

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Penelitian

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah yang terdapat dalam kurikulum program sarjana pada sebagian besar jurusan sains dan teknik, termasuk Pendidikan matematika. Kalkulus dipandang sebagai kursus pengantar dalam mempersiapkan matematika lanjutan (Zollman, 2014; Oktaviyanthi, *et al.*, 2018). Oleh karena itu, konsep yang akurat tentang gagasan utama matematika dalam mata kuliah ini seperti limit, turunan, dan integral sangat penting dimiliki oleh mahasiswa (Mokhtar, *et al.*, 2010; Oktaviyanthi & Supriani, 2015).

Tahap awal dalam mempelajari kalkulus, siswa maupun mahasiswa akan dihadapkan dengan konsep limit fungsi. Akan tetapi, konsep limit yang merupakan salah satu ide yang paling mendasar ini tidak hanya dalam memahami kalkulus tetapi juga dalam mengembangkan pemikiran matematis di luar kalkulus dan mengejar ketelitian matematis (Ferrini-Mundy & Lauten 1993; Tall 1992). Meskipun konsep limit telah lama dianggap mendasar untuk pemahaman kalkulus dan analisis riil (Ervynck, 1981), tetapi penelitian lainnya menegaskan bahwa pemahaman yang lengkap tentang konsep limit di kalangan siswa relatif jarang (Davis & Vinner, 1986; Tall, 1980; Tall & Vinner, 1981; Sierpinska, 1987; Robert, 1982; Cornu, 1983).

Konsep limit melibatkan perhitungan yang tidak lagi dilakukan dengan aritmatika maupun aljabar sederhana sehingga dianggap termasuk materi yang sulit dipahami. Dalam hal ini, guru atau dosen sering berusaha untuk menghindari masalah tersebut dengan menggunakan pendekatan informal. Namun, metode apa pun yang digunakan, ketidakpuasan dengan materi ini sejak dulu telah muncul di berbagai belahan dunia (Tall, 1993), misalnya Inggris (Tall & Schwarzenberger, 1978), Amerika Serikat (Davis & Vinner, 1986), Polandia (Sierpinska, 1987), dan Afrika Selatan (Kannemeyer, 2003). Berdasarkan hal tersebut, pembelajaran konsep limit telah menjadi subyek penelitian yang penting dan menarik bagi sejumlah peneliti dalam bidang pendidikan matematika.

Pengajaran dan pembelajaran limit telah dipelajari dari berbagai sudut pandang teoretis, misalnya, *concept image and concept definition* (Tall & Vinner,

1981), Teori APOS (Cottril, *et al.*, 1996), *Antropology Theory of Didactic* atau ATD (Barbé, *et al.*, 2005), tiga kerangka kerja yaitu *procept theory*, *instrumentation theory*, and *the model of abstraction-in-context* (Kidron, 2008), perspektif praktik institusional (Artigue, *et al.*, 2007), dan kombinasi ATD dari Chevallard (1999; 2002) dengan kerangka analisis kelembagaan yang dikembangkan dalam ilmu politik yaitu kerangka IAD (*Institutional Analysis and Development*) dari Ostrom (2005) (Hardy, 2009).

Ada banyak penelitian yang menunjukkan tantangan besar bagi siswa atau mahasiswa maupun guru dalam memahami konsep limit. Hasil penelitian tentang pemahaman siswa pada konsep limit menunjukkan bahwa siswa memiliki representasi konseptual yang terbatas (Davis & Vinner, 1986; Karatas, *et al.*, 2011; Beynon & Zollman, 2015), dan keterbatasan dalam memahami konsep dengan benar (Denbel, 2015; Hashemi, *et al.*, 2014; Vincent, *et al.*, 2015; Rahayu, 2013). Di sisi lain, guru matematika di Perancis menyadari bahwa pendekatan formal dalam pembelajaran memiliki kelemahan mendasar (Artigue, 2000). Hal ini menyebabkan sebagian besar siswa kesulitan menerapkan konsep limit secara intuitif ke dalam konsep formal. Selain itu, banyak siswa tidak memahami definisi formal limit sebagai pernyataan yang setara dengan definisi secara intuitif yang telah dipelajari (Row, 2007; Kim, *et al.*, 2015). Realisasi informal limit siswa didasarkan pada gerakan dinamis, yang dapat mengganggu representasi dan realisasi formal dari konsep tersebut (Bagni, 2005; Tall, 1992; Tall & Schwarzenberger, 1978; Tall & Vinner, 1981; Williams, 1991).

Penelitian terkait kesulitan, kendala, *learning obstacle*, dan *misconception* tentang limit sudah dilakukan oleh sejumlah peneliti seperti Sierpiska (1987), Tall (1993), Moru (2006), Denbel (2014), Salido, *et al.*, (2014), Jordaan (2005), dan Makonye (2011). Selain itu, kajian tentang pemahaman dan konsepsi tentang konsep limit juga dilakukan oleh beberapa peneliti. Studi yang relatif awal terkait konsepsi siswa tentang limit dilakukan oleh Piaget & Inhelder (1967), Taback (1975), dan Brackett (1991) yang telah mengeksplorasi pemikiran dan perkembangan kognitif siswa dalam kaitannya dengan limit dan barisan tak terbatas. Adapun kontribusi dari studi ini termasuk merancang urutan kurikulum dan memutuskan tingkat kelas tertentu untuk mengajarkan konsep limit.

Kesulitan siswa tentang konsep limit juga dikarenakan materi prasyarat yang harus dikuasai seperti bilangan riil, fungsi, dan jumlah yang sangat kecil dan besar tak terhingga (Parameswaran, 2007; Sierpinska, 1987). Selain itu, faktor yang dapat berkontribusi pada kesulitan siswa tentang limit berkaitan dengan dominasi aspek dinamis dan prosedural dari limit dalam buku teks dan pengajaran kalkulus, dan juga sikap siswa terhadap matematika (Bezuidenhout, 2001; Parameswaran, 2007; Williams, 1991). Dalam hal ini, penelitian yang ada tentang pembelajaran limit didasarkan pada kerangka kognitif, bukan pada pendekatan komunikasi untuk kognisi dalam mengeksplorasi pembelajaran siswa tentang konsep tersebut. Menurut Denbel (2014) konsepsi terbatas yang dimiliki siswa tentang limit dan kontinu dikarenakan cara konsepnya yang diperkenalkan kepada siswa, dan adanya konsep yang terbatas berkaitan dengan konsep pra kalkulus.

Oerthman (2009) menyatakan bahwa ketika siswa berjuang untuk memahami dan menggunakan konsep limit dalam pengantar kalkulus, penalaran mereka sangat dipengaruhi oleh gagasan informal dan komitmen ontologis mengenai tak terhingga (Sierpinska, 1987; Tall, 1992; Tirosh, 1991), sangat kecil (Artigue, 1991; Tall, 1990), struktur bilangan real (Cornu, 1991; Tall & Schwarzenberger, 1978), aspek insidental dan *misleading* dari representasi grafis (Monk, 1994; Orton, 1983), konsep nonmatematika seperti batas kecepatan, hambatan fisik, dan gerak (Davis & Vinner, 1986; Frid, 1994; Tall, 1992; Tall & Vinner, 1981; Thomson, 1994; Williams, 1991), dan keyakinan epistemologis tentang matematika secara umum (Sierpinska, 1987; Szydlick, 2000; Williams, 1991, 2001).

Berbagai cara yang dilakukan dalam mengajarkan kalkulus tampaknya tetap ada konsep-konsep sulit yang menimbulkan masalah. Beberapa kesulitan kognitif dari konsep limit menurut Tall (1993) antara lain: (a) penggunaan bahasa dan istilah seperti batas, *tends to* (cenderung), *approaches* (pendekatan), dan *as small as we please* (sekecil yang dikehendaki), memiliki makna sehari-hari yang bertentangan dengan konsep formal, (b) proses limit tidak dilakukan dengan aritmatika atau aljabar sederhana, (c) proses suatu variabel menjadi semakin kecil sering ditafsirkan sebagai kuantitas variabel semakin kecil, (d) gagasan N semakin besar, secara implisit menunjukkan konsepsi angka tak terbatas, (e) kebingungan

terkait apakah suatu limit benar-benar dapat dicapai, dan (f) kebingungan mengenai bagian dari terbatas hingga tak terbatas sehingga menimbulkan pertanyaan tentang apa yang terjadi pada tak terbatas.

Penelitian yang dilakukan Roh (2008) mengungkapkan bahwa sebagian besar siswa memiliki kesalahpahaman tentang limit. Hal ini dikarenakan konsep limit sering dipermasalahkan dengan sejumlah pertanyaan atau isu, seperti apakah suatu fungsi dapat mencapai limit, apakah limit benar-benar terikat, apakah limit adalah proses dinamis atau objek statis, dan apakah limit secara inheren terkait dengan konsep gerak (Tall, 1992; Williams, 1991). Isu tersebut dapat menimbulkan konsepsi limit yang tidak lengkap atau alternatif yang sejajar dengan pandangan proses limit yang dipegang oleh komunitas matematika sebelum definisi limit menggunakan simbol epsilon dan delta dari Cauchy yang tepat (Grabiner, 1981; Boyer, 1959). Hal ini dapat dilihat dari sebagian besar mahasiswa yang menyelesaikan mata kuliah kalkulus memiliki pemahaman yang tinggi tentang limit, tetapi sangat sedikit yang pernah mencapai pemahaman yang tepat dan menyeluruh tentang definisi tersebut (Ervynck, 1981).

Menurut Roh (2008), beberapa miskonsepsi dalam konsep limit juga terjadi ketika siswa tidak memahami proses tak hingga tetapi hanya menerapkan proses hingga untuk memecahkan masalah limit. Para siswa yang tidak memahami proses tak terhingga mengacaukan limit dengan nilai fungsi atau barisan, atau perkiraan limit (Cottrill, *et al.*, 1996). Kesalahpahaman lain tentang limit muncul dari menganggap proses tak terbatas itu sendiri sebagai limit daripada melihat limit sebagai hasil dari proses tak terbatas (Vinner, 1991).

Masalah dalam mempelajari konsep limit menjadi semakin parah ketika definisi yang tepat dalam definisi formal diperkenalkan kepada siswa (Roh, 2008). Dengan kata lain, kesulitan memahami konsep limit dimulai dengan banyaknya gagasan informal dari kata limit yang sudah dimiliki siswa (Barnes, 1991). Meskipun bagi banyak siswa, pemahaman awal seperti itu dianggap cukup, akan tetapi model limit informal seperti itu dapat menyebabkan kesalahpahaman yang lebih serius dan mengganggu pembelajaran selanjutnya (Tall, 1980). Sebagian siswa memahami beberapa aspek dari konsep matematika formal tetapi hal ini dapat memutarbalikkan dari definisinya sehingga menciptakan penghalang

konseptual yang membuat belajar tentang limit lebih sulit (Cavanagh, 1996). Terkait hal ini, ditemukan bahwa sebagian besar siswa tidak mengadopsi pandangan formal tentang limit (Szydlik, 2000; Williams, 1991). Selain itu, Cottrill, *et al.*, (1996) melaporkan bahwa hanya sedikit siswa yang memahami definisi formal limit, dan tidak ada siswa dalam studi mereka yang menerapkan definisi formal limit pada situasi tertentu.

Penelitian yang dilakukan Denbel (2014) menunjukkan bahwa siswa melihat limit sebagai tidak terjangkau, perkiraan, batas, proses dinamis dan bukan sebagai objek statis, dan terkesan bahwa suatu fungsi akan selalu memiliki limit pada suatu titik. Lebih mendalam, kesalahpahaman siswa dalam memaknai limit berkaitan dengan (a) hubungan antara fungsi kontinu dan limit, dimana siswa berpikir bahwa fungsi harus didefinisikan pada suatu titik untuk memiliki limit pada titik tersebut. (b) Fungsi yang tidak ditentukan pada titik tertentu tidak memiliki nilai limit, sehingga siswa berpikir bahwa ketika suatu fungsi memiliki limit maka harus kontinu pada titik itu. (c) Limit sama dengan nilai fungsi pada suatu titik, di mana limit dapat ditemukan dengan metode substitusi, dan apabila didapat pembagian nol dengan nol maka hasilnya nol. Dalam hal ini, sebagian besar siswa mengetahui bahwa angka berapapun apabila dibagi dengan nol adalah tidak ditentukan.

Hasil penelitian Denbel (2014) menyimpulkan bahwa banyak pengetahuan dan pemahaman siswa yang sebagian besar bersandar pada fakta-fakta yang terisolasi, perhitungan rutin, algoritma menghafal, prosedur dan pemahaman konseptual tentang limit, kekontinuan, dan *infinity*. Dalam kasus ini, siswa melihat limit sebagai tidak terjangkau yang dikarenakan penggunaan bahasa dalam sejumlah buku dalam menggambarkan limit, misalnya “cenderung” dan “mendekati”. Pandangan lain terkait limit yang dianggap sebagai titik batas didasarkan pengalaman siswa dengan batas kecepatan, meskipun hal tersebut selalu dapat dijangkau. Hal yang sama juga diperoleh penulis dari hasil observasi dan diskusi dengan guru matematika terkait pengenalan konsep dan makna limit kepada siswa. Guru cenderung langsung memberikan definisi limit secara informal dan formal yang dilanjutkan dengan sifat-sifat limit dan soal-soal secara prosedural. Pengenalan konsepnya tidak mendalam karena waktu yang terbatas.

Kesalahpahaman dalam konsep limit tidak dapat dihindari (Davis & Vinner, 1986) dan sulit untuk diperbaiki (Williams, 1991). Kesalahpahaman ini tidak hanya mempengaruhi pemahaman limit itu sendiri, tetapi juga menimbulkan kesulitan dalam topik selanjutnya seperti kontinuitas dan diferensiabilitas fungsi (Bezuidenhout 2001; Cornu, 1991) dan deret tak hingga (Sierpińska 1987). Hal ini dikarenakan banyak konsep matematika yang bergantung pada pengertian dan konsep limit, termasuk jumlah deret tak terhingga, kontinuitas fungsi, turunan, dan integral (Roh, 2008).

Adanya sejumlah data hasil penelitian yang menunjukkan rendahnya penguasaan siswa maupun mahasiswa calon guru pada materi kalkulus khusus materi limit fungsi menjadi kegelisahan peneliti. Data ini juga diperoleh dari studi pendahuluan yang dilakukan di mana mereka lebih menguasai cara penyelesaian soal-soal limit fungsi secara prosedural dibandingkan dengan konsep. Peneliti mempunyai dugaan bahwa salah satu faktor yang menyebabkan hal ini terjadi yaitu penguasaan guru terkait materi dan juga cara mengajarkannya.

Untuk mengatasi timbulnya fenomena yang sama di kemudian hari, penelitian pada mahasiswa calon guru khususnya guru matematika perlu dilakukan. Hal ini dikarenakan, sebagai calon guru, mahasiswa harus menguasai materi yang akan diajarkan pada siswa dan juga harus sesuai dengan pengetahuan ilmiah. Hal ini selaras dengan pernyataan Sulastri, *et al.*, (2021) bahwa kajian yang komprehensif tentang fungsi limit diperlukan pada awal pembelajaran kalkulus dan harus menjadi perhatian penting bagi dosen kalkulus. Hal ini dapat berdampak pada pengetahuan dan kemampuan mahasiswa sebagai calon guru dalam memahami konsep kalkulus termasuk limit. Adapun kualitas yang baik dari seorang guru kalkulus merupakan aset dalam menghasilkan hasil yang bagus untuk siswa dan diri mereka sendiri (Casinillo, 2023). Selain itu, kompetensi guru sangat menentukan dalam membantu prestasi akademik dan sikap siswa dalam pembelajaran kalkulus (Lin & Huang, 2017). Berdasarkan hal tersebut, calon pendidik perlu memiliki kompetensi dan landasan pengetahuan yang baik dalam matematika dan sains (Rech, *et al.*, 1993; Burrows, *et al.*, 2021).

Pengalaman mahasiswa mempelajari kalkulus dengan menggunakan strategi dan teknologi pengajaran khusus dapat berpengaruh apabila guru kalkulus

memiliki kualitas yang baik dalam mengajarkan konsep yang rumit (Burrows, *et al.*, 2021). Kuzu (2020) menyatakan bahwa kompetensi matematika sangat penting dan berpengaruh besar terhadap efisiensi pengajaran dan penyajian pelajaran. Beberapa penelitian menemukan bahwa strategi dan kompetensi pengajaran berhubungan dengan motivasi dan pengalaman belajar siswa (Casinillo & Guarte, 2019; Casinillo & Casinillo, 2020). Casinillo (2023) menyarankan agar guru kalkulus dapat menjalani beberapa pelatihan terkait pengajaran kalkulus untuk menjadi pendidik yang berpengetahuan dan kompetitif. Dengan demikian, pengalaman belajar mahasiswa selama di perguruan tinggi sangat mempengaruhi pengetahuan mereka ke depan dalam mengajarkan konsep matematika di sekolah. Hal inilah yang menjadi salah satu alasan pentingnya melakukan kajian pada mahasiswa calon guru khususnya pada pembelajaran kalkulus, yaitu materi limit.

Berkaitan dengan masalah, hambatan, dan miskonsepsi siswa dan mahasiswa tentang makna dan konsep limit, tidak bisa disalahkan hanya pada satu pihak yaitu mahasiswa saja. Hal ini dikarenakan proses mendapatkan pengetahuan tentang makna dan konsep limit juga dipengaruhi oleh banyak faktor seperti pemahaman guru atau pendidik tentang limit yang diajarkan kepada mereka, dan proses pembelajaran yang dilakukan pendidik dalam memperkenalkan konsep dan makna limit. Hal ini juga didasarkan pada hakikat pembelajaran matematika sebagai upaya memfasilitasi terjadinya proses dalam siklus belajar matematika dengan tepat yang dilakukan oleh seorang pendidik (Suryadi, 2018).

Proses pembelajaran matematika merupakan suatu proses interaksi antara siswa dan guru dengan melibatkan konten matematika seperti yang digambarkan dalam *didactic triangle* yang terdiri atas tiga komponen yaitu materi, siswa, dan guru (Kansanen & Meri, 1999; Kansanen, 2003). Hubungan antara siswa dan materi disebut hubungan didaktis sedangkan hubungan antara guru dan siswa disebut hubungan pedagogis. Dalam hubungan pedagogis, pendekatan yang paling umum adalah hubungan antara guru dan siswa sebagai titik awal, sedangkan hubungan didaktis yaitu hubungan siswa dengan materi merupakan kunci untuk memahami proses pengajaran (Kansanen, 2003). Dalam hal ini, Kansanen tidak mendeskripsikan secara jelas hubungan antara guru dan materi.

Padahal dalam situasi tersebut kedua komponen ini juga saling berkaitan dan terjadi secara bersamaan. Suryadi (2013) menyatakan hubungan didaktis dan pedagogis harus dipahami secara utuh, tidak bisa dipandang secara parsial. Tindakan didaktis seorang guru dalam proses pembelajaran akan menciptakan sebuah situasi yang dapat menjadi titik awal bagi terjadinya proses belajar (Brousseau, 2002; Suryadi, 2013). Berdasarkan hal tersebut, dalam merancang situasi didaktis, guru perlu memprediksikan respon siswa terhadap situasi tersebut dan antisipasinya untuk situasi didaktis baru. Antisipasi tersebut tidak hanya menyangkut hubungan siswa dan materi, akan tetapi juga hubungan guru dan siswa baik secara individu maupun kelompok atau kelas (Suryadi, 2013). Dengan demikian, dalam segitiga didaktik Kansanen, Suryadi (2013) menambahkan hubungan antisipasi guru dan materi yang disebut dengan antisipasi didaktis dan pedagogis.

Sebagian besar kualitas proses pengajaran berkaitan dengan pengetahuan dan kemampuan serta perilaku yang ditunjukkan guru (Harel, 2008; Atalar & Ergun, 2018). Dasar pengetahuan guru ini dijabarkan oleh Harel (1993) dalam tiga komponen, pertama pengetahuan matematika yang berkaitan dengan pemahaman dan cara berpikir guru yang sangat berpengaruh dalam apa yang diajarkan guru kepada siswa dan juga caranya, kedua pengetahuan tentang pembelajaran siswa yang mengacu pada prinsip belajar psikologis seperti bagaimana siswa belajar dan dampak dari pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, dan ketiga pengetahuan pedagogi yang mengacu pada pemahaman guru tentang cara mengajar, menilai dan membantu memperkuat dan mempertahankan pengetahuan siswa. Ketiga komponen pengetahuan ini saling berkaitan dalam membentuk situasi didaktis.

Teori situasi didaktis dalam matematika adalah pendekatan ilmiah untuk serangkaian masalah yang ditimbulkan oleh pengajaran dan pembelajaran matematika, di mana kekhususan pengetahuan yang diajarkan terlibat dan memainkan peran penting (Brousseau, 2002). Teorinya adalah tentang hubungan didaktik triadik yaitu interaksi antara guru, siswa (atau lebih tepatnya sekelompok siswa), dan beberapa pengetahuan matematika tertentu. Konsep penting dalam teori ini dibentuk dari lingkungan siswa dengan fitur yang relevan dengan

pengetahuan target (Måsøval, 2011). Dalam situasi didaktis, siswa membangun pengetahuannya sendiri bukan karena diajarkan, tetapi karena logika yang ditemukan sendiri melalui situasi baru yang mendorongnya ke suatu pemahaman. Dengan demikian, peran guru dalam hubungan guru dan siswa yaitu guru harus membangun suatu kondisi yang memungkinkan siswa belajar materi tertentu pada setiap kegiatan pembelajaran (Brousseau, 2002; Manno, 2006).

Selain hubungan antara materi, guru, dan siswa, juga terdapat faktor lain yang dapat mempengaruhi pengetahuan dan miskonsepsi pada konsep limit fungsi. Faktor tersebut antara lain kurikulum yang berlaku dalam penyusunan materi limit, dan penggunaan buku teks yang menjadi sumber bacaan dalam pembelajaran di kelas. Hal ini merupakan suatu permasalahan yang sangat kompleks apabila ingin melihat faktor yang dapat mempengaruhi pengetahuan subjek dalam suatu materi. Dengan demikian, untuk mengkaji dan menganalisis permasalahan secara komprehensif tersebut dilakukan dengan melakukan kajian transposisi didaktik.

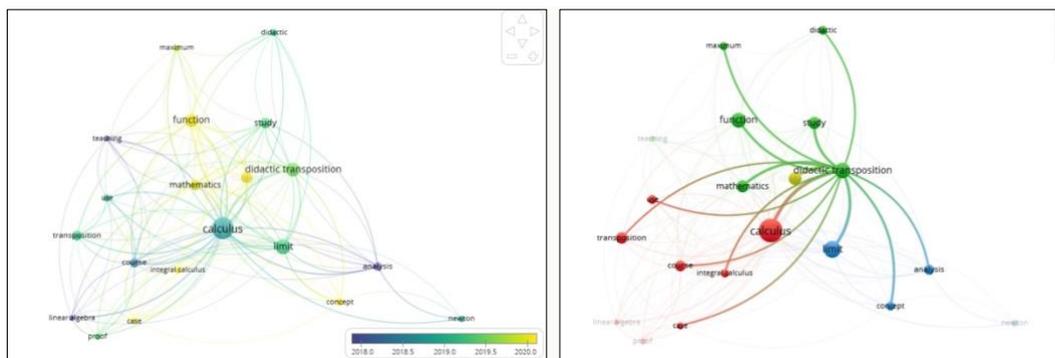
Chevallard (1989) pertama kali yang memperkenalkan teori transposisi didaktik dalam pendidikan matematika dengan mengklasifikasikan matematika sebagai *scholarly body of knowledge* dan sebagai *subject to be taught and learned*. Selanjutnya, transposisi didaktik didefinisikan sebagai pengetahuan transposisional antara pengetahuan matematika yang dikembangkan oleh matematikawan yang disebut *scholarly knowledge*, matematika yang harus diajarkan berdasarkan kurikulum yang disebut *knowledge to be taught*, pengetahuan matematika yang diajarkan oleh guru dalam proses pembelajaran di kelas yang disebut *taught knowledge*, dan pengetahuan matematika yang dipelajari oleh siswa yang disebut *learned knowledge*.

Tahap *scholarly knowledge* merupakan tahapan pengetahuan matematika yang bersifat *a priori* dan formal sehingga diperlukan suatu proses transposisi dengan repersonalisasi dan rekontektualisasi untuk menjadikan pengetahuan tersebut bersifat *a posteriori*. Dengan demikian, pengetahuan ini dapat dirancang untuk menjadi materi dalam kurikulum (*knowledge to be taught*) dan atau materi sebagai bahan pembelajaran di kelas (*taught knowledge*). Suatu kurikulum mengungkapkan pedoman dan harapan yang sesuai dengan fungsi sekolah.

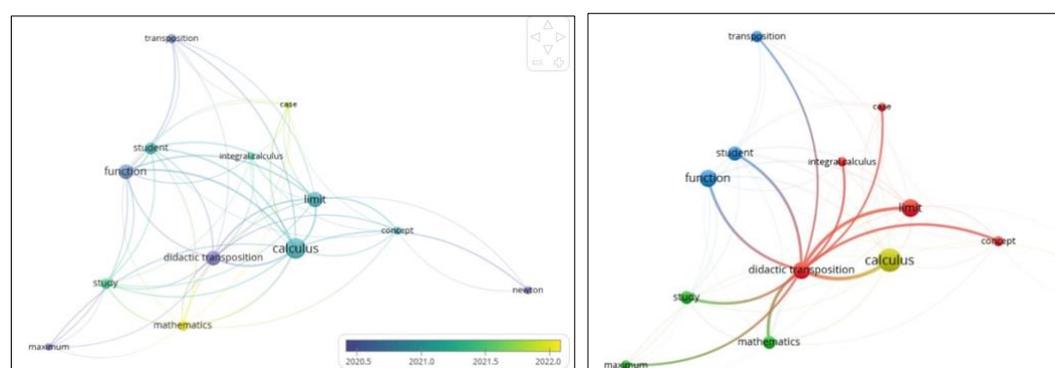
Sebaliknya, nilai-nilai, maksud dan tujuan yang dinyatakan dalam kurikulum dan proses pengajaran diselenggarakan untuk mewujudkan kurikulum. Dalam hal ini, guru seharusnya bertindak selaras dengan kurikulum, dan siswa diharapkan belajar untuk mencapai maksud dan tujuan yang ditetapkan dalam kurikulum. Jika dipahami bahwa kurikulum berisi semua pengalaman belajar di sekolah, maka semua kegiatan di sekolah termasuk dalam kurikulum. Selain itu, penggunaan buku teks sebagai buku pengantar juga merupakan bagian dari pengetahuan yang akan diajarkan. Selanjutnya, buku ini digunakan guru dan siswa dalam proses pembelajaran di kelas. Dengan kata lain, siswa sebagai objek yang menerima atau mempelajari materi yang diajarkan oleh guru, yang merupakan bagian dari tahap *learned knowledge* dari proses transposisi didaktik.

Hwang (2019) menyatakan bahwa penelitian tentang transposisi didaktik dalam pendidikan matematika telah dilakukan selama hampir 35 tahun di Korea. Berbeda dengan yang lain, Hwang (2019) melakukan kajian tentang pemahaman makna dan peran kontekstualisasi dan dekontekstualisasi dalam teori transposisi didaktik. Secara khusus, tujuannya untuk mengelola pengajaran yang efisien di kelas. Dengan demikian, peran dan penerapan kontekstualisasi yang tepat sangat penting dalam aspek guru dan juga peserta didik.

Analisis *bibliometric* menggunakan *software VosViewer* dengan bantuan *Publish or Perish* dilakukan dalam menelusuri penelitian transposisi didaktik pada konsep limit fungsi dari sejumlah jurnal dalam dua periode. Periode sepuluh tahun terakhir ditemukan 83 artikel, 666 *terms* (istilah), dan 20 *meet* (hubungan), dapat dilihat pada Gambar 1.1. Periode lima tahun terakhir ditemukan 58 artikel, 470 *terms* dan 13 *meet*, dapat dilihat pada Gambar 1.2. Berdasarkan analisis tersebut ditemukan bahwa penelitian transposisi didaktik sudah banyak dilakukan oleh sejumlah peneliti dalam konteks yang beragam. Meskipun pada kedua gambar ditemukan adanya hubungan antara transposisi didaktik dengan materi limit, tetapi setelah ditelusuri lebih lanjut tidak ditemukan adanya penelitian yang spesifik dengan penelitian yang dilakukan yaitu kajian transposisi didaktik pada konsep limit fungsi.



Gambar 1.1. Analisis *bibliometric* transposisi didaktik pada limit fungsi periode sepuluh tahun terakhir



Gambar 1.2. Analisis *bibliometric* transposisi didaktik pada limit fungsi periode lima tahun terakhir

Beberapa kajian transposisi didaktik dalam bidang matematika selama sepuluh tahun terakhir ini, antara lain: transposisi didaktis dalam buku teks dan pelajaran matematika di Korea dan Amerika Serikat (Park, 2013), transposisi didaktik dalam penulisan persamaan garis sejajar dan tegak lurus (Postelnicu, 2017), transposisi pengetahuan hubungan proporsional dalam pengaturan aljabar (Lundberg & Kilhamn, 2018), transposisi didaktik pengajaran fungsi kuadrat menggunakan pendidikan matematika realistik dan pendekatan tradisional (Lim & Kyeong-Hwa, 2018). Transposisi didaktik dalam perspektif pengetahuan dan pelatihan guru matematika oleh Pereira, *et al.*, (2018) menunjukkan bahwa matematika ilmiah yang diajarkan dalam disiplin Teori Bilangan memiliki konsep matematika sekolah yang berbeda dengan yang diajarkan di sekolah dasar. Transposisi didaktik guru sekolah dasar pra-jabatan untuk pengajaran matematika oleh Kwon (2019), menunjukkan bahwa mereka secara komprehensif dapat memanfaatkan dokumen kurikulum yang relevan seperti kurikulum nasional dan buku pedoman guru untuk memeriksa tujuan dan standar pencapaian dan tujuan pelajaran. Hwang (2019) melakukan kajian refleksi dan kontekstualisasi dalam

Rini Sulastri, 2023

**TRANSPOSISI DIDAKTIK PADA KONSEP LIMIT FUNGSI:
STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIKA DI PERGURUAN TINGGI**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

transposisi didaktik yang menunjukkan bahwa pemahaman tentang makna dan peran kontekstualisasi dan dekontekstualisasi dalam teori didaktik transposisi diperlukan secara teoritis dalam pendidikan matematika dan juga praktis dalam matematika sekolah.

Transposisi didaktik eksternal dalam matematika sarjana yang mengidentifikasi kesamaan dan perbedaan antara program dan silabus, dengan perbedaan yang relatif signifikan antara universitas Kanada dan Eropa dalam hal keseluruhan program (Bosch, *et al.*, 2021). Transposisi didaktik segi empat yang menunjukkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara pengetahuan yang akan diajarkan dan konten yang ditawarkan oleh guru sehingga terjadi konflik keliling-luas dalam pikiran siswa (Akar & İşıksal-Bostan, 2022). Transposisi didaktik pada bilangan asli oleh Henriksen (2022) menunjukkan perbedaan yang signifikan pada tingkat tema dalam kurikulum nasional di negara Denmark, Swedia, dan Australia.

Transposisi didaktik statistik di tingkat universitas oleh Markulin, *et al.*, (2022) menunjukkan bahwa beberapa kondisi dan kendala yang teridentifikasi berasal dari skala kodeterminasi didaktis yang lebih rendah seperti disiplin dan domain, sedangkan yang tertinggi seperti sekolah dan masyarakat. Proses transposisi didaktik dalam pengajaran integral (Sevimli, 2022) menunjukkan bahwa proses penggunaan representasi yang berbeda sebagai keuntungan dalam kelas virtual, dan kelas tatap muka lebih efektif dalam perhitungan integral dan proses pembuktian. Transposisi didaktik dari aritmatika pecahan yang menginvestigasi sebuah kasus tentang arahan pengajaran pecahan yang ditetapkan oleh MEXT, dialihkan ke sekolah tambahan Jepang di Denmark (Aoki, 2022).

Berdasarkan penjelasan di atas, kajian transposisi didaktik pada konsep limit fungsi merupakan kajian yang penting dilakukan. Hal ini dikarenakan kajian ini dilakukan pada objek atau materi yang berbeda dari penelitian sebelumnya yaitu konsep limit fungsi aljabar. Selain itu, penelitian ini mengkaji proses transposisi melalui empat tahapan transposisi didaktik menurut Chevallard (*scholarly knowledge, knowledge to be taught, taught knowledge, learned knowledge*) dengan meliputi transposisi eksternal dan transposisi internal pada konsep limit fungsi. Dari awal sampai proses akhir transposisi yang dilakukan ini, peneliti terus

berusaha mempelajari konsep limit fungsi ditinjau dari pengetahuan saintifik dan pengetahuan yang sudah ditransformasikan dalam proses pengajaran di kelas. Dalam penelitian ini juga ditelusuri pemahaman, *concept image*, dan *learning obstacles* yang terjadi pada konsep limit fungsi. Penelitian ini dilakukan di perguruan tinggi dengan melibatkan mahasiswa pada tahun pertama perkuliahan yang sudah mempelajari materi limit fungsi pada mata kuliah kalkulus diferensial.

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini untuk mengeksplorasi proses transposisi didaktik pada konsep limit fungsi di perguruan tinggi. Dalam hal ini juga mengkaji *concept image* dan *learning obstacle* pada konsep limit fungsi berdasarkan pengalaman mahasiswa dalam pembelajaran kalkulus diferensial khususnya materi limit fungsi. Selain itu, menyusun desain didaktis dengan mempertimbangkan proses transposisi yang sudah dilakukan dan juga hambatan belajar yang ditemukan sebagai dasar dalam melakukan transposisi selanjutnya.

1.3. Pertanyaan Penelitian

Adapun pertanyaan yang menjadi fokus kajian pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana sajian materi limit fungsi dalam kurikulum dan buku teks ditinjau dari *knowledge to be taught*?
2. Bagaimana proses transposisi didaktik internal dosen pada pembelajaran konsep limit fungsi ditinjau dari *taught knowledge*?
3. Bagaimana *concept images* mahasiswa pada konsep limit fungsi berdasarkan pengalaman belajar ditinjau dari *learned knowledge*?
4. Bagaimana *learning obstacles* mahasiswa pada konsep limit fungsi berdasarkan pengalaman belajar ditinjau dari *learned knowledge*?

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dan manfaat dari segi teoritis, kebijakan, dan praktis.

a. Manfaat dari segi teoritis

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi secara teori bagi perkembangan keilmuan matematika maupun penelitian khususnya pada

materi limit fungsi. Selain itu, penelitian ini juga memberikan gambaran penerapan teori-teori didaktis dalam pendidikan seperti transposisi didaktik, situasi didaktis, prakseologi, dan juga kajian tentang *concept image* dan hambatan belajar. Dengan demikian, penelitian ini menghasilkan gambaran pengetahuan tentang konsep limit fungsi dari matematikawan, dosen, dan mahasiswa berdasarkan proses transposisi sehingga dapat diidentifikasi *learning obstacles* yang terjadi.

b. Manfaat dari segi kebijakan

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan masukan bagi para pemangku kebijakan dalam memanfaatkan dan merekomendasikan kajian transposisi didaktik sebagai salah satu upaya menghasilkan desain didaktis yang dapat diimplementasikan untuk melakukan perbaikan pembelajaran matematika khususnya bagi mahasiswa calon guru matematika. Dalam penelitian ini juga dirancang suatu *learning trajectory* dan desain didaktis yang dapat digunakan pada konsep limit fungsi. Hal ini sebagai upaya peneliti berkontribusi dalam dunia pendidikan untuk membantu perancangan kurikulum yang tepat sasaran di perguruan tinggi, khususnya pada mata kuliah Kalkulus Diferensial yang memuat bahasan tentang limit fungsi sebagai materi dasar dan prasyarat untuk mempelajari materi turunan dan integral.

c. Manfaat dari segi praktis

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi salah satu sumber informasi bagi guru atau dosen matematika di perguruan tinggi khususnya pada program studi pendidikan matematika dalam menerapkan kajian transposisi didaktik untuk menelusuri peralihan pengetahuan ilmiah menjadi pengetahuan sekolah, dan juga dapat menghasilkan suatu desain didaktis.

1.5. Definisi Operasional

Untuk memberi arahan dan menghindari persepsi yang berbeda, istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian ini dipandang perlu untuk didefinisikan, antara lain:

- a. Transposisi didaktik merupakan proses peralihan pengetahuan yang dipelajari menjadi pengetahuan yang diajarkan. Transposisi dalam penelitian ini terdiri

atas transposisi yang dilakukan peneliti dan transposisi internal yang dilakukan dosen. Transposisi internal ini sebagai panduan bagi peneliti dalam melakukan transposisi sehingga menghasilkan desain didaktis alternatif.

- b. Materi limit fungsi yang dibahas dalam penelitian ini dibatasi hanya pada limit fungsi aljabar, terdiri atas konsep limit di satu titik, limit di tak hingga, limit tak hingga, dan hubungan antara fungsi dan limit.
- c. *Concept image* merupakan pengetahuan yang terbentuk dari dampak proses belajar dengan desain didaktis tertentu. Pembentukan konsep ini sesuai dengan kapasitas, pengalaman, dan sumber belajar, serta pengetahuan yang dimiliki seseorang. Hal ini mengakibatkan *concept image* antar individu dapat bervariasi.
- d. *Learning obstacles* merupakan hambatan belajar yang diakibatkan faktor eksternal yaitu desain didaktis. Tiga jenis hambatan ini yaitu:
 - (1) Hambatan ontogenik berkaitan dengan *individual development*, kesenjangan tuntutan desain dengan kapasitas anak, yang bersifat psikologis (aspek psikologis, misal motivasi), dan instrumental (bersifat teknis), serta konseptual (tingkatan konseptual). Hambatan ini diperoleh dari analisis hasil tes tertulis dan wawancara.
 - (2) Hambatan didaktis berkaitan dengan kesenjangan urutan dan tahapan materi dalam kurikulum serta penyajiannya di kelas. Hambatan ini diperoleh dari analisis kurikulum, buku teks, dan bahan ajar serta diskusi dengan dosen dan mahasiswa terkait pembelajaran limit fungsi.
 - (3) Hambatan epistemologis berkaitan dengan *knowledge* dan *how to get knowledge*, keterbatasan pemahaman seseorang tentang sesuatu yang hanya dikaitkan dengan konteks tertentu sesuai pengalaman belajarnya. Hambatan ini diperoleh dari analisis hasil tes dan wawancara dengan subjek penelitian.