

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Integral merupakan salah satu cabang dari matematika yang banyak digunakan baik pada bidang-bidang matematika maupun bidang lain. Integral pertama kali diperkenalkan oleh Bernhard Riemann pada tahun 1850. Teori integral mengalami perkembangan yang pesat selama beberapa dekade terakhir. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya penelitian-penelitian tentang teori integral. Diantaranya, pendekatan integral yang diperkenalkan oleh Henry Lebesgue pada tahun 1902 yang dikenal saat ini dengan integral Lebesgue. Integral lain yang juga terkenal adalah integral Denjoy yang ditemukan tahun 1912 dan integral Perron pada 1914 (Lee Peng-Yee, 1989).

Beberapa dekade kemudian Ralph Henstock pada tahun 1955 dan Jaroslav Kurzweil pada tahun 1957 menemukan integral yang kemudian disebut integral Henstock. Sebenarnya integral Henstock ini memiliki beberapa nama seperti integral Gauge, integral Henstock-Kurzweil, atau Perluasan integral Riemann (Bartle dan Sherbert, 2001).

Integral dibedakan menjadi dua jenis berdasarkan pada pendefinisannya, yaitu secara konstruktif dan deskriptif. Pendefinisian secara konstruktif yaitu dimulai dengan pembagian selang menjadi sejumlah subinterval lalu dipilih label setiap subinterval, dihitung jumlah Riemannnya dan ditentukan nilai limitnya. Contoh integral yang didefinisikan dengan cara konstruktif adalah Integral

Riemann dan integral Henstock. Pendefinisian secara deskriptif dilakukan dengan menggunakan anti derivatif, contohnya pada pendefinisian integral Newton. Fungsi  $f$  dikatakan terintegral Newton jika terdapat fungsi  $F$  sehingga  $F'(x) = f(x)$  untuk setiap  $x$  anggota domain.

Sebagaimana diketahui pada pendefinisian integral Riemann, suatu fungsi dikatakan terintegral Riemann pada selang  $[a, b]$ , jika untuk setiap partisi  $P$  pada  $[a, b]$ , limit dari jumlah Riemann terhadap partisi itu ada. Dalam hal ini panjang selang dari partisi  $P$  ditentukan oleh  $\delta$  yang konstan. Dalam pendefinisian integral Henstock,  $\delta$  merupakan suatu fungsi dari partisi  $P$  yang  $\delta$ -fine.

Pada tulisan ini akan dibahas konstruksi dari integral Henstock dan beberapa sifat utamanya. Selain itu, pada integral Riemann berlaku sifat bahwa jika fungsi  $f$  terintegral Riemann maka  $|f|$  terintegral Riemann. Sifat ini akan diselidiki kebenarannya pada integral Henstock.

## 1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

Pembahasan integral Henstock terkadang bisa menggunakan simbol atau cara yang relatif serupa pada integral Riemann. Dalam karya tulis ini akan dibahas bagaimana hubungan antara fungsi yang terintegral Henstock dan fungsi yang terintegral Riemann. Apakah fungsi yang terintegral henstock selalu terintegral Riemann atau sebaliknya. Selain itu, dalam tulisan ini akan diungkap sifat-sifat apa saja dalam integral Riemann yang berlaku pada integral Henstock.

Secara ringkas, Rumusan masalah yang dibahas pada karya tulis ini adalah:

- a. Apa saja sifat-sifat dalam integral Riemann yang berlaku pada integral Henstock.
- b. Bagaimana hubungan antara fungsi yang terintegral Henstock dan fungsi yang terintegral Riemann
- c. Apakah fungsi  $f$  yang terintegral Henstock akan berakibat  $|f|$  terintegral Henstock.

Pada pembahasan karya tulis ini dibatasi hanya pada fungsi bernilai real.

### 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan karya tulis ini adalah untuk:

- a. Mengetahui sifat-sifat dalam integral Riemann yang berlaku pada integral Henstock.
- b. Mengetahui hubungan antara fungsi yang terintegral Henstock dan fungsi yang terintegral Riemann.
- c. Mengetahui apakah fungsi  $f$  yang terintegral Henstock akan berakibat  $|f|$  terintegral Henstock.

### 1.4 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika pada penulisan karya tulis ini, yaitu:

1. BAB I (Pendahuluan), merupakan pengantar karya tulis ini. Pada BAB I dibahas tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.
2. BAB II (Dasar Teori), pada bab ini dimunculkan teori-teori pendukung dalam pembahasan integral Henstock. Materi yang dibahas diantaranya fungsi dan partisi, fungsi monoton, integral Riemann, gauge, limit, barisan, kekonvergenan barisan, barisan Cauchy, barisan fungsi, dan barisan fungsi konvergen.
3. BAB III (Integral Henstock dan Sifat-sifatnya), merupakan pokok bahasan awal integral Henstock yang memuat tentang konsep-konsep dasar. Dalam bab ini akan dibahas mulai dari definisi integral Henstock, sifat-sifat dasar integral Henstock, kriteria Cauchy untuk integral Henstock, teorema apit, integral Henstock sebagai perluasan integral Riemann dan integral Henstock pada perluasan bilangan real.
4. BAB IV (Keterintegralan mutlak pada integral Henstock), adalah lanjutan dari pokok bahasan bab tiga yang berisi teorema utama dari karya tulis ini. Dalam bab ini akan dibahas mulai dari lemma Henstock, variasi terbatas dan diakhiri dengan keterintegralan mutlak.
5. BAB V (Kesimpulan dan Saran), menyajikan kesimpulan penulis atas isi keseluruhan karya tulis ini, dan saran untuk penulisan berikutnya yang berkaitan dengan integral Henstock.

