *slide power point*. Selain itu, peneliti juga memperoleh informasi dari diskusi yang dilakukan dengan dosen pengampu mata kuliah kalkulus diferensial dan mahasiswa yang mengikuti kelas tersebut. Adapun karakteristik bahan ajar yang digunakan tersebut sebagai media penyampaian

materi berdasarkan buku sumber yang digunakan. Hal ini untuk mempermudah penyampaian materi secara virtual dalam kelas online yang menggunakan bantuan aplikasi *Zoom Meeting* atau *Google Meet* dan juga *WhatsApp group*. Meskipun sajian dalam beberapa halaman bahan ajar ada yang tidak lengkap maupun tidak saling terkait, tetapi ini merupakan alat bantu dalam penyampaian materi sehingga bisa terarah untuk poin-poin yang akan disampaikan. Dengan demikian, penggunaan *powerpoint* ini dapat sesuai dengan tujuan utamanya.

Pengetahuan yang diperoleh (*learned knowledge*) subjek tentang konsep limit fungsi sangat beragam. Terdapat subjek yang memahami suatu konsep dengan tepat dan sesuai dengan konsep saintifik. Akan tetapi, pemahaman konsep tersebut tidak dipahami secara komprehensif, terdapat subjek yang memiliki konsep benar karena menghafal atau pernah melihat kasus yang sama. Sebaliknya ada juga persepsi subjek yang tidak sesuai dengan konsep ilmiah. Misalnya beberapa kesenjangan konsep antara *concept image* dan *concept definition* pada limit tak hingga antara lain konsep hasil bagi suatu bilangan bukan nol dengan nol adalah tak hingga; konsep pembagian nol dengan nol adalah nol; konsep pembagian suatu bilangan dengan nol sama dengan konsep pada limit, misal $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n}$, $n \in N$; dan konsep limit kiri untuk $x \rightarrow 1^-$, diartikan nilai x yang memenuhi adalah semua bilangan negative sehingga $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = -\infty$. Penyebab munculnya *concept image* dan kesenjangan ini antara lain pengalaman belajar subjek ketika di sekolah dan juga selama belajar kalkulus. Dalam proses pembelajaran, konsep tak hingga tidak dijelaskan secara komprehensif yang mengakibatkan pemahaman tentang konsep limit tak hingga menjadi terkendala.

Subjek mudah memahami suatu fungsi maupun limit yang direpresentasikan dalam bentuk aljabar sederhana. Dalam menentukan nilai dari suatu fungsi subjek melakukan dengan cara substitusi sembarang bilangan real atau nilai yang ditentukan. Untuk mencari limit dari suatu fungsi juga dilakukan dengan cara yang sama. Dalam hal ini, subjek melakukan generalisasi cara substitusi langsung untuk mencari nilai limit. Kekeliruan yang dilakukan ini menyebabkan konsep fungsi dan limit serta kaitannya tidak dipahami dengan tepat. Dalam kasus yang lain, ada subjek yang memahami bahwa limit itu tidak dapat dijangkau atau mendekati titik

yang ditentukan (tidak tepat di titik tersebut), dibandingkan dengan konsep fungsi yang dapat disubstitusikan tepat di titik tersebut. Dalam kasus nilai fungsi dengan nilai limit, sebagian besar subjek menyatakan bahwa nilai fungsi akan selalu sama dengan nilai limit untuk fungsi yang diketahui sama. Kesalahan lain juga terjadi pada materi prasyarat untuk limit fungsi seperti konsep bilangan real dan konsep tak hingga. Subjek memiliki konsepsi yang terbatas tentang konsep dasar tersebut. Untuk mengatasi kesalahan tersebut, penyajian materi khususnya konsep dasar perlu dilakukan secara mendalam yang mudah dipahami sehingga meminimalisir terjadinya miskonsepsi.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek sebagai mahasiswa calon guru matematika memahami konsep limit fungsi dengan cara yang sama bahwa limit sebagai suatu fungsi yang tidak dapat dijangkau yang mengakibatkan definisi limit secara formal menggunakan ε dan δ tidak dipahami dengan tepat. Meskipun penyelesaian permasalahan limit menggunakan tabel nilai fungsi dan grafik sudah diajarkan sejak sekolah menengah sampai perguruan tinggi, tetapi cara tersebut jarang digunakan. Mereka lebih suka menyelesaikan soal limit dengan cara substitusi langsung. Selain itu, konsep limit tidak diajarkan secara mendalam yang membuat mereka dapat memahaminya dengan baik. Hal ini menjadi penyebab munculnya *concept image* yang kurang tepat terkait limit fungsi. Dengan demikian, mahasiswa sebagai calon guru yang akan mengajarkan konsep limit fungsi perlu untuk mempelajari kembali konsep dari limit fungsi secara mendalam serta menghubungkan konsep limit dalam pemecahan masalah dengan teori yang dipelajari.

Concept image pada konsep limit fungsi yang dapat disimpulkan terdiri atas limit fungsi sebagai suatu fungsi yang mendekati suatu titik dan tidak dapat dijangkau; menemukan limit fungsi polinom dengan membagi pembilang dan penyebut dengan variable pangkat tertinggi dari penyebut; hasil bagi suatu bilangan bukan nol dengan nol adalah tak hingga; pembagian bilangan nol dengan nol sama dengan nol; pembagian suatu bilangan bukan nol dengan nol sama dengan konsep pembagian dengan nol pada limit fungsi; nilai suatu fungsi selalu sama dengan limit fungsi untuk suatu titik yang sama; tak hingga dimaknai sebagai bilangan yang tak

terbatas; dan menentukan limit fungsi rasional dengan cara substitusi langsung dan mengabaikan cara aljabar atau sebaliknya.

Learning obstacles yang ditemukan dalam penelitian ini memuat ketiga jenis hambatan yaitu hambatan epistemological yang terdiri atas pengetahuan konsep dasar yang keliru, misalnya konsep bilangan riil dan tak hingga; penggunaan bahasa sehari-hari dalam memaknai limit; mengabaikan definisi formal limit untuk memecahkan masalah limit; kesalahpahaman tentang nilai fungsi dan limit untuk fungsi yang sama; menggeneralisasi metode substitusi untuk fungsi dan limit fungsi; generalisasi yang berlebihan dalam konsep limit fungsi; keterbatasan dalam memanipulasi fungsi aljabar; interpretasi pembagian dengan nol yang menghasilkan tidak ada nilai dari suatu fungsi diasumsikan sama dengan konsep limit; ada atau tidaknya limit dari bentuk tak tentu ($0/0$) untuk fungsi yang direpresentasikan secara aljabar; dan limit dikaitkan dengan perhitungan aljabar. Hambatan didaktik terdiri atas perbedaan sajian atau urutan materi limit fungsi pada kurikulum program studi, RPS, dan bahan ajar; materi prasyarat limit fungsi tidak disebutkan pada RPS; terbatasnya penyajian materi pendukung konsep limit fungsi materi; limit tak hingga dan limit di tak hingga dibahas pada bagian penggunaan turunan setelah materi turunan (buku teks kalkulus); materi esensial disajikan terbatas dalam bahan ajar; penyesuaian bahan ajar dengan kondisi kelas online; dan tampilan materi pada bahan ajar tidak lengkap. Hambatan ontogenik terdiri atas hambatan ontogenik konseptual pada konsep tak hingga, bilangan real, dan pembagian dengan nol; hambatan ontogenik instrumental pada proses procedural atau perhitungan aljabar, serta penggunaan waktu yang tidak maksimal; dan hambatan ontogenik psikologi terkait kurangnya antusiasme dalam mengikuti wawancara, keterbatasan jaringan online dan kondisi tempat melakukan wawancara yang tidak kondusif.

5.1 Rekomendasi

Beberapa rekomendasi berdasarkan kesimpulan yang telah dipaparkan dan keterbatasan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian yang telah dilakukan terbatas pada menganalisis bahan ajar dan hasil diskusi dengan dosen dan juga mahasiswa terkait pengalaman dalam

pembelajaran limit fungsi. Penelitian ini tidak mengkaji situasi didaktik selama proses pembelajaran limit fungsi di kelas. Hal ini sangat memungkinkan penelitian lanjutan untuk mendapatkan data yang komprehensif terkait dengan tahapan *taught knowledge*.

2. Desain konsep limit fungsi yang dirancang masih terbatas dari hasil dan analisis beberapa hambatan belajar yang ditemukan sehingga penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan menyusun desain didaktis konsep limit fungsi untuk semua hambatan yang diperoleh.
3. Desain didaktis yang dirancang dalam penelitian ini masih berupa draft desain sehingga penelitian lanjutan dapat melanjutkannya pada tahap implementasi desain tersebut.
4. Temuan dari penelitian ini dapat menjadi salah satu solusi sebagai bahan pertimbangan bagi pendidik untuk memperkenalkan konsep tak hingga secara komprehensif untuk menghindari kesalahpahaman dalam mempelajari limit dan materi selanjutnya. Selain itu, pendidik perlu memiliki pengetahuan yang baik tentang tak hingga dan juga keterampilan komunikatif untuk membantu peserta didik memahami konsep tersebut dengan tepat.
5. Untuk penelitian selanjutnya dapat berupa rancangan desain didaktis untuk limit fungsi, khususnya limit tak terhingga. Desainnya berisi kajian menyeluruh tentang konsep tak terhingga dan limit tak terhingga maupun limit di tak hingga. Hal ini bertujuan untuk memudahkan dalam memahami dan juga menerapkan konsep tak hingga secara tepat. Selain itu, sebagai bahan pertimbangan serta solusi bagi pendidik dalam memperkenalkan konsep ketakterhinggaan secara komprehensif agar tidak terjadi kesalahpahaman dalam limit dan materi selanjutnya.
6. Dalam kasus nilai suatu fungsi dengan nilai limit, sebagian besar subjek menyatakan bahwa nilai dari suatu fungsi akan selalu sama dengan nilai limit dari suatu fungsi yang diketahui sama. Kesalahan lain juga terjadi pada materi prasyarat fungsi limit seperti konsep bilangan real dan konsep tak terhingga. Subjek memiliki konsepsi yang terbatas tentang konsep dasar tersebut. Untuk mengatasi kesalahan ini, penyajian materi khususnya konsep dasar perlu

dilakukan secara mendalam agar mudah dipahami dan meminimalisir terjadinya miskonsepsi.

7. Pada penelitian selanjutnya, rancangan desain konsep limit fungsi yang sudah diperoleh melalui penelitian ini dapat diimplementasikan pada mahasiswa Pendidikan matematika yang lebih luas. Selanjutnya, hasil implementasi desain ini dapat dianalisis sebagai bagian dari refleksi dan evaluasi, serta mengetahui apakah masih ada kemungkinan yang muncul dari dampak desain tersebut melalui kajian tentang *concept image* dan juga hambatan belajar.
8. Penelitian ini mengkaji proses transposisi didaktik sehingga menghasilkan desain awal yang terbatas dan berfokus pada konsep limit fungsi. Dengan demikian, perlu dilakukan pengembangan pada penelitian selanjutnya dengan fokus kajian lainnya, misalnya: analisis transposisi didaktik untuk menghasilkan desain didaktis dalam upaya mengatasi hambatan belajar atau kesenjangan *concept image* pada materi tertentu; dan kajian pada materi matematika sekolah atau matematika universitas melalui transposisi didaktik yang dikaitkan dengan prakseologi.
9. Kajian transposisi didaktik dapat dilakukan melalui proses konstruksi dari pengetahuan ilmiah pada materi tertentu sebagai bagian dari proses repersonalisasi dan rekontekstualisasi dari pengetahuan. Adapun proses transformasi dari pengetahuan ilmiah menjadi pengetahuan yang akan diajarkan dapat disajikan dalam bentuk desain pembelajaran. Dengan demikian, kajian tentang transposisi didaktik dapat terus dikembangkan baik di lingkungan sekolah maupun universitas atau perguruan tinggi. Pada tingkat perguruan tinggi dapat menjadi bagian dari proses pembelajaran dalam perkuliahan, sebagai upaya dalam perbaikan proses pembelajaran matematika dan perbaikan juga pendidikan matematika secara umum.
10. Mahasiswa calon guru matematika maupun mahasiswa calon guru bidang ilmu lainnya dapat melakukan kajian transposisi didaktik. Selain itu, guru dan dosen juga dapat melakukan penelitian ini pada materi atau topik yang dianggap krusial. Hal ini dikarenakan penelitian transposisi didaktik memiliki cakupan yang sangat luas, apalagi dikaitkan dengan DDR atau *Didactical Design Research*.