

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Motivasi

Untuk suatu grup abelian  $\Gamma$ , Nugroho [4] telah menunjukkan bahwa grup dual  $\hat{\Gamma}$  merupakan suatu grup topologi dengan topologi kekonvergenan titik-demi-titik. Lebih jauh, dengan adanya ideal-ideal dari  $\Gamma$ , Adji [7] telah mendefinisikan suatu topologi gabungan dari grup dual ideal-ideal urutan dari  $\Gamma$  dengan meninjau konsep penutup dari subhimpunannya. Karakteristik-karakteristik himpunan tutup pada topologi gabungan ini tidaklah seperti topologi pada umumnya (Rosjanuardi [2]). Penulis tertarik untuk menjelaskan beberapa karakteristik himpunan tutup tersebut pada grup abelian  $\mathbb{Z} \oplus_{\text{lex}} \mathbb{Z}$ .

### 1.2 Perumusan Masalah

Misalkan  $\Gamma$  adalah suatu grup abelian diskrit. Akan ditunjukkan bahwa himpunan semua homomorfisma  $\gamma : \Gamma \rightarrow \mathbb{T}$  di mana  $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} : \|z\| = 1\}$  dengan operasi perkalian titik-demi-titik  $((fg)(x) = f(x)g(x), \forall x \in \Gamma)$  membentuk suatu struktur grup yang disebut grup dual  $\hat{\Gamma}$ . Selanjutnya grup dual ini dapat dilengkapi suatu topologi sedemikian sehingga membentuk suatu grup topologi. Kemudian,

pada  $\Gamma$  ditambahkan suatu urutan total, yaitu suatu relasi biner dengan sifat refleksif, antisimetri, transitif, dan setiap dua elemen di  $\Gamma$  dapat dibandingkan oleh relasi tersebut, sedemikian sehingga  $\Gamma$  membentuk suatu grup terurut total. Selanjutnya didefinisikan  $X := \bigcup \{ \hat{I} : I \in \Sigma(\Gamma) \}$  di mana  $\Sigma(\Gamma)$  merupakan himpunan semua ideal dari grup  $\Gamma$ . Himpunan  $X$  ini kemudian dilengkapi dengan suatu topologi yang disebut topologi Adji-Raeburn atau topologi-pandang-atas.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Penulisan tugas akhir ini bertujuan untuk menjelaskan beberapa sifat atau karakteristik dari himpunan tutup pada topologi Adji-Raeburn.

### 1.4 Sistematika Penulisan

1. Bab I (Pendahuluan) membahas mengenai motivasi, perumusan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan pembuatan tugas akhir ini.
2. Bab II (Teori Pendukung) membahas berbagai teori yang digunakan untuk mendukung tugas akhir. Selain itu juga berisi definisi-definisi yang harus diketahui dan dipahami disertai contoh-contoh yang sederhana.
3. Bab III (Pembahasan) berisi penjelasan tentang grup dual  $\hat{\Gamma}$  dan menunjukkan bahwa grup tersebut dapat dilengkapi dengan suatu topologi.

4. Bab IV (Lanjutan Pembahasan) berisi penjelasan tentang karakteristik-karakteristik himpunan tutup pada topologi Adji-Raeburn.
5. Bab V (Penutup) berisi kumpulan dari penulisan tugas akhir ini dan saran-saran guna pengembangan lebih lanjut.

