

BAB VI

PENUTUP

6.1 Simpulan

Berdasarkan penjelasan pada bab sebelumnya, diperoleh simpulan penelitian ini sebagai berikut:

1. Fungsi konveks- s merupakan fungsi paling luas dibanding fungsi konveks dan fungsi konveks- m dapat dilihat pada Lema 5.1.2. Secara khusus untuk kasus $m = 1$ dan $s = 1$ ketiga fungsi konveks tersebut akan ekuivalen dapat dilihat pada Lema 5.1.3.
2. Pendefinisian fungsi Young diperluas θ_s dengan mengganti fungsi konveks pada fungsi Young Φ menjadi fungsi konveks- s . Terdapat beberapa sifat fungsi Young diperluas yang berbeda dengan fungsi Young seperti pada Lema 5.2.1. tetapi beberapa lainnya serupa dengan fungsi Young seperti Lema 5.2.3., Lema 5.2.4. Hasil tersebut telah dipublikasikan penulis pada acara *Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar (MSCEIS)* tahun 2021.
3. Pendefinisian ruang Orlicz diperumum $L_{\theta_s}(\mathbb{R}^n)$ dengan mengganti fungsi Young Φ pada ruang Orlicz dengan fungsi Young diperluas θ_s . Selanjutnya lema-lema yang digunakan untuk membuktikan quasi-norma terdefinisi dengan baik pada ruang Orlicz diperumum serupa dengan lema-lema yang digunakan untuk membuktikan norma terdefinisi dengan baik pada ruang Orlicz. Oleh karena itu, perbedaan yang sangat jelas adalah ruang quasi-norma menjadi ruang quasi Banach pada ruang Orlicz diperumum sedangkan ruang norma menjadi ruang Banach pada ruang Orlicz bisa dilihat pada Lema 5.3.6. dan Teorema 5.3.8.
4. Sifat inklusi pada ruang Orlicz diperumum secara hubungan himpunan serupa dengan sifat inklusi pada ruang Orlicz. Untuk perbedaan hanya dalam bentuk

5. ketaksamaan seperti contoh Lema 5.4.3. yang mana ketaksamaan tersebut terdapat konstanta $C^{\frac{1}{s}}$, dipengaruhi oleh fungsi Young diperluas θ_s . Berdasarkan Lema 5.5.1. bentuk ketaksamaan Hölder dan ketaksamaan Hölder diperumum pada ruang Orlicz diperumum berbeda dengan ketaksamaan Hölder dan ketaksamaan Hölder diperumum pada ruang Orlicz. Lebih lanjut akibat ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz diperumum diperoleh sifat inklusi pada ruang Lebesgue dan ruang Orlicz diperumum yang bisa dilihat pada Akibat 5.5.2. dan Akibat 5.5.3. Perbedaan yang sangat jelas adalah sifat inklusi pada ruang Lebesgue dengan menggunakan ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz diperumum berlaku untuk $p_1, p_2 \in \left\{ \frac{1}{m} : m \in \mathbb{N} \right\}$.
6. Berdasarkan Teorema 5.5.5. dan Akibat 5.5.6. maka diperoleh penajaman ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz diperumum sekaligus menjadi perumuman dari ketaksamaan Hölder pada ruang Lebesgue.
7. Jika dipilih fungsi Young diperluas θ_s dengan $s = 1$ maka dapat disimpulkan bahwa ruang Orlicz diperumum ekivalen dengan ruang Orlicz. Berlaku untuk sifat inklusi dan ketaksamaan Höldernya.

6.2 Saran

Hasil penelitian ini bisa jadi bahan acuan untuk penelitian lanjutan yang membahas topik serupa. Banyak hal yang bisa dikembangkan dari penelitian ini. Oleh karena itu, penulis memberikan saran bagi yang tertarik untuk melanjutkan penelitian ini. Saran tersebut sebagai berikut:

1. Mengkaji keberlakuan fungsi Young diperluas $\theta_s = t^p$ berlaku juga untuk sembarang $p \in (0,1)$ dimana $p \neq \frac{1}{n}$.
2. Mengkaji penelitian lanjutan sehingga berlaku untuk ruang Orlicz yang diperlemah dan ruang Orlicz-Morrey.