

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas metodologi penelitian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi portofolio saham. Pembahasan diawali dengan mendeskripsikan masalah, menjelaskan tahapan penelitian, menjelaskan asumsi dan membuat model multiobjektif, memaparkan penyelesaian model, serta menjelaskan contoh masalah optimisasi portofolio saham menggunakan pendekatan *fuzzy goal programming*.

3.1 Deskripsi Masalah

Dalam pembentukan portofolio saham, timbul masalah mengenai penentuan saham terbaik yang harus dipilih ke dalam portofolio dan proporsi dana yang harus diinvestasikan agar menghasilkan portofolio yang optimal. Portofolio optimal adalah portofolio yang terdiri dari kombinasi saham terbaik yang menghasilkan tingkat pengembalian tinggi serta risiko rendah sesuai dengan preferensi investor. Untuk itu, investor harus melakukan analisis terhadap portofolio tersebut. Salah satu cara untuk membentuk portofolio optimal adalah dengan model Markowitz. Penentuan portofolio dengan model Markowitz menekankan pada hubungan *return* dan risiko investasinya. Permasalahan pembentukan portofolio optimal dengan optimisasi risiko dan *return* dapat dipandang sebagai masalah multiobjektif dengan dua fungsi tujuan, yaitu memaksimalkan *return* dan meminimumkan risiko. Dalam penelitian ini, masalah multiobjektif tersebut akan diselesaikan dengan pendekatan *fuzzy goal programming*.

Penyelesaian masalah multiobjektif dengan pendekatan *fuzzy goal programming* untuk membentuk portofolio optimal selanjutnya akan diimplementasikan pada saham-saham yang terdaftar pada Jakarta *Islamic Index* (JII), salah satu indeks saham syariah yang ada di Indonesia. Menurut Pengumuman BEI No. Peng-00302/BEI.POP/11-2-22 perihal Evaluasi Indeks ISSI, JII, JII70, IDX-MES BUMN 17 dan IDX Sharia Growth, terdapat 30 saham yang termasuk dalam indeks tersebut. Ketigapuluh saham tersebut yaitu ACES, ADRO, AKRA, ANTM, BRIS, BRPT, CPINM, EXCL, HEAL, HRUM, ICBP, INCO, INDF, INKP, INTP, ITMG, KLBF, MIKA, MTEL, PGAS, PTBA, SCMA, SIDO, SMGR, TINS, TLKM, TPIA, UNTR, dan UNVR. Dari ketigapuluh saham yang terdaftar, saham yang dapat disertakan ke dalam portofolio akan diseleksi melalui analisis data. Dengan demikian, banyaknya saham dari portofolio optimal yang terbentuk adalah kurang dari atau sama

dengan 30 saham. Saham yang membentuk portofolio optimal tidak hanya diseleksi tapi juga ditentukan proporsi investasinya. Proporsi investasi dari masing-masing saham akan ditentukan melalui model multiobjektif yang diselesaikan dengan pendekatan *fuzzy goal programming* untuk membentuk portofolio saham yang optimal.

3.2 Tahapan Penelitian

Berikut ini adalah tahapan yang dilaksanakan dalam menyelesaikan penelitian.

1. Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah dilakukan sebagai tahapan awal penelitian sebagai upaya mendefinisikan permasalahan serta menentukan metode dan langkah penyelesaian yang tepat.

2. Studi Pustaka

Penelitian ini pada dasarnya merupakan pengaplikasian metode *fuzzy goal programming* dalam bidang ekonomi yaitu portofolio saham. Oleh karena itu, pada tahapan ini dilakukan studi pustaka terkait materi portofolio saham termasuk model Markowitz yang mengkuantifikasi konsep portofolio saham, serta konsep matematika mengenai kombinasi dari *goal programming* dan teori himpunan *fuzzy*.

3. Pengolahan Data

Pada tahapan ini dilakukan pengumpulan data yang diperoleh dari Bursa Efek Indonesia (BEI) atau *Indonesia Stock Exchange* (IDX) melalui laman resminya <https://www.idx.co.id/id/data-pasar/ringkasan-perdagangan/ringkasan-saham/> juga melalui <https://finance.yahoo.com>. Variabel yang digunakan adalah data harga penutupan harian seluruh saham yang terdaftar pada indeks yang disebutkan sebelumnya. Data penutupan harian saham kemudian diolah untuk memperoleh data *return* realisasian saham, rata-rata *return* saham, korelasi saham, serta varians-kovarians saham.

4. Analisis Data

Tahapan ini dilakukan untuk menentukan saham yang layak dipilih dalam pembentukan portofolio berdasarkan perhitungan *return* dan korelasi masing-masing saham. Saham dengan rata-rata *return* negative tidak akan dimasukkan ke

dalam portofolio, begitu juga dua saham berbeda yang memiliki korelasi sempurna yaitu +1.

5. Pembangunan Model Optimisasi

Pada tahapan ini dibangun model optimisasi terkait masalah pembentukan portofolio yang optimal.

6. Penyelesaian Model Menggunakan *Fuzzy Goal Programming*

Pada tahapan ini model optimisasi yang telah dibangun diubah ke dalam bentuk permasalahan *fuzzy goal programming* dan model penyelesaian *fuzzy goal programming*.

7. Validasi

Pada tahap ini, model dan metode penyelesaian masalah optimisasi portofolio saham divalidasi dengan membandingkan solusi yang dihasilkan pendekatan *fuzzy goal programming* dari contoh kasus yang telah diketahui solusinya. Jika solusi yang dihasilkan sama, maka tahapan penelitian dilanjutkan ke tahap implementasi. Jika tidak sama, maka tahapan diulangi dari pemodelan.

8. Implementasi

Model dan metode penyelesaian yang telah valid akan diimplementasikan pada masalah optimisasi saham portofolio syariah.

9. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan akan dilakukan berdasarkan hasil implementasi.

3.3 Model Multiobjektif Masalah Optimisasi Saham

Dari 30 saham, saham yang terpilih untuk dimasukkan ke dalam portofolio merupakan saham-saham dengan *return* realisasian yang positif. Ini berarti, *capital gain* dari saham lebih besar dibandingkan dengan *capital loss* nya sehingga saham layak dimasukkan ke dalam portofolio. Selain itu, dibentuk matriks korelasi untuk memastikan bahwa tidak ada saham dengan nilai korelasi 1. Artinya, untuk semua saham perusahaan yang termasuk sampel penelitian dapat dilakukan diversifikasi atau risikonya dapat dikurangi dengan menggabungkan berbagai jenis saham dalam sebuah portofolio. Dengan demikian, akan terjadi penurunan risiko di portofolio, akan tetapi tidak dapat menghilangkan semua risikonya.

Dari masalah optimisasi pembentukan portofolio saham tersebut, dibangun model matematika yang bersesuaian. Pembangunan model masalah ini dimulai dengan

terlebih dahulu membangun model multiobjektif awal. Model tersebut akan digunakan untuk membangun model *goal programming* dengan pendekatan *fuzzy* atau disebut model *fuzzy goal programming*. Sebelum membangun model optimisasi, terlebih dahulu didefinisikan variabel keputusan serta parameter yang akan dipergunakan dalam model optimisasi tersebut.

Variabel keputusan pada model optimisasi pembentukan portofolio saham yaitu tingkat pengembalian harapan (*expected return*) dari masing-masing saham, proporsi dana yang dialokasikan untuk masing-masing saham, serta matriks varians kovarians yang berkorespondensi. Pendefinisian parameter-parameter pada model optimisasi pembentukan portofolio saham adalah sebagai berikut:

- r_i adalah *return* dari saham i pada portofolio.
- X_i adalah proporsi dana yang dialokasikan untuk saham i pada portofolio.
- r vektor rata-rata dari *return*.
- α_1 adalah ekspektasi *return* minimum yang ditetapkan oleh investor.
- α_2 adalah risiko maksimum yang ditetapkan oleh investor.
- n adalah banyaknya saham yang dilibatkan dalam pembentukan portofolio.

Tahap selanjutnya adalah menentukan fungsi tujuan dari model optimisasi. Fungsi tujuan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Memaksimumkan ekspektasi *return* dari portofolio.

Secara matematis, tujuan ini dapat dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

Maksimumkan:

$$E(r_p) = E\left(\sum_{i=1}^n r_i X_i\right) = r^t X \quad (3.1)$$

2. Meminimumkan risiko portofolio.

Risiko portofolio adalah varians dari portofolio sehingga secara matematis, tujuan ini dapat dinyatakan dengan rumus berikut:

Minimumkan:

$$Var(r_p) = Var\left(\sum_{i=1}^n r_i X_i\right) = X^t Q X \quad (3.2)$$

Setelah mendefinisikan variabel keputusan, parameter model, serta fungsi tujuan, langkah selanjutnya yaitu menentukan kendala-kendala model. Kendala-kendala model optimisasi pembentukan portofolio terkait kondisi-kondisi berikut:

1. Ekspektasi retron yang dihasilkan harus lebih dari atau sama dengan ekspektasi *return* yang dapat diterima investor.

$$E(r_p) \geq \alpha_1$$

2. Risiko yang dihasilkan harus kurang dari atau sama dengan risiko yang dapat diterima oleh investor.

$$\text{Var}(r_p) \leq \alpha_2$$

3. Total seluruh proporsi dana yang dialokasikan pada setiap saham adalah 1.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Batasan variabel menentukan bahwa semua variabel yang terlibat bernilai nonnegatif. Batasan ini dituliskan sebagai:

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Selengkapnya, model optimisasi masalah pembentukan portofolio adalah sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$f_1 = r^t X$$

Minimumkan:

$$f_2 = X^t Q X$$

Terhadap:

$$E(r_p) \geq \alpha_1$$

$$\text{Var}(r_p) \leq \alpha_2$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

Persamaan (3.3) termasuk dalam kategori model multiobjektif *nonlinear programming*. Pada sub bab selanjutnya akan dibahas teknik penyelesaian model di atas dengan menggunakan pendekatan *fuzzy goal programming*.

3.4 Penyelesaian Model Menggunakan *Fuzzy Goal Programming*

Pada penelitian ini, model optimisasi masalah pembentukan portofolio saham akan diselesaikan dengan pendekatan *fuzzy goal programming*. Berikut adalah tahapan penyelesaian model dengan menggunakan *fuzzy goal programming*.

1. Menentukan fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk *expected return*.

Pertama, untuk masing-masing *expected return* dan tingkat risiko, pengambil keputusan mendefinisikan tingkat kebutuhan yang harus dipenuhi oleh seluruh solusi fisibel atau syarat minimum. Didefinisikan juga tingkat kecukupan dimana pembuat keputusan akan puas dengan solusi (Inan dan Apaydin, 2013). Pada pembentukan portofolio, semakin tinggi nilai *expected return*, maka portofolio semakin baik. Oleh karena itu, fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk *expected return* didefinisikan sebagai:

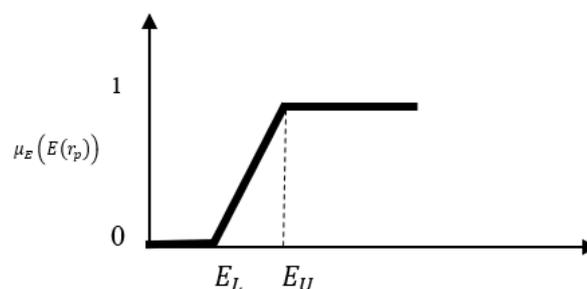
$$\mu_E(E(r_p)) = \begin{cases} 0; & E(r_p) \leq E_L \\ \frac{E(r_p) - E_L}{E_U - E_L}; & E_L \leq E(r_p) \leq E_U \\ 1; & E(r_p) \geq E_U \end{cases} \quad (3.4)$$

di mana:

E_L : derajat kebutuhan.

E_U : derajat kecukupan.

Fungsi keanggotaan pada Persamaan (3.4) adalah fungsi linear naik dan digambarkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 Kurva Fungsi Keanggotaan *Expected Return*.

2. Menentukan fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk risiko.

Berdasarkan model *mean-variance* Markowitz, risiko investasi adalah varians dari *return*. Dengan demikian, semakin sedikit varians maka portofolio

yang dibentuk semakin baik. Oleh karena itu, fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk *expected return* didefinisikan sebagai:

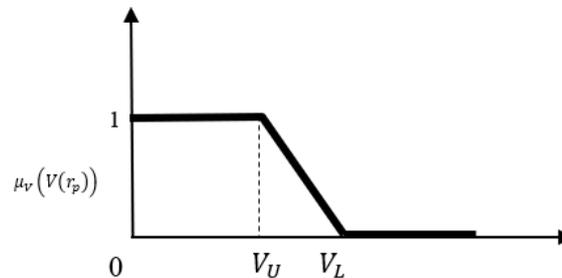
$$\mu_V(\text{Var}(r_p)) = \begin{cases} 1; & \text{Var}(r_p) \leq V_U \\ \frac{V_L - \text{Var}(r_p)}{V_L - V_U}; & V_U \leq \text{Var}(r_p) \leq V_L \\ 0; & \text{Var}(r_p) \geq V_L \end{cases} \quad (3.5)$$

di mana:

V_L : derajat kebutuhan.

V_U : derajat kecukupan.

Fungsi keanggotaan pada Persamaan (3.5) adalah fungsi linear turun dan digambarkan pada Gambar 3.2.



Gambar 3. 2 Kurva Fungsi Keanggotaan Risiko.

3. Mengubah model multiobjektif menjadi model *Fuzzy Goal Programming*.

Untuk mengubah model multiobjektif menjadi *fuzzy goal programming* dilakukan langkah berikut. Misalkan $D = \{E(r_p), \text{Var}(r_p)\}$ adalah tujuan *fuzzy* yang akan dioptimalkan dengan $E(r_p) = r^t X$ dan $\text{Var}(r_p) = X^t Q X$. Maka berdasarkan bentuk umum masalah *fuzzy goal programming*, masalah pembentukan portofolio optimal dapat dinyatakan sebagai:

Optimalkan:

D

Terhadap:

$$\begin{aligned} \widetilde{E(r_p)} &\lesseqgtr \widetilde{\alpha}_1 \\ \widetilde{\text{Var}(r_p)} &\lesseqgtr \widetilde{\alpha}_2 \\ \sum_{i=1}^n X_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

Berdasarkan Definisi (2.1) tentang keputusan *fuzzy* atau *fuzzy decision*, maka fungsi keanggotaan untuk himpunan D, yakni $\mu_D(x)$, adalah sebagai berikut:

$$\mu_D(x) = \mu_E(E(r_p)) \wedge \mu_V(Var(r_p)) = \text{Min}(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(Var(r_p)))$$

dengan $\mu_E(E(r_p))$ dan $\mu_V(Var(r_p))$ masing-masing adalah fungsi keanggotaan untuk tingkat pengembalian yang diharapkan ($E(r_p)$) dan risiko ($Var(r_p)$) yang terdapat pada Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.5). Pada fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk tingkat pengembalian yang diharapkan ($E(r_p)$) dan risiko ($Var(r_p)$), semakin besar derajat keanggotaan ($E(r_p)$) dan ($Var(r_p)$), maka semakin baik pengaruhnya pada portofolio atau dengan kata lain semakin membuat portofolio mendekati optimal. Oleh karena itu, untuk membentuk portofolio optimal, derajat keanggotaan untuk ($E(r_p)$) dan ($Var(r_p)$) harus dimaksimalkan. Berdasarkan Persamaan (2.12), formulasi untuk keputusan yang memaksimalkan adalah sebagai berikut:

$$\text{Max } \mu_D(x) = \text{Max } \text{Min}(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(Var(r_p)))$$

Dengan demikian, masalah *fuzzy mathematical programming* yang berkorespondensi adalah:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

Terhadap:

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \mu_E(E(r_p)) \\ \lambda &\leq \mu_V(Var(r_p)) \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

di mana:

$$\lambda = \text{Min}(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(Var(r_p)))$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.7), maka diperoleh:

$$(i) \quad \lambda \leq \mu_E(E(r_p))$$

Karena $\mu_E (E(r_p) = \frac{E(r_p) - E_L}{E_U - E_L})$, maka:

$$\lambda \leq \frac{E(r_p) - E_L}{E_U - E_L}$$

Kemudian kalikan ruas kiri dan kanan dari pertidaksamaan di atas dengan $(E_U - E_L)$. Maka diperoleh:

$$\lambda(E_U - E_L) \leq E(r_p) - E_L$$

atau

$$\lambda(E_L - E_U) \geq E_L - E(r_p)$$

Dengan menambahkan kedua ruas dengan $E(r_p)$, maka diperoleh:

$$E(r_p) + \lambda(E_L - E_U) \geq E_L$$

(ii) $\lambda \leq \mu_V (Var(r_p))$

Karena $\mu_V (Var(r_p) = \frac{V_L - Var(r_p)}{V_L - V_U})$, maka:

$$\lambda \leq \frac{V_L - Var(r_p)}{V_L - V_U}$$

Kemudian kalikan ruas kiri dan kanan dari pertidaksamaan di atas dengan $(V_L - V_U)$. Maka diperoleh:

$$\lambda(V_L - V_U) \leq V_L - Var(r_p)$$

Dengan menambahkan kedua ruas dengan $Var(r_p)$, maka diperoleh:

$$Var(r_p) + \lambda(V_L - V_U) \leq V_L$$

Dengan demikian, diperoleh masalah optimisasi sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

Terhadap:

$$Var(r_p) + (V_L - V_U)\lambda \leq V_L$$

$$E(r_p) + (E_L - E_U)\lambda \geq E_L$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\lambda \geq 0$$

$$X_i \geq 0$$

(3.8)

Karena salah satu parameter pada fungsi kendala yang pertama adalah $Var(r_p) = X^t Q X$, maka fungsi kendala pertama pada Persamaan (3.8) merupakan fungsi nonlinier. Dengan demikian, Persamaan (3.8) dapat diselesaikan dengan metode penyelesaian model optimisasi *nonlinear programming*.

3.5 Contoh Kasus dan Penyelesaian

Untuk memperjelas langkah dari teknik penyelesaian yang telah dijelaskan di atas, maka diberikan contoh kasus berikut. Misalkan terdapat lima sampel saham yang dipilih secara acak dan memiliki *return* positif kemudian dibentuk portofolio optimal dari saham-saham tersebut dengan metode *fuzzy goal programming*. Berikut adalah tahapan optimisasi portofolio saham di atas.

1. Perhitungan dan analisis data

Data harga penutupan dari lima sampel saham yang akan digunakan terdapat pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3. 1 Harga Penutupan Harian Saham.

Kode Saham Tanggal	AALI	ADRO	UNTR	ABMM	AKRA
24-Nov	8325	3750	29975	3470	1365
25-Nov	8375	3730	29850	3470	1360
28-Nov	8300	3740	29750	3680	1370
29-Nov	8275	3880	30700	3680	1390
30-Nov	8325	3870	30800	3670	1385
01-Des	8350	3900	30675	3810	1440

Tahap pertama adalah perhitungan *return*, rata-rata *return*, dan korelasi untuk masing-masing saham. *Return* dihitung berdasarkan Persamaan (2.1) dengan *input* harga penutupan harian saham pada Tabel 3.1. Selanjutnya dihitung rata-rata *return* dari setiap saham. Nilai *return* dan rata-ratanya dapat dilihat pada Tabel 3.2. Demikian juga dihitung korelasi antar saham. Nilai korelasi ini dapat dilihat pada Tabel 3.3.

Tabel 3. 2 *Return* dan Rata-Rata *Return* Saham.

	AALI	ADRO	UNTR	ABMM	AKRA
Return	0,006006	-0,00533	-0,00417	0	-0,003663004
	-0,00896	0,002681	-0,00335	0,060519	0,007352941
	-0,00301	0,037433	0,031933	0	0,01459854
	0,006042	-0,00258	0,003257	-0,00272	-0,003597122
	0,003003	0,007752	-0,00406	0,038147	0,039711191
Rata-rata	0,000617	0,007991	0,004722	0,01919	0,010880509

Tabel 3. 3 Korelasi Saham.

Saham	AALI	ADRO	UNTR	ABMM	AKRA
AALI	1	-0,41519	-0,24357	-0,67527	-0,1459914
ADRO	-0,41519	1	0,917288	-0,15302	0,38039201
UNTR	-0,24357	0,917288	1	-0,46062	0,02434553
ABMM	-0,67527	-0,15302	-0,46062	1	0,45174603
AKRA	-0,14599	0,380392	0,024346	0,451746	1

Berdasarkan Tabel 3.2, dapat dilihat bahwa kelima saham memiliki rata-rata *return* positif dan berdasarkan Tabel 3.3, dapat dilihat bahwa tidak ada dua saham berbeda yang memiliki koefisien korelasi satu. Dengan demikian, kelima saham tersebut dapat disertakan pada sampel portofolio saham yang akan dibentuk. Varians dan kovarians saham untuk membentuk matriks sebagai komponen perhitungan risiko portofolio selanjutnya dihitung. Perhitungan varians dan kovarians saham tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3. 4 Varians dan Kovarians Saham.

Saham	AALI	ADRO	ANTM	ABMM	AKRA
AALI	0,000042	-0,000037	-0,000020	-0,000101	-0,000014
ADRO	-0,000037	0,000296	0,000196	-0,000060	0,000094
UNTR	-0,000020	0,000196	0,000241	-0,000164	0,000005
ABMM	-0,000101	-0,000060	-0,000164	0,000821	0,000185
AKRA	-0,000014	0,000094	0,000005	0,000185	0,000320

2. Model optimisasi

Berdasarkan Persamaan (3.1) dan Persamaan (3,2), masing-masing ekspektasi *return* yang harus dimaksimumkan dan risiko yang harus diminimumkan untuk portofolio yang akan dibentuk adalah sebagai berikut:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix},$$

$$r^t = [0,000617 \quad 0,007991 \quad 0,004722 \quad 0,01919 \quad 0,010880509],$$

dan

$$Q = \begin{bmatrix} 0,0000422414235390466 & \cdots & -0,0000135713327900650 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -0,0000135713327900650 & \cdots & 0,0003196478257491630 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian ekspektasi *return* dan risiko dari portofolio masing-masing dapat dituliskan sebagai:

$$E(r_p) = r^t X \quad (3.9)$$

$$Var(r_p) = X^T Q X \quad (3.10)$$

Untuk menentukan tingkat aspirasi α_1 dan α_2 , dihitung terlebih dahulu nilai ekspektasi *return* dan risiko saham ketika proporsi untuk masing saham sama yaitu $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = \frac{1}{5} = 0,2$. Hal ini dilakukan untuk menghindari tingkat aspirasi yang tidak realistis. Berikut adalah perhitungan *return* dan risiko ketika $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = \frac{1}{5} = 0,2$.

a. Ekspektasi *return* portofolio

Misalkan akan dibentuk portofolio A dengan $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = \frac{1}{5} = 0,2$, $E(r_p)_A$ adalah ekspektasi *return* dari portofolio A, dan proporsi untuk masing-masing saham pada portofolio A didefinisikan dengan:

$$X_A = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, dapat dihitung ekspektasi *return* dari portofolio A sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(r_p)_A &= r^t X_A \\ &= 0,2(0,000617+0,007991+0,004722+0,01919+0,010880509) \\ &= 0,008680076 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah mendefinisikan sembarang batas bawah dan batas atas untuk $E(r_p)$ yaitu $E_L = 0,0087$ dan $E_U = 0,0095$. Batas bawah dan batas atas tersebut sebagai tingkat aspirasi atau tingkat kepuasan investasi yang realistis berdasarkan ekspektasi *return* portofolio yang diperoleh ketika $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = \frac{1}{5} = 0,2$.

b. Risiko portofolio

Misalkan $Var(r_p)_A$ adalah risiko dari portofolio A. Karena:

$$Q = \begin{bmatrix} 0,0000422414235390466 & \cdots & -0,0000135713327900650 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -0,0000135713327900650 & \cdots & 0,0003196478257491630 \end{bmatrix}$$

dan

$$X_A = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

maka

$$\begin{aligned} Var(r_p)_A &= X_A^T Q X_A \\ &= 0,0000755916266271984 \end{aligned}$$

Selanjutnya dipilih sembarang batas bawah dan batas atas untuk fungsi keanggotaan $Var(r_p)$ yaitu $V_U = 0,00007$ dan $V_L = 0,00008$. Batas bawah dan batas atas tersebut sebagai tingkat aspirasi atau tingkat kepuasan investasi yang realistis berdasarkan risiko portofolio yang diperoleh ketika $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = \frac{1}{5} = 0,2$.

Dengan demikian, model optimisasi untuk masalah pembentukan portofolio untuk lima sampel saham berdasarkan Tabel 3.1 sampai dengan Tabel 3.4 dan berdasarkan Persamaan (3.7) adalah sebagai berikut :

Maksimumkan:

$$r^t X$$

Minimumkan:

$$X^T Q X$$

Terhadap:

$$E(r_p) \geq 0,0087$$

$$\text{Var}(r_p) \leq 0,00008$$

$$\sum_{i=1}^5 X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5$$

3. Model *Fuzzy Goal Programming*

Pada tahapan ini dilakukan pembentukan model *fuzzy goal programming* untuk masalah pembentukan portofolio dari lima saham pada Tabel 3.1 sampai dengan Tabel 3.4. Berdasarkan model umum masalah *fuzzy goal programming* pada Persamaan (2.12) serta tingkat aspirasi yang telah ditetapkan, model *fuzzy goal programming* untuk masalah pembentukan portofolio dari kelima saham adalah sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$r^t X$$

Minimumkan:

$$X^T Q X$$

Terhadap:

$$E(r_p) \gtrsim 0,0087$$

$$\text{Var}(r_p) \lesssim 0,00008$$

$$\sum_{i=1}^5 X_i \cong 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5$$

4. Penyelesaian Model *Fuzzy Goal Programming*

Pada tahapan ini model dari masalah *fuzzy goal programming* akan diselesaikan dengan metode *nonlinear programming*. Model penyelesaian yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah portofolio saham berdasarkan Persamaan (3.8). Terlebih dahulu dilakukan pembentukan fungsi keanggotaan $E(r_p)$ dan $Var(r_p)$ sebagai berikut:

$$\mu_E(E(r_p)) = \begin{cases} 0; & E(r_p) \leq 0,0087 \\ \frac{E(r_p) - 0,0087}{0,0008}; & 0,0087 \leq E(r_p) \leq 0,0095 \\ 1; & E(r_p) \geq 0,0095 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\mu_V(Var(r_p)) = \begin{cases} 1; & Var(r_p) \leq 0,00007 \\ \frac{0,00008 - Var(r_p)}{0,00001}; & 0,00008 \leq Var(r_p) \leq 0,00007 \\ 0; & Var(r_p) \geq 0,00008 \end{cases} \quad (3.12)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (3.11) dan Persamaan (3.12) ke model yang telah dibentuk yaitu Persamaan (3.8), diperoleh model sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

Terhadap:

$$Var(r_p) + (0,00001)\lambda \leq 0,0008$$

$$E(r_p) - (0,0008)\lambda \geq 0,0087$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 1$$

$$\lambda \geq 0$$

$$X_i \geq 0, i = 1, \dots, 5.$$

dengan:

$$\lambda = \text{Min} \left(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(Var(r_p)) \right)$$

Model di atas kemudian diselesaikan dengan metode *nonlinear programming* menggunakan aplikasi LINGO 20.0 dan hasilnya dapat dilihat pada Tabel 3.5

Tabel 3. 5 Hasil Perhitungan Menggunakan LINGO.

Variabel	Nilai
λ	0,6227882
X_1	0,2560798
X_2	0,2123904
X_3	0,1143153
X_4	0,27238590
X_5	0,1448286

Karena $\lambda = \min (\mu_E (E(r_p)), \mu_V (Var(r_p)))$, maka $E(r_p)$ dapat diperoleh dengan mensubstitusikan $\lambda = 0,6227882$ ke Persamaan (3.11), sedangkan $Var(r_p)$ dapat diperoleh dengan mensubstitusikan $\lambda = 0,6227882$ ke Persamaan (3.12). Berikut adalah tahapan untuk memperoleh nilai ekspektasi return $E(r_p)$ dan risiko $Var(r_p)$:

- Subtitusikan $\mu_E (E(r_p)) = 0,6227882$ ke Persamaan (3.11), diperoleh:

$$\frac{E(r_p) - 0,0087}{0,0008} = 0,6227882$$

Kemudian kalikan ruas kiri dan kanan dengan 0,0008, maka diperoleh:

$$E(r_p) - 0,0087 = 0,6227882(0,0008)$$

Untuk memperoleh $E(r_p)$, tambahkan kedua ruas dengan 0,0087 sehingga menjadi:

$$E(r_p) = 0,6227882(0,0008) + 0,0087 = 0,009198231$$

- Dengan mensubstitusikan $\mu_V (Var(r_p)) = 0,6227882$ ke Persamaan (3.12), diperoleh:

$$\frac{0,00008 - Var(r_p)}{0,00001} = 0,6227882$$

Kemudian kalikan ruas kiri dan kanan dengan 0,00001, maka diperoleh:

$$0,00008 - Var(r_p) = 0,6227882 (0,00001)$$

Untuk memperoleh $Var(r_p)$, tambahkan kedua ruas dengan $2 * Var(r_p)$ sehingga didapat:

$$\begin{aligned} Var(r_p) &= 0,00008 - 0,000006227882 \\ &= 0,000073772118 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 3.5, juga diperoleh bahwa proporsi dana optimal yang dapat diinvestasikan untuk masing-masing saham yang diwakili oleh X_1, X_2, \dots, X_5 . Proporsi dana untuk masing-masing saham tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} X_1 &= 0,2560798 \\ X_2 &= 0,2123904 \\ X_3 &= 0,1143153 \\ X_4 &= 0,2723859 \\ X_5 &= 0,1448286 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil di atas dapat disimpulkan bahwa portofolio optimal dapat dibentuk melalui pengalokasian dana investasi dengan strategi berikut:

- 0,2560798 atau 25,60798% dari dana investasi dialokasikan ke saham AALI.
- 0,2123904 atau 21,23904% dari dana investasi dialokasikan ke saham ADRO.
- 0,1143153 atau 11,43153% dari dana investasi dialokasikan ke saham UNTR.
- 0,2723859 atau 27,23859% dari dana investasi dialokasikan ke saham ABMM.
- 0,1448286 atau 14,48286% dari dana investasi dialokasikan ke saham AKRA.

Melalui strategi tersebut, dapat diperoleh portofolio saham yang menghasilkan tingkat pengembalian harapan sebesar 0,009198231 dengan risiko 0,000073772118. Sedangkan tingkat pengembalian harapan dan risiko portofolio saham yang dihasilkan ketika proporsi masing-masing saham sama, yaitu $X_1, \dots, X_5 = 0,2$ masing-masing adalah 0,00868007 dan 0,0000755916266271984.

Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa tingkat pengembalian harapan dari portofolio saham yang dihasilkan melalui metode penyelesaian model optimisasi *nonlinear programming* lebih besar daripada tingkat pengembalian harapan dari portofolio saham yang dihasilkan ketika proporsi masing-masing saham sama.

Sedangkan, risiko dari portofolio saham yang dihasilkan melalui metode penyelesaian model optimisasi *nonlinear programming* lebih kecil daripada tingkat pengembalian harapan dari portofolio saham yang dihasilkan ketika proporsi masing-masing saham sama. Dengan demikian, baik dilihat dari ekspektasi *return* maupun risikonya, portofolio saham yang dibentuk melalui pendekatan *fuzzy goal programming* dengan metode penyelesaian *nonlinear programming* lebih baik dibandingkan portofolio A yang dibentuk dengan mengalokasikan proporsi dana yang sama untuk masing-masing saham.