



BAB III

METODE DEKOMPOSISI

3.1 Arti dan Pentingnya Analisis Deret Waktu

Data deret waktu adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk menggambarkan perkembangan suatu kegiatan (perkembangan produksi, harga, hasil penjualan, jumlah penduduk, jumlah kecelakaan, jumlah kejahatan, jumlah peserta KB, dan lain sebagainya). Analisis data deret waktu memungkinkan peneliti untuk mengetahui perkembangan suatu atau beberapa kejadian serta hubungan atau pengaruhnya terhadap kejadian lainnya. Misalnya, apakah kenaikan biaya iklan akan diikuti oleh kenaikan penerimaan hasil penjualan, apakah kenaikan jumlah penggunaan pupuk diikuti dengan kenaikan produksi padi. Dengan kata lain, apakah perubahan suatu kejadian mempengaruhi kejadian lainnya.

Secara matematis suatu data deret waktu diberi simbol $Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_n$ sebagai nilai dari variabel Y (bisa berupa data produksi, hasil penjualan, ekspor, harga, dan lain sebagainya). Dimana Y_1 adalah data pada waktu pertama, Y_2 data pada waktu kedua, Y_i data pada waktu i dan Y_n data pada waktu n . Dengan kata lain Y merupakan suatu fungsi dari waktu, $Y = f(X)$, dimana X adalah waktu.

Klasifikasi gerakan atau Variasi data deret waktu

Gerakan atau variasi data deret waktu terdiri dari empat macam atau empat komponen yaitu sebagai berikut:

1. Gerakan Trend Jangka Panjang (*long term movement or secular trend*), yaitu suatu gerakan yang menunjukkan arah perkembangan secara umum (kecenderungan menaik atau menurun). Garis trend sangat berguna untuk membuat ramalan (*forecasting*) yang sangat diperlukan bagi perencanaan.
 2. Gerakan Siklus (*cyclical movements*), adalah gerakan atau variasi jangka panjang di sekitar garis trend (berlaku untuk data tahunan). Gerakan siklus ini bisa terulang setelah jangka waktu tertentu dan bisa juga terulang dalam jangka waktu yang tidak sama. Siklus bisnis adalah suatu contoh gerakan siklus yang menunjukkan jangka waktu terjadinya kemakmuran (*prosperity*), kemunduran (*recession*), depresi (*depression*), dan pemulihan (*recovery*).
 3. Gerakan musiman (*seasonal movements*), adalah gerakan yang mempunyai pola tetap dari waktu ke waktu, misalnya menaiknya harga pohon cemara menjelang Natal, meningkatnya harga-harga bahan makanan dan pakaian menjelang hari raya Idul Fitri.
 4. Gerakan atau variasi yang Tidak teratur (*irregular or random movements*), adalah gerakan atau variasi yang sifatnya sporadis, misalnya naik-turunnya produksi akibat banjir yang datangnya tidak teratur.
- Metode dekomposisi berusaha menguraikan suatu deret waktu kedalam subkomponen utamanya. Dengan demikian, bukan hanya pola tunggal suatu komponen yang diramalkan, melainkan berbagai pola yakni pola musiman (*seasonality*), pola kecenderungan (trend), pola siklus (*cycle*), serta ke-*randomness*, *smoothing* ikut ambil bagian dalam menentukan arah suatu peramalan.

Peramalan metode ini membuat *ekstrapolasi* dari tiap-tiap pola komponen secara terpisah dan menggabungkannya kembali ke dalam ramalan akhir.

Dekomposisi mempunyai asumsi bahwa data itu tersusun sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Data} &= \text{pola} + \text{error} \\ &= f(\text{trend, siklus, musiman}) + \text{error} \end{aligned}$$

jadi di samping komponen pola, terdapat pula unsur *error* atau keacakan. *Error* ini dianggap merupakan perbedaan antara pengaruh gabungan dari tiga sub-pola deret tersebut dengan data yang sebenarnya.

Secara matematis pendekatan dekomposisi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_x = f(I_x, T_x, C_x, E_x) \quad (3-1)$$

Y_x adalah nilai deret waktu (data yang aktual) pada periode x

I_x adalah indeks musiman pada periode x

T_x adalah trend pada periode x

C_x adalah indeks siklus pada periode x dan

E_x adalah indeks error pada periode x

Metode dekomposisi dapat berasumsi pada model aditif atau multiplikatif dan bentuknya dapat bervariasi. Sebagai contoh, dekomposisi rata-rata sederhana berasumsi pada model aditif:

$$Y_x = (I_x + T_x + C_x + E_x) \quad (3-2)$$

metode rasio pada trend menggunakan model multiplikatif dalam bentuk:

$$Y_x = (I_x \cdot T_x \cdot C_x \cdot E_x) \quad (3-3)$$

Metode dekomposisi rata-rata sederhana dan rasio-trend pada masa lalu telah digunakan terutama karena perhitungannya yang mudah. Tetapi metode tersebut kehilangan daya tariknya dengan dikenalnya komputer secara meluas, yang mengakibatkan aplikasi pendekatan dengan metode rasio rata-rata bergerak lebih disukai.

Sejak dikembangkan pada tahun 1920-an, metode rasio rata-rata bergerak merupakan prosedur dekomposisi yang telah banyak digunakan dalam beberapa puluh tahun lamanya, metode ini berasumsi pada model multiplikatif. Metode rasio rata-rata bergerak mula-mula memisahkan unsur trend-siklus dari data dengan menghitung rata-rata bergerak yang jumlah unsurnya sama dengan panjang musiman. Rata-rata bergerak dengan panjang seperti ini tidak mengandung pengaruh musiman dan tanpa atau sedikit sekali unsur acak. Berikut akan dibahas metode-metode untuk mendapatkan komponen-komponen deret waktu.

3.2 Menghitung Indeks Musiman

Gerakan musiman merupakan gerakan yang teratur dalam arti naik-turunnya terjadi pada waktu-waktu yang sama atau sangat berdekatan. Disebut gerakan musiman karena mempunyai pola tetap atau berulang-ulang secara teratur. Gerakan lainnya yang terjadi secara teratur dalam waktu yang singkat juga disebut gerakan musiman.

Pengetahuan tentang gerakan musiman ini sangat penting sebagai dasar penentuan langkah-langkah kebijakan dalam rangka mencegah hal-hal yang tak

diinginkan. Untuk menstabilkan harga beras, pemerintah melalui BULOG akan membeli beras pada waktu panen, disimpan di gudang-gudang, kemudian akan dijual lagi kepada masyarakat pada waktu paceklik, agar harga tidak melonjak tinggi.

Karena jumlah hari pada setiap bulan tidak sama, maka perlu diadakan penyesuaian data. Penyesuaian data mempunyai alasan sebagai berikut :

1. Jumlah hari untuk setiap bulan tidak sama.
2. Jumlah hari kerja tidak sama.
3. Jumlah jam kerja tidak sama.

Jadi kalau produksi atau penjualan suatu barang pada bulan Februari lebih kecil dari bulan lainnya, itu tidak berarti bahwa ada kemerosotan pada bulan itu, tetapi karena harinya hanya ada 28 hari. Gerakan musiman berhubungan dengan perubahan atau fluktuasi dalam musim-musim tertentu, dalam satuan bulanan, triwulan, semesteran atau tahunan. Variasi musiman misalnya terlihat pada produksi pertanian, pergerakan inflasi dan pasar saham.

Untuk keperluan analisis, seringkali data runtun waktu dinyatakan dalam bentuk angka indeks. Indeks musiman merupakan angka yang menunjukkan nilai relatif dari variabel Y, dimana Y adalah data deret waktu selama seluruh bulan dalam satu tahun (dapat lebih dari satu tahun). Rata-rata angka indeks musiman untuk satu periode adalah 100% (Tanda % sering dihilangkan atau tidak ditulis). Dengan kata lain indeks musiman adalah suatu angka yang bervariasi terhadap nilai dasar 100.

Ada beberapa metode untuk menghitung angka indeks musiman, antara lain metode rata-rata sederhana (*simple average method*), metode relatif bersambung (*link relative method*), metode rasio terhadap trend (*ratio to trend method*), dan metode rasio terhadap rata-rata bergerak (*ratio to moving average method*).

Pada metode rata-rata sederhana data yang ada di cari rata-rata bulanan untuk seluruh tahun, maksudnya angka rata-rata dipakai untuk mewakili bulan Januari, Februari, Maret ... hal ini dilakukan karena angka dari bulan tertentu berubah dari tahun ke tahun, sehingga perlu dicari rata-ratanya. Untuk mencari rata-rata bagi bulan tertentu, yaitu dengan cara menjumlahkan angka dari bulan tersebut kemudian membaginya dengan banyaknya tahun. Rata-rata tiap bulan dinyatakan sebagai persentase terhadap total rata-ratanya. Pengambilan rata-rata tiap bulan dimaksudkan untuk menghilangkan pengaruh trend.

Untuk menggunakan metode relatif bersambung, data bulanan yang asli mula-mula dinyatakan sebagai persentase dari data pada bulan yang mendahuluinya. Persentase-persentase yang didapat dengan cara demikian disebut relatif bersambung (*link relative*). Jadi relatif bersambung menghubungkan data pada bulan yang mendahuluinya. Kemudian diambil harga rata-rata atau median dari persentase-persentase tersebut untuk setiap bulan.

Pada metode Rasio terhadap trend data asli untuk setiap bulan dinyatakan sebagai persentase dari nilai-nilai trend bulanan. Rata-rata dari persentase ini merupakan indeks musiman. Kalau rata-rata indeks ini tidak sama dengan 100 atau jumlahnya tidak sama dengan 1200%, perlu diadakan penyesuaian. Tapi

indeks musiman yang dihasilkan tidak murni karena masih mengandung unsur siklus dan *error*.

Perhitungan indeks musiman dengan menggunakan metode rata-rata sederhana, metode relatif bersambung dan metode rasio terhadap trend pada masa lalu telah digunakan terutama karena perhitungannya yang mudah. Tetapi metode ini kehilangan daya tariknya dengan dikenalnya komputer secara meluas, yang mengakibatkan aplikasi pendekatan dengan metode rasio terhadap rata-rata bergerak lebih disukai.

Berikut adalah prosedur untuk mencari indeks musiman pada proses dekomposisi dengan metode rasio terhadap rata-rata bergerak:

- i) Pada data aktual, hitung rata-rata bergerak yang panjangnya N sama dengan panjang musiman.
- ii) Rata-rata bergerak ini digunakan untuk menghilangkan unsur musiman dan unsur *error*.
- iii) Rata-rata bergerak yang dihasilkan adalah :

$$M_x = T_x \cdot C_x \quad (3-4)$$

- iv) Dengan membagi data aktual pada persamaan (3-3) oleh persamaan (3-4) maka I dan E dapat dipisahkan yaitu:

$$\frac{Y_x}{M_x} = \frac{I_x \cdot T_x \cdot C_x \cdot E_x}{T_x \cdot C_x} = I_x \cdot E_x \quad (3-5)$$

- v) Kemudian mencari indeks musiman I_x dengan cara memisahkan dengan unsur *error* E yaitu dengan cara:
 - a. Gunakan rata-rata bergerak medial untuk menghilangkan unsur *error* E dan yang tersisa hanya faktor musiman.

- b. Rata-rata medial adalah nilai rata-rata untuk setiap deret waktu setelah dikeluarkan nilai terbesar dan nilai terkecil.
- c. Indeks musiman diperoleh dari rata-rata medial dikalikan dengan faktor koreksi.

3.3 Menghitung nilai trend

Seperti telah diuraikan di atas bahwa metode dekomposisi berusaha memecah data deret waktu menjadi musiman dalam hal ini indeks musimannya, trend, siklus dalam hal ini indeks siklusnya, serta acak yang nantinya akan digabungkan kembali pada proses peramalan. Pada bagian ini penulis akan membahas mengenai penghitungan nilai trend.

Menghitung nilai trend dapat dilakukan dengan beberapa metode, pada tugas akhir ini penulis hanya akan membahas tiga metode yang paling sering digunakan yaitu metode linier, metode trend kuadratis, dan metode eksponensial. Garis trend pada dasarnya adalah garis regresi dimana variabel bebas X merupakan variabel waktu. Ketiga metode tersebut menggunakan pendekatan metode kuadrat terkecil dengan asumsi $\sum_{i=1}^n X_i = 0$, terdapat dua cara agar jumlah nilai variabel waktu adalah nol

Cara 1 untuk n ganjil

Misalkan terdapat tiga buah data yaitu X_1, X_2, X_3 . pada umumnya yang diberi nilai 0 adalah variabel yang di tengah sehingga $X_1 = -1, X_2 = 0, X_3 = 1$. jika banyak data adalah ganjil maka dapat ditulis menjadi:

$$n = 2k + 1 \quad \text{dimana } k = \text{suatu bilangan bulat}$$

$$2k = n - 1 \quad n = \text{banyak data}$$

$$k = \frac{n-1}{2}$$

Sehingga data yang akan diberi nilai nol terdapat pada data ke

$$X_{k+1} = 0$$

Misalkan terdapat 3 buah data maka

$$n = 3 \text{ maka } k = \frac{n-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

sehingga $X_{k+1} = X_2 = 0$, artinya titik 0 terletak pada X_2 .

Jarak antara dua waktu diberi nilai satu satuan. Di atas 0 diberi tanda + dan dibawahnya diberi tanda - (... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ...).

Cara 2 untuk n genap

jika banyak data adalah genap maka dapat ditulis menjadi

$$n = 2k \quad \text{dimana } k = \text{suatu bilangan bulat}$$

$$k = \frac{n}{2} \quad n = \text{banyaknya data}$$

Sehingga data yang akan diberi nilai nol terdapat pada data ke

$X_{k+(k+1)} = 0$, artinya titik 0 terletak antara X_k dan X_{k+1} (seolah-olah disisipkan dan tak perlu dituliskan).

Misalkan X_1, X_2, X_3, X_4 dengan $n = 4$ maka diperoleh $k = 2$ sehingga $X_{k+(k+1)} = 0$ terletak antara data ke 2 dan ke 3. Jarak antara dua waktu diberi

nilai dua satuan, di atas 0 diberi tanda + di bawahnya tanda - (... -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7...).

Setelah nilai-nilai X diketahui maka selanjutnya akan ditentukan nilai trend dengan metode-metode sebagai berikut:

1. Metode Linier

Perhitungan nilai trend dengan metode ini dilakukan dengan menggunakan model linier yang ditaksir dengan persamaan

$$\hat{Y} = a + bX \quad (2-14)$$

dimana:

Y adalah data deret waktu

X adalah waktu (hari, minggu, bulan, triwulan, tahun)

a dan b adalah bilangan konstan

nilai a dan b diperoleh dari:

$$a = \frac{\sum Y}{n} \quad (3-6)$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad (3-7)$$

Bukti dapat dilihat pada Lampiran 1

2. Metode trend kuadratis (*Quadratic trend method*)

Menghitung nilai trend dengan metode ini dilakukan dengan menggunakan model taksiran :

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2 \quad (2-16)$$

dimana:

Y adalah data deret waktu

X adalah waktu (hari, minggu, bulan, triwulan, tahun)

a, b, dan c adalah bilangan konstan

nilai a, b dan c diperoleh dari:

$$a = \frac{((\sum Y)(\sum X^2 \cdot X^2) - (\sum X^2 \cdot Y)(\sum X^2))}{n(\sum X^2 \cdot X^2) - (\sum X^2)^2} \quad (3-8)$$

$$b = \frac{\sum X \cdot Y}{\sum X^2} \quad (3-9)$$

$$c = \frac{(n(\sum X^2 \cdot Y) - (\sum X^2)(\sum Y))}{n(\sum X^2 \cdot X^2) - (\sum X^2)^2} \quad (3-10)$$

Bukti dapat dilihat pada Lampiran 2

3. Metode trend eksponensial (*exponential trend method*)

Menghitung nilai trend dengan metode ini dilakukan dengan menggunakan taksiran dua persamaan:

$$(1) \quad \hat{Y} = a(1 + b)^x \quad (3-11)$$

Persamaan ini digunakan untuk variabel diskrit

$$(2) \quad \hat{Y} = a \cdot \text{Exp}(b \cdot X) \quad (3-12)$$

Persamaan ini digunakan untuk variabel kontinu, dimana:

Y adalah data deret waktu

X adalah waktu (hari, minggu, bulan, triwulan, tahun)

a dan b adalah bilangan konstan

nilai a dan b diperoleh dari:

$$a = \text{anti Ln} \frac{(\sum \text{Ln}Y)}{n} \quad (3-13)$$

$$b = \text{anti Ln} \frac{\sum (X \cdot \text{Ln}Y)}{\sum (X)^2} - 1 \quad (3-14)$$

Bukti dapat dilihat pada Lampiran 3

Dari ketiga metode di atas metode yang dipilih adalah metode yang mempunyai nilai *R-square* paling besar dan memiliki tingkat kesalahan paling kecil.

Uji-uji yang Harus dilakukan

1. Uji Kecocokan model

Berikut ini disajikan tabel ANOVA untuk model regresi di atas :

Tabel 3.1
Uji ANOVA

Sumber variasi	Derajat kebebasan	Jumlah kuadrat	Rata-rata Kuadrat	Test F
Regresi	k	SSR	MSR	F
Kesalahan	n-k-1	SSE	MSE	
Total	n-1			

Untuk memeriksa signifikansi koefisien-koefisien regresi a_k , digunakan uji-F. Dengan langkah sebagai berikut :

◆ Perumusan Hipotesis

$$H_0 : \alpha_x = 0 \text{ vs } H_1 : \alpha_x \neq 0$$

Hipotesis tersebut dapat pula dituliskan dalam bentuk kalimat berikut

H_0 : Kontribusi variabel bebas terhadap variabel terikat tidak signifikan

H_1 : Kontribusi variabel bebas signifikan terhadap variabel terikat

◆ Statistik Uji

$$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE}, \text{ dengan derajat bebas } (k, n-k-1)$$

◆ Kriteria Pengujian

Dengan taraf nyata α , tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

◆ Kesimpulan

Interpretasi dari hasil pengujian, apakah H_0 diterima atau ditolak dengan taraf nyata α .

2. Pengujian Signifikansi Parameter Regresi

Pengujian parameter regresi pada hasil pengamatan dilakukan dengan menggunakan uji t, hal ini dilakukan untuk menguji tingkat signifikan parameter regresi secara statistik. Dengan langkah-langkah pengujian sebagai berikut

◆ Perumusan hipotesis

$$H_0 : \beta_x = 0 \text{ vs } H_1 : \beta_x \neq 0$$

Hipotesis tersebut dapat pula dirumuskan dalam bentuk kalimat

untuk uji koefisien konstanta perumusan hipotesisnya adalah sebagai berikut:

H_0 : Koefisien konstanta tidak signifikan

H_1 : Koefisien konstanta signifikan

Sedangkan untuk uji koefisien variabel bebas adalah:

H_0 : Koefisien variabel bebas tidak signifikan

H_1 : Koefisien variabel bebas signifikan

◆ Statistik uji

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_x}{SE(\hat{\beta}_x)}, \text{ dengan derajat bebas } (n-k-1)$$

◆ Kriteria pengujian

Dengan taraf nyata α , tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{tabel}$

◆ Kesimpulan

Implementasi dari hasil pengujian, apakah H_0 diterima atau ditolak dengan taraf nyata α .

3.4 Menghitung indeks siklus

Siklus merupakan suatu perubahan atau gelombang naik dan turun dalam suatu periode serta berulang pada periode lain. Dalam perekonomian dikenal siklus dari resesi, *recovery*, *boom*, dan krisis.

Suatu siklus biasanya mempunyai periode tertentu untuk kembali ke titik asalnya, periode ini dikenal dengan lama siklus. Siklus juga mempunyai

frekuensi yaitu siklus yang dapat diselesaikan dalam satu periode waktu. Untuk memperoleh indeks siklus adalah *moving average* dibagi trend.

$$M_x = T_x \cdot C_x \quad (3-4)$$

$$\frac{T_x \cdot C_x}{T_x} = C_x \quad (3-15)$$

3.5 Menghitung *Error* atau Indeks Gerak Tak Beraturan

Variasi gerak tak beraturan merupakan suatu perubahan berupa kenaikan dan penurunan yang tidak beraturan baik dari sisi waktu maupun lama dari siklusnya. Penyebab kondisi ini misalnya perang, krisis, dan bencana alam. Mencari indeks *error* dilakukan dengan memisahkan E melalui cara membagi data asli dengan faktor T, I, dan C.

$$Y_x = (I_x \cdot T_x \cdot C_x \cdot E_x) \quad (3-3)$$

Maka

$$T_x \cdot C_x \cdot E_x = \frac{Y_x}{I_x} \quad (3-16)$$

$$C_x \cdot E_x = \frac{T_x \cdot C_x \cdot E_x}{T_x} \quad (3-17)$$

$$E_x = \frac{C_x \cdot E_x}{C_x} \quad (3-18)$$

3.6 Melakukan Peramalan

Dalam peramalan dengan metode dekomposisi tidak mengharuskan semua jenis pola data ada pada data yang dimiliki. Metode dekomposisi pada prinsipnya adalah metode untuk mengurai data deret waktu menjadi tiga pola teratur dan satu peubah *random*. Tiga pola teratur tersebut adalah trend, musiman dan siklus. Bisa jadi suatu deretan jenis data memiliki tiga pola tersebut, tetapi bisa jadi hanya dua pola saja yang berhasil diidentifikasi (misal trend dan musiman) dan bisa jadi hanya satu pola saja yang ditemui (trend misalnya). Khusus berkenaan dengan variabel *error*, perlu dipahami bahwa variabel *error* atau pola acak dalam metode dekomposisi adalah ibarat kesalahan prediksi atau salah duga.

Secara Matematis Dekomposisi dapat ditulis :

$$\text{data} = \text{trend} + \text{musiman} + \text{siklus} + \text{error}$$

atau

$$\text{data} = \text{trend} * \text{musiman} * \text{siklus} * \text{error}$$

Peramalan :

$$\text{dugaan} = \text{trend} + \text{musiman} + \text{siklus}$$

atau

$$\text{dugaan} = \text{trend} * \text{musiman} * \text{siklus}$$

nilai *error* tidak digunakan dalam peramalan.