

## **BAB II**

### **KAJIAN TEORI**

#### **A. Representasi Matematis**

Tujuan pembelajaran matematika telah mengalami perubahan, tidak hanya menekankan pada peningkatan hasil belajar, tetapi juga diharapkan dapat meningkatkan berbagai kemampuan. Salah satu kemampuan matematika yang perlu dikuasai siswa adalah kemampuan representasi.

Kemampuan representasi dalam matematika sangat diperlukan karena representasi merupakan cara yang digunakan siswa untuk mengomunikasikan ide-ide, gagasan, atau jawaban dari suatu permasalahan. Terdapat beberapa definisi yang dikemukakan oleh para ahli berkenaan tentang representasi, salah satunya Pape dan Tchoshanov (Luitel, 2001) mengemukakan bahwa terdapat empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi, pertama representasi dapat dipandang sebagai abstraksi internal dari ide-ide matematis atau skemata kognitif yang dibangun oleh siswa melalui pengalaman. Kedua, sebagai reproduksi mental dari keadaan mental yang sebelumnya. Ketiga, sebagai sajian secara struktural melalui gambar, simbol ataupun lambang; dan yang terakhir, sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain.

Goldin (2002) mengatakan bahwa representasi adalah elemen yang sangat penting untuk teori belajar mengajar matematika, tidak hanya karena pemakaian sistem simbolis yang juga penting dalam matematika dan kaya akan kalimat dan kata, beragam dan universal, tetapi juga untuk dua alasan penting yaitu;

(1) matematika mempunyai peranan penting dalam mengkonseptualisasi dunia nyata; (2) matematika membuat homomorphis yang merupakan penurunan dari struktur hal-hal lain yang pokok.

Representasi dibagi menjadi beberapa jenis, Hiebert dan Carpenter (Hudojo, 2002) mengemukakan bahwa pada dasarnya representasi dapat dinyatakan sebagai internal dan eksternal. Berpikir tentang ide matematis yang kemudian dikomunikasikan memerlukan representasi eksternal yang wujudnya antara lain: verbal, gambar dan benda kongkret. Berpikir tentang ide matematis yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal.

Bentuk-bentuk operasional yang menggambarkan representasi eksternal matematis dapat dirinci dalam tabel berikut (Amri, 2009):

No	Representasi	Bentuk-bentuk operasional
1.	Visual, berupa: Diagram, grafik, tabel, atau gambar	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel</li> <li>2. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah</li> <li>3. Membuat gambar pola-pola geometri untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaian</li> </ol>
2.	Persamaan atau ekspresi matematis	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Membuat persamaan atau model matematik dari representasi lain yang diberikan</li> <li>2. Membuat konjektur dari pola suatu bilangan</li> <li>3. Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematik</li> </ol>
3.	Kata-kata atau teks tertulis	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan</li> <li>2. Menulis interpretasi dari suatu representasi</li> <li>3. Menulis langkah-langkah penyelesaian masalah matematik dengan kata-kata</li> <li>4. Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan</li> <li>5. Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis.</li> </ol>

Adapun indikator kemampuan representasi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menggunakan representasi visual berupa diagram, grafik, tabel dan gambar.
2. Membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan.
3. Menyusun cerita atau menulis interpretasi yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan.

## **B. Berpikir Kritis Matematis**

Berpikir kritis adalah berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir kritis seharusnya dimiliki oleh setiap siswa untuk mempersiapkan diri dalam menghadapi permasalahan kehidupan, karena berpikir kritis ini merupakan dasar seseorang untuk mengambil suatu keputusan.

Deporter dan Hernacki (Karim, 2010) mengemukakan bahwa berpikir kritis adalah berlatih atau memasukkan penilaian/evaluasi yang cermat, seperti menilai kelayakan suatu gagasan atau produk. Pendapat lain tentang berpikir kritis diungkapkan oleh Swartz dan Perkins (Hassoubah, 2004), berpikir kritis berarti: (a) bertujuan untuk mencapai penilaian yang kritis terhadap apa yang akan kita terima atau apa yang akan kita lakukan dengan alasan logis, (b) memakai standar penilaian sebagai hasil dari berpikir kritis dalam membuat keputusan, (c) menerapkan berbagai strategi yang tersusun dan memberikan alasan untuk menentukan dan menerapkan standar tersebut, (d) mencari dan mengumpulkan informasi yang dapat dipercaya untuk dipakai sebagai bukti yang dapat mendukung suatu penilaian.

Menurut Ennis (Hassoubah, 2004) berpikir kritis adalah berpikir rasional dan reflektif yang difokuskan pada pemutusan terhadap apa yang harus diyakini atau dilakukan. Jadi berpikir kritis ini sangat penting karena digunakan untuk mengambil keputusan dengan alasan-alasan yang tepat. Selain itu, Ennis juga mengungkapkan dua belas indikator berpikir kritis yang dikelompokkan dalam lima kelompok kemampuan berpikir kritis, yaitu:

1. Memberikan penjelasan sederhana (*elementary clarification*):
  - a. Memfokuskan pada suatu pertanyaan.
  - b. Menganalisis argumen.
  - c. Bertanya dan menjawab pertanyaan yang mengklarifikasi dan menantang.
2. Membangun keterampilan dasar (*basic support*):
  - a. Mempertimbangkan kredibilitas sumber.
  - b. Mengobservasi dan mempertimbangkan hasil observasi.
3. Membuat inferensi (*inferring*):
  - a. Melakukan dan mempertimbangkan deduksi.
  - b. Mengobservasi dan mempertimbangkan hasil observasi.
  - c. Membuat dan mempertimbangkan nilai keputusan.
4. Membuat penjelasan lebih lanjut (*advanced clarification*):
  - a. Mendefinisikan istilah dan mempertimbangkan definisi.
  - b. Mengidentifikasi asumsi.
5. Mengatur strategi dan taktik (*strategies and tactics*):
  - a. Memutuskan suatu tindakan.
  - b. Berinteraksi dengan orang lain.

Watson dan Glazer (Rohayati, 2005) mengungkapkan indikator untuk menilai kemampuan berpikir kritis, yaitu dengan melakukan pengukuran melalui tes yang mencakup lima buah indikator, yaitu mengenal asumsi, melakukan inferensi, deduksi, interpretasi, dan mengevaluasi argumen. Bloom mengaitkan berpikir kritis dengan taxonominya, menurut Bloom (Duron, *et all.*, 2006) analisis didefinisikan sebagai berpikir kritis yang terfokus pada bagian-bagian dan fungsi-fungsinya terhadap keseluruhan, sintesis didefinisikan sebagai berpikir kritis yang terfokus pada bagian-bagian secara bersama membentuk sesuatu keseluruhan yang baru dan asli, evaluasi didefinisikan sebagai berpikir kritis untuk menilai dan mempertimbangkan berdasarkan informasi yang ada.

Berpikir kritis bervariasi dari bidang ke bidang, matematika memiliki karakteristik berbeda dengan disiplin ilmu lainnya. Glazer (Karim, 2010) mengemukakan definisi berpikir kritis dalam matematika yaitu kemampuan dan disposisi untuk menyertakan pengetahuan sebelumnya, penalaran matematika dan strategi kognitif untuk menggeneralisasi, membuktikan, atau mengevaluasi situasi-situasi matematika yang tidak familiar secara reflektif. Berdasarkan rumusan definisi tersebut Glazer menyebutkan syarat-syarat untuk berpikir kritis dalam matematika, yaitu:

1. Adanya situasi yang tidak dikenal atau akrab sehingga individu tidak dapat dengan cepat mengenali atau memahami konsep matematika atau mengetahui bagaimana menentukan solusi suatu masalah.
2. Menggunakan pengetahuan yang dimilikinya, penalaran matematis, dan strategi kognitif.

3. Menghasilkan generalisasi, pembuktian atau evaluasi.
4. Berpikir reflektif yang melibatkan pengkomunikasian solusi dengan penuh pertimbangan, membuat makna tentang jawaban atau argumen yang masuk akal, menentukan alternatif untuk menjelaskan konsep atau memecahkan persoalan, dan pengembangan studi lebih lanjut.

Adapun indikator kemampuan berpikir kritis matematis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan penjelasan sederhana dengan memberikan argumen sendiri.
2. Membuat kesimpulan.
3. Mengatur strategi dan taktik, yaitu mengidentifikasi masalah sehingga menemukan jawaban yang benar dan logis.

### **C. Pendidikan Matematika Realistik (PMR)**

Pendidikan Matematika Realistik (PMR) adalah suatu pendekatan pembelajaran matematika yang dikembangkan di Indonesia sejak tahun 2001, diadaptasi dari *Realistic Mathematics Education* (RME) di Belanda. Pengembangan PMR dilandasi oleh pernyataan Freudenthal bahwa matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia (*human activities*). Menurut Freudenthal matematika sebaiknya tidak diberikan kepada siswa sebagai suatu produk jadi yang siap pakai, melainkan sebagai suatu bentuk kegiatan dalam mengkonstruksi konsep matematika. Freudenthal mengenalkan istilah “*guided reinvention*” sebagai proses yang dilakukan siswa secara aktif untuk menemukan kembali suatu konsep matematika dengan bimbingan guru (Wijaya, 2012).

Menurut Wijaya (2012) penggunaan kata “realistik” sebenarnya berasal dari bahasa Belanda “*zich realiseren*” yang berarti “untuk dibayangkan” atau “*to imagine*”. Menurut Van den Heuvel-Panhuizen, penggunaan kata “*realistic*” tersebut tidak sekedar menunjukkan adanya suatu koneksi dengan dunia nyata (*real-world*) tetapi lebih mengacu pada fokus Pendidikan Matematika Realistik dalam menempatkan penekanan penggunaan suatu situasi yang bisa dibayangkan (*imagineable*) oleh siswa (Wijaya, 2012).

Konsep utama dari PMR adalah kebermaknaan konsep matematika. Menurut Freudenthal proses belajar siswa hanya akan terjadi jika pengetahuan (*knowledge*) yang dipelajari bermakna bagi siswa. Dan menurut CORD, suatu pengetahuan akan menjadi bermakna bagi siswa jika proses pembelajaran dilaksanakan dalam suatu konteks atau pembelajaran menggunakan permasalahan realistik (Wijaya, 2012).

Kebermaknaan yang merupakan konsep utama dalam PMR ini dilandasi oleh teori Ausubel tentang belajar bermakna. Bagi Ausubel, belajar bermakna merupakan suatu proses mengaitkan informasi baru pada konsep-konsep relevan yang terdapat dalam struktur kognitif seseorang. Pada proses belajar bermakna ini memungkinkan siswa menemukan konsep-konsep untuk dirinya melalui suatu rangkaian pengalaman-pengalaman kongkret (Dahar, 1989). Dalam PMR, penggunaan konteks sebagai awal pembelajaran memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan eksplorasi sebagai titik awal pembangunan konsep matematika. Dengan belajar bermakna ini siswa akan lebih kuat ingatannya, sehingga proses belajar selanjutnya akan memperoleh hasil belajar yang lebih baik.

Dalam belajar bermakna, materi yang akan dipelajari siswa harus bermakna, materi harus memiliki kebermaknaan logis dan gagasan-gagasan yang relevan harus terdapat dalam struktur kognitif siswa. Materi yang bermakna logis adalah materi yang mempunyai sifat keajekan dengan apa yang telah diketahui dan materi itu dapat dinyatakan dalam berbagai cara, tanpa mengubah arti. Materi yang disusun dari yang paling inklusif. Belajar bermakna lebih mudah berlangsung apabila materi-materi baru dikaitkan pada materi yang lebih inklusif. Dengan demikian materi-materi itu tersusun secara hierarkhis sesuai dengan struktur kognitif yang dimiliki siswa.

Menurut Ausubel, seseorang belajar dengan mengasosiasikan fenomena baru kedalam skema yang telah dipunyai. Seseorang dapat mengembangkan skema yang ada atau dapat mengubahnya. Dalam proses belajar ini siswa mengkontruksi apa yang ia pelajari. Dalam teori belajar bermakna Ausubel ini menekankan pentingnya siswa mengaitkan informasi yang baru dipelajari dengan sistem pengertian yang telah dimiliki. Informasi baru itu diserap oleh siswa secara aktif ke dalam konsep atau pengertian yang sudah dimiliki siswa (Suparno, 1997).

Pendidikan Matematika Realistik memiliki karakteristik tertentu. Treffers merumuskan lima karakteristik (Wijaya, 2012), yaitu:

a) Penggunaan konteks

Konteks atau permasalahan realistik digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika. Konteks tidak harus berupa masalah dunia nyata namun bisa dalam bentuk permainan, penggunaan alat peraga, atau situasi lain selama hal tersebut bermakna dan bisa dibayangkan dalam pikiran siswa. Melalui



penggunaan konteks, siswa dilibatkan secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi permasalahan.

Penggunaan permasalahan realistik dalam PMR memiliki posisi yang berbeda dengan penggunaan permasalahan realistik dalam pendekatan mekanistik. Menurut Wijaya (2012) dalam PMR, permasalahan realistik digunakan sebagai pondasi dalam membangun konsep matematika atau disebut juga sebagai sumber untuk pembelajaran (*a source for learning*). Sedangkan dalam pendekatan mekanistik permasalahan realistik ditempatkan sebagai bentuk aplikasi suatu konsep matematika sehingga sering juga disebut sebagai kesimpulan atau penutup dari proses pembelajaran (*the conclusion of learning*).

Menurut Treffers dan Goffree (Wijaya, 2012), konteks memiliki beberapa fungsi dan peranan penting, yaitu:

1. Pembentukan konsep (*concept forming*)

Fungsi paling fundamental dari konteks dalam PMR adalah memberikan siswa suatu akses yang alami dan motivatif menuju konsep matematika. Konteks harus memuat konsep matematika tetapi dalam suatu kemasan yang bermakna bagi siswa sehingga konsep matematika tersebut dapat dibangun atau ditemukan kembali secara alami oleh siswa.

2. Pengembangan model (*model forming*)

Konteks berperan dalam mengembangkan kemampuan siswa untuk menemukan berbagai strategi untuk menemukan atau membangun konsep matematika. Strategi tersebut bisa berupa serangkaian model yang berfungsi

sebagai alat untuk menerjemahkan konteks dan juga alat untuk mendukung proses berpikir.

### 3. Penerapan (*applicability*)

Peran konteks bukan lagi untuk mendukung penemuan dan pengembangan konsep matematika tapi untuk menunjukkan bagaimana suatu konsep matematika ada di realita dan digunakan dalam kehidupan nyata. Dunia nyata merupakan suatu sumber dan sekaligus tujuan penerapan sejumlah konsep matematika.

### 4. Melatih kemampuan khusus (*specific abilities*) dalam situasi terapan

Kemampuan melakukan identifikasi, generalisasi, dan pemodelan merupakan hal-hal yang berperan penting dalam menghadapi suatu situasi terapan.

#### b) Penggunaan model untuk matematisasi progresif

Dalam Pendidikan Matematika Realistik, model digunakan dalam melakukan matematisasi secara progresif. Penggunaan model berfungsi sebagai jembatan dari pengetahuan dan matematika tingkat kongkret menuju pengetahuan matematika tingkat formal. Ada dua macam model yaitu *model of* dan *model for*. Menurut Gravermeijer (Wijaya, 2012), ada empat level atau tingkatan dalam pengembangan model, yaitu:

#### 1. Level situasional

Level situasional merupakan level paling dasar dari pemodelan, pada level pengetahuan dan model masih berkembang dalam konteks situasi masalah yang digunakan.

## 2. Level referensial

Pada level ini, model dan strategi yang dikembangkan tidak berada dalam konteks situasi, melainkan sudah merujuk pada konteks. Siswa membuat model untuk menggambarkan situasi konteks sehingga hasil pemodelan pada level ini disebut sebagai model dari (*model of*) situasi.

## 3. Level general

Pada level general, model yang dikembangkan siswa sudah mengarah pada pencarian solusi secara matematis. Model pada level ini disebut model untuk (*model for*) penyelesaian masalah.

## 4. Level formal

Pada level formal, siswa sudah bekerja dengan menggunakan simbol dan representasi matematis. Tahap formal merupakan tahap perumusan dan penegasan konsep matematika yang dibangun oleh siswa.

### c) Pemanfaatan hasil konstruksi siswa

Dalam Pendidikan Matematika Realistik siswa ditempatkan sebagai subjek belajar. Siswa memiliki kebebasan untuk mengembangkan strategi pemecahan masalah sehingga diharapkan akan diperoleh strategi yang bervariasi. Hasil kerja dan konstruksi siswa selanjutnya digunakan untuk landasan pengembangan konsep matematika.

### d) Interaktivitas

Proses belajar seseorang bukan hanya suatu proses individu melainkan juga secara bersamaan merupakan suatu proses sosial. Proses belajar siswa akan menjadi lebih singkat dan bermakna ketika siswa saling mengkomunikasikan hasil

kerja dan gagasan mereka. Pemanfaatan interaksi dalam pembelajaran matematika bermanfaat dalam mengembangkan kemampuan kognitif dan afektif siswa secara simultan.

Interaktivitas didasarkan pada teori belajar Vygotsky, penekanannya pada sosiokultural dalam pembelajaran. Siswa dalam mengkonstruksi pengetahuannya, lingkungan sosial merupakan faktor yang sangat penting, dan bergantung pada interaksi terhadap orang-orang disekitarnya. Pengetahuan, pemikiran, sikap dan tata nilai yang dimiliki siswa akan berkembang melalui proses interaksi. Proses interaksi dan negosiasi sangat menjembatani proses pengkonstruksian pengetahuan siswa.

Interaksi mempunyai peranan yang sangat penting dalam meningkatkan pengembangan konsep siswa sebagai proses internalisasi kegiatan belajar. Vygotsky mengemukakan bahwa peranan interaksi sosial dalam pembelajaran memberikan gambaran pengaruh fenomena sosial terhadap proses pembelajaran itu sendiri (Rahayu, 2006). Vygotsky juga menjelaskan bahwa dalam setiap perkembangannya siswa mengalami berbagai permasalahan yang beberapa diantaranya berada di luar jangkauan siswa walaupun sudah dijelaskan beberapa kali secara jelas. Dalam mengkonstruksi pengetahuannya, siswa membutuhkan suatu struktur, petunjuk, kepedulian dan bantuan orang-orang sekitarnya (Suparno, 1997).

Dalam PMR interaktivitas, merupakan proses yang memberi ruang kepada siswa untuk saling mengomunikasikan gagasan dalam kelompok sampai memberi

tanggapan pada saat presentasi kelompok. Interaktivitas ini bertujuan untuk menguatkan hasil penemuan konsep atau sebagai proses konfirmasi.

Menurut Vygotsky belajar merupakan suatu perkembangan pengertian, yang bersifat spontan dan ilmiah. Pengertian spontan adalah pengertian yang didapat dari pengalaman siswa sehari-hari. Pengertian spontan ini tidak dapat didefinisikan prosesnya dan terangkai secara sistematis logis. Pengertian ilmiah adalah pengertian formal yang didapat dari kelas, yang didefinisikan secara logis dalam sistem yang luas, dan menurut Fosnot dalam proses belajar terjadi perkembangan dari yang bersifat spontan menuju pengertian yang lebih ilmiah (Suparno, 1997)

Ada dua konsep penting dalam teori Vygotsky, yaitu *Zone of Proximal Development (ZPD)* dan *Scaffolding* (Slavin, 1994). *Zone of Proximal Development* merupakan jarak tingkat perkembangan sesungguhnya dengan tingkat perkembangan potensial. Tingkat perkembangan sesungguhnya diartikan sebagai kemampuan mengkonstruksi secara mandiri, sedangkan tingkat perkembangan potensi adalah kemampuan mengkonstruksi pengetahuan di bawah bimbingan orang dewasa atau melalui kerjasama dengan teman sejawat yang lebih mampu. *Scaffolding* merupakan pemberian sejumlah bantuan kepada siswa selama tahap-tahap awal pembelajaran, kemudian mengurangi bantuan dan memberikan kesempatan untuk mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar setelah ia dapat melakukannya. Bantuan tersebut dapat berupa petunjuk, dorongan, peringatan, memberikan contoh, menguraikan masalah ke dalam langkah-langkah pemecahan, tindakan-tindakan lain yang memungkinkan siswa itu belajar mandiri.

Proses mengkonstruksi dalam PMR dengan *Scaffolding* yang diberikan semuanya disajikan dalam bentuk LAS, untuk didiskusikan di dalam kelompok, dan setelah selesai diskusi kelompok dipresentasikan untuk proses penegasan atau penguatan konsep.

e) Keterkaitan

Konsep-konsep dalam matematika tidak bersifat parsial, namun banyak konsep matematika yang memiliki keterkaitan. Oleh karena itu, konsep-konsep matematika tidak dikenalkan kepada siswa secara terpisah atau terisolasi satu sama lain. Melalui keterkaitan ini, satu pembelajaran matematika diharapkan bisa mengenalkan dan membangun lebih dari satu konsep matematika secara bersamaan walau ada konsep yang dominan.

Selain memiliki karakteristik yang dirumuskan oleh Treffers, menurut Gravemeijer (Fauzan, 2008), PMR memiliki tiga prinsip kunci, yaitu:

1. Penemuan (kembali) secara terbimbing (*Guided Reinvention*)

Melalui topik-topik matematika yang disajikan, siswa harus diberi kesempatan untuk mengalami proses yang sama dengan proses yang dilalui oleh para pakar matematika ketika menemukan konsep-konsep matematika.

Proses penemuan yang harus dialami oleh siswa ini didasari oleh teori Piaget. Piaget adalah seorang psikologi pertama yang menggunakan filsafat konstruktivisme dalam proses belajar, ia mengatakan bahwa teori pengetahuan itu pada dasarnya adalah teori adaptasi pikiran kedalam suatu realita, seperti organisme beradaptasi ke dalam lingkungannya (Suparno, 1997). Adaptasi menurut Piaget adalah merupakan keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi.

Asimilasi adalah penyerapan informasi baru kedalam pikiran, sedangkan akomodasi adalah penyusunan kembali struktur pikiran karena adanya informasi baru sehingga informasi itu mempunyai tempat (Ruseffendi, 1991).

Pada dasarnya belajar adalah proses asimilasi dan akomodasi yang selalu dilakukan sampai terjadi keseimbangan antara keduanya. Terjadinya keseimbangan itu diberi istilah *equilibration*. Belajar tidak hanya menerima informasi dan pengalaman baru saja, tetapi juga terjadi penstrukturan kembali informasi dan pengalaman barunya.

Menurut Clara apabila pembelajaran berpijak pada teori Piaget, maka tujuan utama pendidikan adalah harus dipandang sebagai usaha untuk mengembangkan kemampuan intelektual dan menunjukkan kepada siswa cara efektif untuk mengembangkan seluruh kapasitas intelektualnya. Sehingga pembelajaran harus berpusat pada siswa dan penemuan sendiri, siswa harus dipandang sebagai subyek belajar, siswa harus diberi kesempatan untuk mendapatkan pengalaman belajar yang akan sangat berguna bagi perkembangan pengetahuannya. Peranan guru adalah sebagai fasilitator dan membimbing kegiatan belajar. Unsur proses belajar memegang peranan yang vital (Rahayu, 2006).

Pembelajaran yang baik adalah pembelajaran yang mampu membuat siswa ‘belajar’. Belajar merupakan suatu proses bukan suatu hasil, seperti yang dikemukakan oleh Hamalik (2001) “Belajar adalah merupakan suatu proses, suatu kegiatan dan bukan suatu hasil atau tujuan. Belajar bukan hanya mengingat, akan tetapi lebih luas dari itu, yakni mengalami”.

Berkaitan dengan PMR, proses konstruksi terjadi mulai dari awal pembelajaran dengan penggunaan konteks sampai siswa menemukan konsep matematika melalui pemodelan. Pembelajaran dirancang dengan menciptakan pembelajaran yang aktif dan konstruktif. Siswa diberi kesempatan untuk bereksperimen atau mencoba sendiri, sehingga peranan materi pelajaran akan lebih penting dibandingkan peranan guru. Siswa diberi kesempatan untuk melakukan proses penemuan secara terbimbing melalui Lembar Aktivitas Siswa (LAS) dalam PMR disebut *Guided Reinvention*. Peranan guru hanya membantu siswa untuk membimbing siswa supaya bisa mengkonstruksikan sendiri pemahamannya akan suatu objek atau membentuk skema-skema melalui proses *equilibration*. Siswa harus diajak untuk membandingkan yang diperolehnya dengan jawaban yang diperoleh siswa lain.

## 2. Fenomena didaktik (*Didactical Phenomenology*)

Topik-topik matematika yang disajikan harus dikaitkan dengan fenomena sehari-hari. Topik-topik ini dipilih dengan dua pertimbangan: (1) aplikasinya, (2) kontribusinya untuk perkembangan matematika lanjut.

## 3. Pemodelan (*Emerging Models*)

Melalui pendekatan PMR, siswa mengembangkan model mereka sendiri sewaktu memecahkan soal-soal kontekstual. Pada awalnya, siswa akan menggunakan model pemecahan yang informal (*model of*). Setelah terjadi interaksi dan komunikasi akan berkembang menjadi model yang formal (*model for*).



Pembelajaran matematika dengan pendekatan PMR dapat dilakukan dengan memenuhi langkah-langkah yang dikemukakan Yuwono (2007). Langkah-langkah tersebut adalah sebagai berikut:

1. Memahami masalah kontekstual

Langkah ini merupakan kegiatan siswa dalam memahami masalah. Melalui penggunaan konteks, siswa dilibatkan secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi permasalahan (Wijaya, 2012).

2. Menyelesaikan masalah kontekstual

Langkah ini dilakukan siswa setelah siswa memahami masalah. Untuk menyelesaikan masalah kontekstual perlu digunakan model untuk menjembatani pengetahuan matematika tingkat kongkret menuju tingkat formal.

3. Membandingkan dan mendiskusikan jawaban

Langkah ini merupakan proses interaksi dan komunikasi. Dalam proses ini antara siswa dengan siswa, siswa dengan guru terjadi komunikasi untuk melakukan pertukaran ide atau gagasan.

4. Menyimpulkan

Langkah ini merupakan suatu kegiatan dimana siswa dan guru bersama-sama membuat kesepakatan untuk sampai pada konsep atau algoritma. Siswa diminta membuat kesimpulan secara mandiri tentang apa yang telah dikerjakan selama proses pembelajaran.

Berdasarkan prinsip, karakteristik dan langkah-langkah dalam pendekatan PMR bila dikaitkan dengan kurikulum di Indonesia sudah sejalan. Penggunaan

konteks pada awal pembelajaran memfasilitasi siswa untuk melakukan eksplorasi. Hasil kegiatan eksplorasi selanjutnya dikembangkan menuju penemuan konsep melalui proses elaborasi yang meliputi matematisasi horizontal dan vertikal. Dalam PMR juga terjadi interaktivitas dimana antar siswa terjadi komunikasi gagasan baik pada waktu kerja kelompok maupun tanggapan pada waktu presentasi, hal ini berguna untuk menguatkan hasil proses eksplorasi dan elaborasi, proses ini merupakan proses akhir dalam pembelajaran yaitu proses konfirmasi.

Dalam penelitian ini langkah-langkah pembelajaran dengan pendekatan PMR secara garis besar yang dilaksanakan di kelas adalah sebagai berikut:

a. Kegiatan Pendahuluan

1. Guru menyampaikan apersepsi dan motivasi.
2. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
3. Guru menjelaskan langkah-langkah pembelajaran dan hal-hal yang perlu dipersiapkan siswa.
4. Guru mengondisikan siswa untuk berkelompok.

b. Kegiatan Inti

1. Siswa melakukan eksplorasi melalui konteks yang disajikan dalam LAS .
2. Siswa diminta untuk berdiskusi menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan model, menuju penemuan konsep.
3. Guru membimbing siswa yang mendapat kesulitan.
4. Setiap kelompok secara bergantian mempresentasikan hasil diskusinya di depan kelas.

5. Siswa bersama guru membahas hasil presentasi di depan kelas.

c. Penutup

1. Siswa diminta membuat kesimpulan secara mandiri.
2. Guru membimbing siswa untuk menemukan konsep dan memberikan penguatan terhadap kesimpulan yang dibuat siswa.
3. Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi.

**D. Kaitan PMR dengan Kemampuan Representasi dan Berpikir Kritis Matematis**

Pembelajaran dengan pendekatan PMR merupakan pembelajaran yang berpusat pada siswa karena siswa diberi kesempatan untuk memecahkan masalah dari dunianya sendiri sesuai dengan potensi masing-masing, sedangkan guru hanya sebagai fasilitator. Pendekatan PMR mendorong siswa untuk aktif melakukan eksplorasi permasalahan. Siswa mengkonstruksi ilmu pengetahuannya melalui proses penemuan dari permasalahan kontekstual yang disajikan. Menurut Wijaya (2012) hasil eksplorasi siswa tidak hanya bertujuan untuk menemukan jawaban akhir dari permasalahan yang diberikan, tetapi juga diarahkan untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah yang bisa digunakan.

Salah satu karakteristik PMR menurut Treffers adalah penggunaan model. Melalui pemodelan siswa diharapkan dapat belajar untuk mendapatkan pemahaman konsep yang diinginkan, karena penggunaan model berfungsi menjembatani pengetahuan matematika tingkat kongkret menuju tingkat abstrak (Wijaya, 2012).

Berkaitan dengan penggunaan model pada PMR, Wijaya (2012) menjelaskan tentang kata matematisasi, yaitu suatu proses untuk memodelkan suatu fenomena secara matematis. Matematisasi menurut Freudenthal merupakan proses kunci dalam pendidikan matematika, berdasarkan tiga alasan. Pertama, matematisasi adalah kegiatan utama matematikawan. Kedua, matematisasi mengembangkan keteraplikasian dengan mengakrabkan siswa dengan pendekatan matematis pada setting kehidupan sehari-hari. Ketiga, matematisasi berhubungan secara langsung dengan penemuan kembali, suatu proses yang dialami siswa dalam memformalisasikan pemahaman informal dan intuisinya (Cobb, *et all.*, 2008).

De Lange (Wijaya, 2012) membagi matematisasi menjadi dua yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Proses matematisasi horizontal dapat dicapai melalui kegiatan-kegiatan berikut:

- a. Identifikasi matematika dalam konteks umum
- b. Skematisasi
- c. Formulasi dan visualisasi masalah dalam berbagai cara
- d. Pencarian keteraturan dan hubungan
- e. Transfer masalah nyata ke dalam model matematika

Matematisasi vertikal merupakan bentuk proses formalisasi di mana model matematika yang diperoleh pada matematisasi horizontal menjadi landasan dalam pengembangan konsep matematika yang lebih formal. Proses matematisasi vertikal terjadi melalui serangkaian kegiatan sekaligus tahapan berikut:

- a. Representasi suatu relasi ke dalam suatu rumus atau aturan

- b. Pembuktian keteraturan
- c. Penyesuaian dan pengembangan model matematika
- d. Penggunaan model matematika yang bervariasi
- e. Pengombinasian dan pengintegrasian model matematika
- f. Perumusan suatu konsep matematika baru
- g. Generalisasi.

Terkait dengan proses matematisasi, Barnes (2004) menyatakan bahwa melalui pembelajaran dengan pendekatan PMR memunculkan konsep dan strategi alternatif siswa sehingga dapat membantu meningkatkan pemahaman konsep siswa. Melalui matematisasi horizontal siswa dapat mengidentifikasi atau menghilangkan kesalahan-kesalahan yang muncul terhadap konsep yang salah, sedangkan matematisasi vertikal berperan dalam membawakan konsep alternatif dan membantu siswa mengidentifikasi kesalahan dan mereka mampu membenarkannya.

Salah satu kemampuan berpikir kritis yang dikemukakan oleh Ennis (Hassoubah, 2004) adalah bertanya dan menjawab pertanyaan yang mengklarifikasi dan menantang. Melalui pendekatan PMR kemampuan ini akan muncul melalui pemberian konteks, siswa diarahkan melalui pertanyaan-pertanyaan yang menantang untuk menemukan konsep matematika.

Kemampuan berpikir kritis yang lainnya adalah memutuskan suatu tindakan dan berinteraksi dengan orang lain. Salah satu karakteristik PMR adalah interaktivitas, artinya PMR memfasilitasi siswa untuk berinteraksi dengan siswa lain. Adanya interaksi antar siswa akan memberi kesempatan kepada siswa untuk

saling bertukar pendapat, melakukan tanya jawab, memberikan komentar, atau kritik sehingga memungkinkan ditemukan jawaban-jawaban yang bervariasi. Berbeda halnya dengan pembelajaran yang dilaksanakan secara individual, tidak terjadi interaksi antar siswa untuk mengkomunikasikan hasil kerja dan gagasan mereka.

Proses pembelajaran di kelas sebaiknya dipersiapkan secara komprehensif, sehingga berbagai kemampuan matematis terintegrasi dengan baik. Seperti halnya kemampuan representasi dan kemampuan berpikir kritis matematis pada prosesnya akan digunakan secara bersamaan. Berdasarkan karakteristik pendekatan PMR, siswa terdorong untuk melakukan representasi sendiri atas masalah kontekstual yang disajikan. Dan sebaliknya representasi akan digunakan kembali oleh siswa dalam mengatur strategi dan taktik untuk menyelesaikan masalah. Mengatur strategi dan taktik tersebut merupakan salah satu indikator berpikir kritis. Dengan demikian diduga PMR dapat meningkatkan kemampuan representasi dan berpikir kritis matematis siswa.

#### **E. Penelitian yang Relevan**

Penelitian mengenai kemampuan representasi dan berpikir kritis matematis telah dilakukan dengan berbagai metode dan pendekatan pembelajaran, diantaranya Effendi (2012) meneliti kemampuan representasi dan pemecahan masalah matematis antara siswa yang memperoleh pembelajaran matematika dengan metode penemuan terbimbing dan pembelajaran konvensional. Sampelnya adalah 71 siswa kelas VIII pada salah satu SMP negeri level menengah di Kota Bandung. Hasil penelitian menunjukkan bahwa

peningkatan kemampuan representasi kelas eksperimen lebih baik daripada kelas kontrol. Sejalan dengan Effendi, Aisyah (2012) juga meneliti tentang kemampuan representasi dan pemecahan masalah siswa kelas VIII SMP melalui *mathematical modelling* dalam pembelajaran *problem-based learning*.. Dari penelitian ini didapat hasil bahwa pembelajaran *problem-based learning* melalui *mathematical modelling* menunjukkan peran yang berarti dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis, karena siswa belajar matematika melalui lembar aktivitas yang dirancang agar siswa melakukan konstruksi atas permasalahan yang diberikan.

Hidayat (2011) meneliti tentang kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa melalui pembelajaran Kooperatif *Think-Talk-Write (TTW)*. Sampel yang terlibat sebanyak 63 orang siswa kelas XI yang ada di satu SMA Negeri di Kota Cimahi. Hasil penelitian menyimpulkan bahwa pendekatan pembelajaran kooperatif TTW cukup berpengaruh terhadap peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa meskipun hasilnya belum optimal, karena berada pada kualifikasi sedang. Hal ini disebabkan pembelajaran TTW lebih memberikan akses kepada siswa untuk mengemukakan ide-ide, cara-cara, dan argumen-argumen yang berbeda. Pertanyaan-pertanyaan terbuka dan perintah-perintah lebih mengaktifkan siswa dalam belajar dan memberi kesempatan kepada siswa untuk belajar matematika secara bermakna.

Penelitian yang dilakukan Lasmawati (2011) bertujuan untuk memperoleh informasi mengenai pengaruh pembelajaran matematika menggunakan pendekatan proses berpikir reflektif terhadap peningkatan kemampuan koneksi

dan berpikir kritis matematis siswa. Populasi dalam penelitian ini adalah siswa SMP di Kecamatan Sungailiat, sedangkan sampelnya siswa kelas VIII SMP Negeri. Pendekatan proses berpikir reflektif berkaitan dengan pemikiran tingkat tinggi dan pemecahan masalah. Berdasarkan analisis data disimpulkan bahwa, baik peningkatannya maupun kemampuan berpikir kritis matematis siswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan pendekatan proses berpikir reflektif lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran konvensional.

Penelitian-penelitian tentang kemampuan representasi dan kemampuan berpikir kritis melalui berbagai pendekatan yang berbeda telah diuraikan diatas, ada beberapa hasil penelitian yang sangat relevan yaitu penelitian tentang kemampuan berpikir kritis melalui pembelajaran dengan pendekatan PMR.

Nursyamsi (2010) melakukan penelitian dengan tujuan untuk menelaah pengaruh PMR dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematis serta disposisi berpikir kritis siswa. Populasi penelitian adalah siswa SMP di Kabupaten Cirebon dengan sampel siswa kelas VIII SMPN SSN di Kabupaten Cirebon. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa yang memperoleh pembelajaran PMR lebih baik secara signifikan daripada siswa yang memperoleh pembelajaran biasa. Pembelajaran matematika dengan pendekatan PMR berhasil mengembangkan komponen kemampuan berpikir kritis siswa. Hal ini tidak terlepas dari prinsip dan karakteristik PMR. Prinsip dan karakteristik tersebut meliputi penemuan terbimbing, fenomenologi didaktis, pengembangan model siswa sendiri, pemberian masalah kontekstual,



menggunakan model sebagai jembatan instrumen vertikal, adanya interaksi dan keterkaitan antar topik.

Berbeda dengan Nursyamsi, Hasratuddin (2010) melakukan penelitian dengan tujuan untuk mendeskripsikan perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kecerdasan emosional siswa melalui pendekatan PMR berdasarkan peringkat sekolah dan gender. Sampel dalam penelitian ini siswa SMP kelas VIII di Kota Medan yang diambil secara acak dari sekolah peringkat tinggi, sedang dan rendah berdasarkan perolehan nilai Ujian Nasional Tahun 2008 yang dikeluarkan Diknas. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sekolah peringkat tinggi memiliki peningkatan kemampuan berpikir kritis yang lebih baik melalui pembelajaran PMR dibandingkan dengan sekolah peringkat sedang dan rendah. Dan kemampuan berpikir kritis siswa perempuan lebih baik peningkatannya dibanding siswa laki-laki.

Sejalan dengan Hasratuddin, Somakim (2010) meneliti peningkatan kemampuan berpikir kritis dan *Self-Efficacy* matematis siswa SMP berdasarkan level sekolah. Populasi dalam penelitian ini adalah siswa SMP di kota Palembang, dengan sampel siswa SMP dari level sekolah tinggi, sedang, dan rendah dengan jumlah subyek penelitian sebanyak 299 orang siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses pembelajaran matematika dengan pendekatan PMR secara signifikan meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematis siswa SMP pada semua level sekolah. Peningkatan kemampuan berpikir kritis dipicu oleh PMR. Melalui prinsip PMR, pembelajaran difokuskan pada kemampuan siswa

dalam penemuan kembali konsep-konsep matematika dengan perantara masalah kontekstual.

Penelitian tentang kemampuan representasi matematis siswa yang dilakukan oleh Effendi (2012) melalui metode penemuan terbimbing dan Aisyah (2012) melalui pembelajaran *problem-based learning* berhasil meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa SMP. Indikator kemampuan representasi yang digunakan dalam penelitian tersebut adalah representasi simbolik, representasi grafis, dan representasi numerik.

Penelitian mengenai kemampuan berpikir kritis matematis siswa SMA yang dilakukan oleh Hidayat (2011) melalui pembelajaran *TTW*, Lasmawati (2011) melalui proses berpikir reflektif berhasil meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematis siswa. Hasil penelitian yang dilakukan Nuryamsi (2010), Hasratuddin (2010), dan Somakim (2010), secara umum mengungkapkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis matematis siswa SMP yang mendapat pembelajaran dengan pendekatan PMR lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Indikator yang digunakan untuk dalam penelitian tersebut pada umumnya menggunakan indikator yang dikemukakan Ennis yaitu memberikan penjelasan sederhana, membangun keterampilan dasar, membuat inferensi, membuat penjelasan lebih lanjut, dan mengatur strategi dan taktik.

Berdasarkan kajian terhadap penelitian yang relevan, maka penelitian ini bertujuan meneliti kemampuan representasi dan berpikir kritis matematis siswa SMP melalui pembelajaran dengan pendekatan PMR. Indikator kemampuan representasi yang digunakan sedikit berbeda dengan penelitian Effendi (2012) dan

Aisyah (2012), yaitu ditambahkan indikator representasi kata-kata, artinya diteliti kemampuan siswa dalam menyusun cerita atau menulis interpretasi yang sesuai dengan representasi yang disajikan. Mengenai kemampuan berpikir kritis yang telah diteliti oleh Hidayat (2011), Lasmawati (2011), Nursyamsi (2010), Hasratuddin (2010), dan Somakim (2010) telah berhasil menunjukkan peningkatan kemampuan berpikir kritis. Pada penelitian ini disamping meneliti peningkatan kemampuan berpikir kritis, juga mengkaji kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal-soal tes kemampuan berpikir kritis. Indikator yang digunakan dalam penelitian ini adalah yang dikemukakan Ennis dan difokuskan pada tiga indikator yaitu, memberikan penjelasan sederhana, membuat kesimpulan, mengatur strategi dan taktik.

#### **F. Hipotesis Penelitian**

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah dan hasil kajian teoritis, maka hipotesis dalam penelitian ini adalah:

- a. Kemampuan representasi matematis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pendekatan PMR lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
- b. Kemampuan berpikir kritis matematis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pendekatan PMR lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
- c. Peningkatan kemampuan representasi matematis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pendekatan PMR lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

- d. Peningkatan kemampuan berpikir kritis matematis siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pendekatan PMR lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

