

**EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN
LEARNING OBSTACLE DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA**

TESIS

diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar
Magister Pendidikan Matematika



Oleh
Nadya Syifa Utami
NIM. 2109578

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2022

LEMBAR HAK CIPTA

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Oleh:

NADYA SYIFA UTAMI

S.Pd. Universitas Pendidikan Indonesia, 2020

Sebuah tesis yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar
Magister Pendidikan Matematika

©Nadya Syifa Utami 2022

Universitas Pendidikan Indonesia

Desember 2022

Hak cipta dilindungi undang-undang.

Tesis ini tidak diperkenankan untuk diperbanyak seluruh atau sebagian, dengan dicetak ulang, fotokopi, atau cara lainnya tanpa izin dari penulis.

**LEMBAR PENGESAHAN
TESIS**

**EKSPLORASI KEMAMPUAN FUNCTIONAL THINKING DAN
LEARNING OBSTACLE DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA**

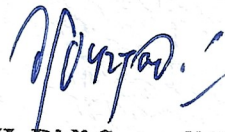
Oleh:
Nadya Syifa Utami
NIM. 2109578

Disetujui Oleh:
Pembimbing I



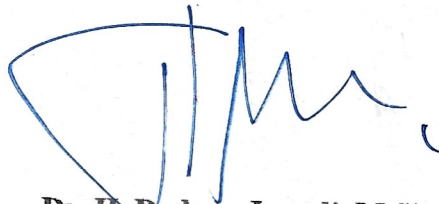
Dr. H. Sufyani Prabawanto, M.Ed.
NIP. 19600830 1986 03 1003

Pembimbing II



Prof. Dr. H. Didi Suryadi, M.Ed.
NIP. 19580201 1984 03 1001

Mengetahui
Ketua Program Studi Magister Pendidikan Matematika



Dr. H. Dadang Juandi, M.Si.
NIP. 19640117 1992 02 1001

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa tesis dengan judul “Eksplorasi Kemampuan *Functional Thinking* dan *Learning Obstacle* dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Awal pada Siswa Sekolah Menengah Pertama” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika ilmu yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko/sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, Desember 2022

Yang membuat pernyataan,



Nadya Syifa Utami

NIM 2109578

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Assalamualaikum warahmatullahi wabarokaatu

Puja dan puji syukur yang sebesar – besarnya kepada Allah *subhanahu wa ta'alla* yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul “Eksplorasi Kemampuan *Functional Thinking* dan *Learning Obstacle* dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Awal pada Siswa Sekolah Menengah Pertama”. Shalawat serta salam tak lupa penulis curahkan kepada Nabi Muhammad *shallallahu 'alaihi wassalam* yang telah menuntut umatnya ke jalan yang lurus hingga akhir jaman.

Penulisan tesis ini bertujuan untuk memenuhi sebagian syarat untuk menempuh ujian sidang Magister Pendidikan pada Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Pendidikan Indonesia. Selain itu, penulis berharap tesis ini dapat memberikan kontribusi dalam bidang pendidikan matematika.

Penulis menyadari bahwa tesis ini jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari pembaca yang membangun untuk dapat memperbaiki karya selanjutnya.

Bandung, Desember 2022

Nadya Syifa Utami

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada proses penyusunan tesis ini, penulis menyadari bahwa selesainya tesis ini tidak terlepas dari bantuan banyak pihak yang telah memberikan dukungan, bimbingan, dan pembelajaran kepada penulis. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Dr. H. Sufyani Prabawanto, M.Ed., selaku dosen pembimbing akademik dan dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan dan ilmu kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini.
2. Prof. Dr. H. Didi Suryadi, M.Ed., selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan ilmu kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini.
3. Dr. H. Dadang Juandi, M.Si., selaku Ketua Program Studi S2 Pendidikan Matematika dan Ketua Departemen Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Indonesia yang telah banyak memberikan bimbingan dan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini.
4. Seluruh Bapak/Ibu Dosen Departemen Pendidikan Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis selama proses perkuliahan berlangsung.
5. Kedua orang tua tercinta serta kedua adik tersayang yang selalu memberikan kepercayaan, dukungan, dan doa yang tidak pernah putus sehingga peneliti mampu memperjuangkan tesis ini dalam tiga semester.
6. Bapak Dwi Haryanto, M.Ed., selaku guru matematika kelas IX SMP Percontohan Labschool UPI, Bandung yang telah memberikan izin serta banyak bantuan selama proses penelitian ini.
7. Siswa-siswi IX SMP Percontohan Labschool UPI yang telah banyak memberikan kontribusi dalam pelaksanaan penelitian ini.
8. Bapak Dr. H. Sumanang Muhtar Gozali, M.Si., selaku dosen matematika dan Anggita Rizky Handayu, S.Pd., selaku guru matematika yang telah meluangkan waktunya untuk berpartisipasi dalam penelitian ini.

9. Sahabat penulis, Ifa Fathiyah, Siti Kurnia Nurjannah, dan Sherly Rahmawati yang terus memberikan bantuan dan motivasi sehingga peneliti tidak menyerah untuk menyelesaikan penyusunan tesis ini.

Serta pihak-pihak lain yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah memberikan banyak bantuan serta dukungan dalam penyusunan tesis ini.

Bandung, Desember 2022

Penulis

ABSTRAK

Nadya Syifa Utami (2109578). **Eksplorasi Kemampuan *Functional Thinking* dan *Learning Obstacle* dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Awal pada Siswa Sekolah Menengah Pertama.**

Kemampuan *functional thinking* merupakan kemampuan individu untuk memahami hubungan antar variabel sebagaimana bekerja dengan fungsi. Memiliki kemampuan ini penting bagi siswa sebagai pengantar untuk memahami aljabar sebagai studi dari fungsi secara formal, mulai dari fungsi linear di SMP, fungsi non-linear di SMA, sampai kalkulus di perguruan tinggi. Meskipun begitu, penelitian terdahulu mengungkapkan berbagai kesulitan siswa dalam menghadapi masalah yang menuntut kemampuan *functional thinking* ini. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan *functional thinking* siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar awal SMP dan bagaimana kemampuan tersebut diperolehnya melalui pengalaman belajar terdahulu. Melalui penelusuran pengalaman belajar, *learning obstacle* siswa dapat diidentifikasi. Untuk mencapai tujuan tersebut, penelitian kualitatif ini menggunakan desain fenomenologi hermeneutik. Partisipan pada penelitian ini adalah 39 siswa kelas IX SMP dan seorang guru matematika. Pengumpulan data dilakukan melalui triangulasi data yakni tes tertulis, wawancara, dan studi dokumen. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mayoritas siswa tidak sampai pada level *correspondence* pada kemampuan *functional thinking*-nya. Mayoritas siswa hanya sampai level *recursive patterns* dan *covariation*, bahkan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah. Adapun cara siswa dalam menyelesaikan masalah dipengaruhi oleh pengalaman belajarnya pada konsep aljabar awal (fungsi) yang bersumber dari sajian materi guru dan sumber belajar lainnya seperti buku teks matematika. Oleh karena itu, penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mengalami beberapa *learning obstacles* yaitu *ontogenic obstacle* (ketidakhahaman siswa pada konsep variabel dan soal cerita), *didactical obstacle* (guru hanya berfokus pada konsep operasional dari pada struktural fungsi), dan *epistemological obstacle* (terbatasnya pengetahuan siswa pada konsep variabel dan fungsi). Berdasarkan hasil penelitian, *learning obstacles* yang teridentifikasi dapat menjadi salah satu pertimbangan untuk membuat desain didaktis materi fungsi yang memfasilitasi siswa untuk mengembangkan kemampuan *functional thinking*-nya.

Kata Kunci: Kemampuan *Functional Thinking*, Aljabar Awal, Fungsi, *Learning Obstacle*

ABSTRACT

Nadya Syifa Utami (2109578). **The Exploration of Functional Thinking Ability and Learning Obstacle in Solving Early Algebra Problems in Junior High School Students.**

The functional thinking ability is an individual ability that focuses on the relationship between co-varying quantities (variables) as it works in a function. Acquiring this ability is important for students as it performs as a bridge for them to understand algebra as the study of functions, starting from linear functions in middle school and non-linear functions in high school to calculus in higher education. However, recent studies have revealed multiple challenges that students encounter when solving problems that require functional thinking ability. This study aims to describe junior high school students' functional thinking ability in solving early algebra problems and how their abilities are developed through their previous learning experiences. By exploring students' learning experiences, their learning obstacles can be identified. To reach this aim, qualitative research with a hermeneutic phenomenological design was conducted in this study. There were 39 ninth graders and a mathematics teacher as the participants in this study. The data were collected using the data triangulation: the written test, the interview, and the document study. According to the findings, the majority of students do not achieve the correspondence level in their functional thinking ability. Many of them are on the recursive patterns or covariation level and are having difficulty solving the problem. Furthermore, the way they solve the problem is influenced by their learning experiences with early algebra concepts, particularly functions, sourced from the task presented by their teacher and other learning sources such as mathematics textbook. As a result, this study reveals that students have some learning obstacles, including ontogenic obstacles (students' lack of comprehension of the concept of variables and in solving word problems), didactical obstacles (the teacher focuses solely on the operational rather than structural concept of a function), and epistemological obstacles (students' limited knowledge in the concept of variables and functions). Therefore, the identified learning obstacles can be one of the references when developing a didactical design in the concept of functions, allowing students to develop their functional thinking ability.

Kata Kunci: Functional Thinking Ability, Early Algebra, Functions, Learning Obstacle

DAFTAR ISI

LEMBAR HAK CIPTA	ii
EKSPLORAS	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR PERNYATAAN	iv
KATA PENGANTAR	v
UCAPAN TERIMA KASIH	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Penelitian	1
1.2 Tujuan Penelitian	8
1.3 Pertanyaan Penelitian	8
1.4 Manfaat Penelitian	8
1.5 Definisi Operasional	9
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	11
2.1 Kemampuan <i>Functional Thinking</i>	11
2.2 Aljabar Awal (<i>Early Algebra</i>)	14
2.2.1 Aljabar sebagai studi tentang fungsi	16
2.3.1 Konsepsi Operasional dan Struktural Fungsi	18
2.3 <i>Learning Obstacle</i>	20
2.3.2 <i>Ontogenic Obstacle</i>	21
2.3.3 <i>Didactical Obstacle</i>	22
2.3.4 <i>Epistemological Obstacle</i>	23
2.4 <i>Mathematical Praxeology</i>	23
2.5 Teori belajar yang relevan	26
2.6 Penelitian yang Relevan	29

BAB III METODE PENELITIAN.....	31
3.1 Desain Penelitian.....	31
3.2 Subjek dan Tempat Penelitian.....	32
3.3 Instrumen Penelitian.....	32
3.4 Teknik Pengumpulan Data.....	33
3.5 Teknik Analisis dan Interpretasi Data.....	34
3.6 Uji Keabsahan Data.....	37
3.7 Prosedur Penelitian.....	37
BAB IV TEMUAN DAN PEMBAHASAN	40
4.1 Temuan.....	40
4.2.1 Kemampuan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Awal yang Menuntut Kemampuan <i>Functional Thinking</i>	40
4.2.2 <i>Learning obstacle</i> Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Awal yang Menuntut Kemampuan <i>Functional Thinking</i>	74
4.2.3 Kajian Rangkaian Tugas Materi Aljabar Awal pada Buku Teks Matematika Ditinjau dari <i>Mathematical Praxeology</i>	84
4.2 Pembahasan.....	103
4.2.1 Kemampuan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar yang Menuntut Kemampuan <i>Functional Thinking</i>	103
4.2.2 <i>Learning Obstacle</i> Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar	109
4.2.3 Kajian Rangkaian Tugas Materi Aljabar Awal (Fungsi) Pada Buku Teks Matematika Ditinjau dari <i>Mathematical Praxeology</i>	114
BAB V SIMPULAN, IMPLIKASI, DAN REKOMENDASI	119
5.1 Simpulan	119
5.2 Implikasi.....	121
5.3 Rekomendasi	121
DAFTAR PUSTAKA	123

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Contoh <i>Word Problem</i> yang Menuntut Kemampuan <i>Functional Thinking</i> , Diadaptasi dari Smith (2008).....	5
Tabel 2.1 Tahapan Generalisasi pada Pola	12
Tabel 2.2 <i>Framework Level</i> Kemampuan <i>Functional Thinking</i>	14
Tabel 4.1 Hasil Tema, Kategori, dan Kode pada Respons siswa di Masalah 1A, 2A, dan 3A	41
Tabel 4.2 Kutipan Wawancara Siswa dalam Mengidentifikasi Pola pada Masalah 1A.....	44
Tabel 4.3 Kutipan Wawancara Siswa dalam Menentukan Rumus pada Masalah 2A.....	48
Tabel 4.4 Kutipan Wawancara Siswa dalam Mengidentifikasi Pola pada Masalah 3A.....	50
Tabel 4.5 Hasil Tema, Kategori, dan Kode pada Respons siswa di Masalah 1B, 2B, dan 3B.....	57
Tabel 4.6 Hasil Generalisasi dan Pemaknaan Siswa terhadap Variabel	83
Tabel 4.7 Kajian Rangkaian Tugas pada Buku Teks Ditinjau dari <i>Praxeology</i> ...	87

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Perkembangan Penelitian Kemampuan <i>Functional Thinking</i> Berdasarkan Tahun Publikasi.....	4
Gambar 1.2 <i>Fishbone Diagram</i> pada Penelitian Kemampuan <i>Functional Thinking</i> Siswa	4
Gambar 2.1 Representasi yang Berbeda dari Suatu Fungsi (Sfard, 1991).....	19
Gambar 2.2 Empat Komponen dalam <i>Praxeology</i> (Chevallard, 2006; Putra & Witri, 2017).....	25
Gambar 2.3 <i>Trend</i> Penelitian Terdahulu pada Kemampuan <i>Functional Thinking</i> : (a) Melalui <i>Early Algebra</i> pada Siswa Sekolah Dasar, dan (b) Kemampuan <i>Functional Thinking</i> pada Representasi dalam Menggeneralisasi Pola.	30
Gambar 4.1 Contoh Rumus yang Ditulis oleh Siswa dengan Kategori <i>Correspondence</i> pada Masalah 1A	45
Gambar 4.2 Contoh Rumus yang Ditulis oleh Siswa dengan <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 1A: Kode 1A-R2 (a) dan Kode 1A-R3 (b).....	45
Gambar 4.3 Contoh Rumus yang Ditulis oleh Siswa dengan <i>Correspondence</i> pada Masalah 2A (kode 2A-C2).....	47
Gambar 4.4 Contoh Rumus yang Ditulis oleh Siswa dengan <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 2A: kode 2A-R2 (a), kode 2A-R3 (b), dan kode 2A-R4 (c)	48
Gambar 4.5 Contoh Rumus yang Ditulis oleh Siswa dengan <i>Correspondence</i> pada Masalah 3A: kode 3A-C2 (a) dan kode 3A-C3 (b).....	51
Gambar 4.6 Contoh Rumus Fungsi yang Ditulis oleh Siswa dengan <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 3A: kode 3A-R2 (a), kode 3A-R3 (b), dan kode 3A-R4 (c)	53
Gambar 4.7 Contoh Jawaban Siswa yang Mengalami Kesulitan pada Masalah 3A	54
Gambar 4.8 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Correspondence</i> pada Masalah 1B	60
Gambar 4.9 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Covariation</i> pada Masalah 1B: Hasil Akhir Benar (a) dan Salah (b).....	61
Gambar 4.10 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 1B: Jawaban Benar (a) dan Salah (b)	62
Gambar 4.11 Contoh Jawaban Siswa dengan kategori <i>Difficulties</i> pada Masalah 1B: Kode 1B-D1 (a), Kode 1B-D2 (b), dan Kode 1B-D3 (c).....	64
Gambar 4.12 Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Correspondence</i> pada Masalah 2B: Salah Mengoperasikan (a) dan Tabungan Awal sebagai Tabungan Hari Pertama (b).....	65

Gambar 4.13 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Covariation</i> pada Masalah 2B: Jawaban benar (a) dan salah (b)	66
Gambar 4.14 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 2B: Jawaban Benar (a) dan Salah (b)	67
Gambar 4.15 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Difficulties</i> pada Masalah 2B	69
Gambar 4.16 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Correspondence</i> pada Masalah 3B	70
Gambar 4.17 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Covariation</i> pada Masalah 3B: Dengan Rumus (a) dan Tanpa Rumus (b)	71
Gambar 4.18 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Recursive Patterns</i> pada Masalah 3B	72
Gambar 4.19 Contoh Jawaban Siswa dengan Kategori <i>Difficulties</i> pada Masalah 3B: Kode 3B-D1 (a), 3B-D2 (b), dan 3B-D3 (c)	73
Gambar 4.20 Jawaban S7 pada Masalah 2B	78
Gambar 4.21 KI dan KD Pembelajaran Fungsi	81
Gambar 4.22 Media Pembelajaran & Sumber Belajar dalam RPP Guru	85
Gambar 4.23 <i>Type of tasks</i> pada buku paket matematika	97
Gambar 4.24 Perbaikan urutan <i>tasks</i> pada buku paket matematika	102

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Keputusan Dosen Pembimbing Tesis.....	132
Lampiran 2. Surat Izin Penelitian.....	135
Lampiran 3. Instrumen Tes Tertulis.....	136
Lampiran 4. Pedoman Wawancara Siswa.....	139
Lampiran 5. Pedoman Studi Dokumen (Buku Teks Matematika).....	143
Lampiran 6. Jawaban Tes Tertulis Siswa.....	144
Lampiran 7. Transkrip Wawancara Siswa.....	199
Lampiran 8. Transkrip Wawancara Guru.....	227
Lampiran 9. Transkrip Hasil FGD Buku Teks Matematika.....	231
Lampiran 10. Hasil Reliabilitas Intercoder.....	241
Lampiran 11. RPP Guru.....	247

DAFTAR PUSTAKA

- Adinawan, M. C. (2016). *Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 Kurikulum 2013 Revisi*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Anton, H. (1980). *Calculus with analytic geometry*. New York: John Wiley and Sons.
- Antonijević, R. (2016). Cognitive activities in solving mathematical tasks: The role of a cognitive obstacle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2503–2515. doi: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1306a>
- Asami-Johansson, Y., Attorps, I., & Winsløw, C. (2020). Comparing mathematics education lessons for primary school teachers: case studies from Japan, Finland and Sweden. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(5), 688–712. doi: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1614688>
- Asia, H. D. D. E., & Region, P. (2010). *Inside Indonesia's mathematics classrooms: a TIMSS video study of teaching practices and student achievement*. The World Bank Office Jakarta Jakarta.
- Ayala-Altamirano, C., & Molina, M. (2020). Meanings attributed to letters in functional contexts by primary school students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(7), 1271–1291. doi: <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10012-5>
- Blanton, M., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K., & Newman-Owens, A. (2017). A progression in first-grade children's thinking about variable and variable notation in functional relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 95(2), 181–202. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9745-0>
- Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L., & Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. In *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds* (pp. 27–49). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446. doi: <https://doi.org/10.2307/30034944>
- Bosch, M., Chevallard, Y., & Gascón, J. (2006). Science or magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1254–1263.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58(58), 51–65.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). In *Networking of theories as a research practice in mathematics education* (pp. 67–83). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-05389-9_5
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique*

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- des mathématiques, 1970--1990* (Vol. 19). Springer Science & Business Media.
- Byrd, C. E., McNeil, N. M., Chesney, D. L., & Matthews, P. G. (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and Individual Differences, 38*, 61-67. doi: <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.01.001>
- Callejo, M. L., & Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(4), 309-333. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(5), 352-378. doi: <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Carraher, D., Schliemann, A. D., & Brizuela, B. M. (2000). Early algebra, early arithmetic: Treating operations as functions. *Presentado En the Twenty--Second Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Tucson, Arizona.*
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(2), 87-115. doi: <https://doi.org/10.2307/30034843>
- Chevallard, Y. (1992). A theoretical approach to curricula. *Journal Fuer Mathematik-Didaktik, 13*(2), 215-230. doi: <https://doi.org/10.1007/BF03338779>
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. *Proceedings of the IV Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 21-30.*
- Chevallard, Y. (2007). Readjusting didactics to a changing epistemology. *European Educational Research Journal, 6*(2), 131-134. doi: <https://doi.org/10.2304/eeerj.2007.6.2.131>
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education, 12*, 71-114.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Kim, S. (2015). What is a theory according to the anthropological theory of the didactic? *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2614-2620.*
- Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. In *Learning mathematics* (pp. 31-60). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-94-017-2057-1_2
- Creswell, J. W. (2016). Research design: pendekatan metode kualitatif, kuantitatif, dan campuran. *Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 5.*
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20*(4), 405-438. doi: [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(88\)90011-4](https://doi.org/10.1016/0010-0285(88)90011-4)
- Daidenko, S. (1997). Building the concept of function from students' everyday activities. *The Mathematics Teacher, 90*(2), 144-149. doi: <https://doi.org/10.5951/MT.90.2.0144>

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN FUNCTIONAL THINKING DAN LEARNING OBSTACLE DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: From repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1243–1267. doi: <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9329-0>
- Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–126). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_7
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *Zdm*, 45(5), 633–646. doi: <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Fitriati, F., Novita, R., & Johar, R. (2020). Exploring the usefulness of rich mathematical tasks to enhance students' reflective thinking. *Cakrawala Pendidikan*, 39(2), 346–358. doi: <https://doi.org/10.21831/cp.v39i2.24047>
- Goldin, G. A., & McClintock, C. E. (1979). *Task variables in mathematical problem solving*.
- Gray, E., & Tall, D. (1993). Success and failure in mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, 142(6–10).
- Günster, S. M., & Weigand, H.-G. (2020). Designing digital technology tasks for the development of functional thinking. *ZDM*, 52(7), 1259–1274. doi: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01179-1>
- Hamilton, R., & Ghatla, E. S. (1994). *Learning and instruction*. McGraw-Hill New York.
- Harel, G. (2008). *What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question*. na.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524–549. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.5.0524>
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425. doi: <https://doi.org/10.3102/0002831203000239>
- Istiyono, E., Kartowagiran, B., Retnawati, H., Cahyo Adi Kistoro, H., Putranta, H., & others. (2021). Effective Teachers' Personality in Strengthening Character Education. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 10(2), 512–521. doi: <https://doi.org/10.11591/ijere.v10i2.21629>
- Ivie, S. D. (1998). Ausubel's learning theory: An approach to teaching higher order thinking skills. *The High School Journal*, 82(1), 35–42. <https://www.jstor.org/stable/40364708>
- Jupri, A., & Drijvers, P. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481–2502. doi: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1299a>
- Kajander, A., & Lovric, M. (2009). Mathematics textbooks and their potential role in supporting misconceptions. *International Journal of Mathematical*

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- Education in Science and Technology*, 40(2), 173–181. doi: <https://doi.org/10.1080/00207390701691558>
- Kansanen, P., & Meri, M. (1999). The didactic relation in the teaching-studying-learning process. *Didaktik/Fachdidaktik as Science (-s) of the Teaching Profession*, 2(1), 107–116.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning. In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds), *Algebra in the Early Grades*, (pp. 5-17). New York: Taylor & Francis Group.
- Kaput, J. J., Blanton, M., & Moreno, A. L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds), *Algebra in the Early Grades*, (pp. 19-56). New York: Taylor & Francis Group.
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). *Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching*. Springer Nature. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey. *The College Mathematics Journal*, 20(4), 282–300. doi: <https://doi.org/10.1080/07468342.1989.11973245>
- Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 500–514. doi: <https://doi.org/10.2307/749655>
- Küchemann, D. (1978). Children’s understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23–26. <https://www.jstor.org/stable/30213397>
- Lichti, M., & Roth, J. (2018). How to foster functional thinking in learning environments using computer-based simulations or real materials. *Journal for STEM Education Research*, 1(1), 148–172. doi: <https://doi.org/10.1007/s41979-018-0007-1>
- Loewenberg, D., & others. (2003). *Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education*. Rand Corporation.
- Lucariello, J., Tine, M. T., & Ganley, C. M. (2014). A formative assessment of students’ algebraic variable misconceptions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 30–41. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.001>
- Malisani, E., & Spagnolo, F. (2009). From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the “variable.” *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 19–41. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9157-x>
- Maudy, S. Y., Didi, S., & Endang, M. (2018). Student’algebraic thinking level. *International Journal of Information and Education Technology*, 8(9), 672–676. doi: <https://doi.org/10.18178/ijiet.2018.8.9.1120>
- Moustakas, C. (1994). *Phenomenological research methods*. Sage publications.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Minnich, C. A., Stanco, G. M., Arora, A., Centurino, V. A. S., & Castle, C. E. (2012). *TIMSS 2011 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science. Volume 1: AK*. ERIC.
- Oliveira, H., Polo-Blanco, I., & Henriques, A. (2021). Exploring Prospective Elementary Mathematics Teachers’ Knowledge: A Focus on Functional Thinking. *Journal on Mathematics Education*, 12(2), 257–278. doi: <https://doi.org/10.22342/jme.12.2.13745.257-278>
- Pinto, E., & Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 113–134. doi: <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2>
- Pinto, E., Cañadas, M. C., & Moreno, A. (2022). Functional relationships evidenced and representations used by third graders within a functional approach to early algebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(6), 1183–1202. doi: <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10183-0>
- Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Vol. 85). Princeton university press.
- Putra, Z. H. (2019). Praxeological change and the density of rational numbers: The case of pre-service teachers in Denmark and Indonesia. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(5), em1711. doi: <https://doi.org/10.29333/ejmste/105867>
- Putra, Z. H. (2020). Didactic transposition of rational numbers: A case from a textbook analysis and prospective elementary teachers' mathematical and didactic knowledge. *Journal of Elementary Education*, 13(4), 365–394. doi: <https://doi.org/10.18690/rei.13.4.365-394.2020>
- Putra, Z. H., & Witri, G. (2017). Anthropological theory of the didactic (ATD) a new research perspective on didactic mathematics in indonesia. *Jurnal Pendidikan Guru*, 2(1), 221–227.
- Radford, L. (2010a). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1–19. doi: <https://doi.org/10.1080/14794800903569741>
- Radford, L. (2010b). Layers of generality and types of generalization in pattern activities.'Niveles de generalidad y tipos de generalizaciones en actividades de patrones'. *Pna*.
- Radford, L., & Peirce, C. S. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter*, 1, 2–21.
- Ramirez, R., Brizuela, B. M., & Ayala-Altamirano, C. (2020). Word problems associated with the use of functional strategies among grade 4 students. *Mathematics Education Research Journal*, 1–25. doi: <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00346-7>
- Ramful, A. (2015). Reversible reasoning and the working backwards problem solving strategy. *Australian Mathematics Teacher*, 71(4), 28–32.
- Ronda, E. (2015). Growth points in linking representations of function: a research-based framework. *Educational Studies in Mathematics*, 90(3), 303–319. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9631-1>
- Rothbard, M. N. (1976). Praxeology: The methodology of Austrian economics. *The Foundations of Modern Austrian Economics*, 19–39.
- Sajka, M. (2003). A secondary school student's understanding of the concept of function-A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 229–254. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1026033415747>
- Seifi, M., Haghverdi, M., & Azizmohamadi, F. (2012). Recognition of students' difficulties in solving mathematical word problems from the viewpoint of teachers. *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, 2(3), 2923–2928.

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00302715>
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114–145. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.26.2.0114>
- Smith, Erick. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds), *Algebra in the Early Grades*, (pp. 133-160). New York: Taylor & Francis Group.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147–164. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00579460>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488. doi: <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268–275. doi: <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>
- Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Murphy Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143–166. doi: <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>
- Sugiyono, D. (2013). *Metode penelitian pendidikan pendekatan kuantitatif, kualitatif dan R&D*.
- Suryadi, D. (2010). *Menciptakan Proses Belajar Aktif: Kajian dari Sudut Pandang Teori Belajar dan Teori Didaktik*. Bandung: Tidak dipublikasikan.
- Suryadi, D. (2019). *Philosophical Foundation of Didactical Design Research (DDR)*. Bandung: Gapura Press.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257–285. doi: [https://doi.org/10.1016/0364-0213\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0364-0213(88)90023-7)
- Sweller, J., & Chandler, P. (1991). Evidence for cognitive load theory. *Cognition and Instruction*, 8(4), 351–362. doi: https://doi.org/10.1207/s1532690xci0804_2
- Takeuchi, H., & Shinno, Y. (2020). Comparing the lower secondary textbooks of Japan and England: A praxeological analysis of symmetry and transformations in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(4), 791–810. doi: <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09982-3>
- Tall, D. (1996). Functions and calculus. In *International handbook of mathematics education* (pp. 289–325). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_9
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00305619>

Nadya Syifa Utami, 2022

EKSPLORASI KEMAMPUAN *FUNCTIONAL THINKING* DAN *LEARNING OBSTACLE* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR AWAL PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- Tanton, J. S. (2005). *Encyclopedia of mathematics*. Infobase Publishing.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 1, 21–44.
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315–327. doi: <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005>
- Trigueros, M., & Ursini, S. (1999). Does the understanding of variable evolve through schooling? *PME CONFERENCE*, 4, 4–273.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. *The Ideas of Algebra, K-12*, 8, 19.
- Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2012). How students understand aspects of linearity: Searching for obstacles in representational flexibility. *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 179–186.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM*, 52(1), 1–16. doi: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293–305. doi: <https://doi.org/10.1080/0020739830140305>
- Wagner, S., & Parker, S. (1993). Advancing algebra. *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*, 119, 139.
- Watanabe, T. (2011). Shiki: A critical foundation for school algebra in Japanese elementary school mathematics. In *Early algebraization* (pp. 109–124). Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_7
- Welder, R. M. (2012). Improving algebra preparation: Implications from research on student misconceptions and difficulties. *School science and mathematics*, 112(4), 255–264. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00136.x>
- Wijayanti, D., & Winslow, C. (2017). Mathematical practice in textbooks analysis: Praxeological reference models, the case of proportion. *REDIMAT*, 6(3), 307–330. doi: <https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2078>
- Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 397–428. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9251-6>
- Wilkie, K. J. (2016a). Students' use of variables and multiple representations in generalizing functional relationships prior to secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 333–361. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9703-x>
- Wilkie, K. J. (2016b). Learning to teach upper primary school algebra: changes to teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 28(2), 245–275. doi: <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0151-1>
- Wilkie, K. J., & Ayalon, M. (2018). Investigating Years 7 to 12 students' knowledge of linear relationships through different contexts and representations. *Mathematics Education Research Journal*, 30(4), 499–523. doi: <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0236-8>

- Wilkie, K. J., & Clarke, D. M. (2016). Developing students' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern's structure. *Mathematics Education Research Journal*, 28(2), 223–243. doi: <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0146-y>
- Woods, M., Paulus, T., Atkins, D. P., & Macklin, R. (2016). Advancing qualitative research using qualitative data analysis software (QDAS)? Reviewing potential versus practice in published studies using ATLAS. ti and NVivo, 1994--2013. *Social Science Computer Review*, 34(5), 597–617. doi: <https://doi.org/10.1177/089443931559631>
- Yang, D.-C., & Sianturi, I. A. (2017). An analysis of Singaporean versus Indonesian textbooks based on trigonometry content. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 3829–3848. doi: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00760a>