

**SIFAT INKLUSI DAN KETAKSAMAAN HÖLDER PADA
RUANG ORLICZ DIPERUMUM**

SKRIPSI

diajukan sebagai salah satu untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika Konsentrasi Analisis



Oleh

Rian Dermawan

NIM 1805141

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2022

SIFAT INKLUSI DAN KETAKSAMAAN HÖLDER PADA RUANG ORLICZ DIPERUMUM

Oleh
Rian Dermawan

Sebuah skripsi yang diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika Konsentrasi Analisis

© Rian Dermawan 2022
Universitas Pendidikan Indonesia
Agustus 2022

Hak cipta dilindungi undang-undang.
Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian, dengan dicetak
ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin dari penuli

LEMBAR PENGESAHAN

RIAN DERMAWAN

SIFAT INKLUSI DAN KETAKSAMAAN HÖLDER PADA RUANG ORLICZ DIPERUMUM

disetujui dan disahkan oleh pembimbing:

Pembimbing I



Dr. Al Azhary Masta, M.Si.

NIP. 199006102015041001

Pembimbing II

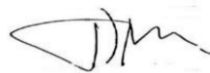


Dra. Encum Sumiaty, M.Si.

NIP. 196304201989032002

Mengetahui,

Ketua Departemen Pendidikan Matematika,



Dr. Dadang Juandi, M.Si,

NIP. 19640117199202100

ABSTRAK

Sifat Inklusi dan Ketaksamaan Hölder Pada Ruang Orlicz Diperumum

Oleh: Rian Dermawan

Kajian tentang ruang Lebesgue banyak dilakukan oleh peneliti. Salah satunya adalah ruang Orlicz yang merupakan perumuman dari ruang Lebesgue. Para peneliti tertarik untuk mengembangkan sifat-sifat inklusi dan ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz. Penelitian ini mengkaji ruang yang lebih umum daripada ruang Orlicz yang penulis namakan ruang Orlicz diperumum. Metode yang digunakan adalah mengganti fungsi Young pada ruang Orlicz dengan fungsi Young diperluas. Selain mendefinisikan ruang Orlicz diperumum, penulis mengkaji sifat-sifat inklusi dan ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz diperumum.

Kata Kunci: fungsi Young, fungsi Young diperluas, ruang Orlicz, ruang Orlicz diperumum, sifat inklusi, ketaksamaan Hölder.

ABSTRACT

Inclusion Properties and Hölder's Inequality of Generalization Orlicz Spaces

By: Rian Dermawan

The study of the Lebesgue space has been carried out by many researchers. One of them is the Orlicz spaces which is a generalization of the Lebesgue spaces. Researchers are interested in developing inclusion properties and Hölder's inequalities in the Orlicz spaces. This study examines a space that is more general than the Orlicz space which the author calls the generalized Orlicz space. The method used is to replace the Young's function on the Orlicz space with an generalized of Young's function. In addition to defining the generalized Orlicz space, the author examines inclusion properties and Hölder's inequalities in generalized Orlicz spaces.

Keyword: Young's function, generalized of Young's function, Orlicz spaces, generalized Orlicz spaces, inclusion properties, Hölder's inequalities.

DAFTAR ISI

| | |
|---|-------------|
| LEMBAR PENGESAHAN | i |
| PERNYATAAN KEASLIAN KARYA | ii |
| KATA PENGANTAR..... | iii |
| UCAPAN TERIMAKASIH..... | iv |
| ABSTRAK | vi |
| ABSTRACT | vii |
| DAFTAR ISI..... | viii |
| DAFTAR SIMBOL | x |
| DAFTAR GAMBAR..... | xi |
| DAFTAR LAMPIRAN | xii |
| BAB I PENDAHULUAN..... | 1 |
| 1.1 Latar Belakang..... | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah..... | 3 |
| 1.3 Batasan Masalah | 4 |
| 1.4 Tujuan Penelitian | 4 |
| 1.5 Manfaat Penelitian..... | 4 |
| 1.6 Sistematika Penulisan | 5 |
| BAB II KAJIAN PUSTAKA | 7 |
| 2.1 Fungsi | 7 |
| 2.2 Fungsi Konveks, Fungsi Konveks- <i>m</i> dan Fungsi Konveks- <i>s</i> | 12 |
| 2.3 Fungsi Young | 14 |
| 2.4 Ruang Banach..... | 19 |
| 2.5 Ruang Lebesgue | 22 |
| BAB III METODE PENELITIAN | 28 |
| BAB IV RUANG ORLICZ..... | 30 |
| 4.1 Ruang Orlicz | 30 |
| 4.2 Sifat Inklusi pada Ruang Orlicz | 39 |

| | |
|---|-----------|
| 4.3 Perumuman Ketaksamaan Hölder pada Ruang Orlicz | 42 |
| BAB V RUANG ORLICZ DIPERUMUM | 50 |
| 5.1 Keterkaitan Fungsi Konveks, Fungsi Konveks- <i>m</i> dan Fungsi Konveks- <i>s</i> | 50 |
| 5.2 Fungsi Young diperluas | 53 |
| 5.3 Ruang Orlicz diperumum | 57 |
| 5.4 Sifat Inklusi pada Ruang Orlicz diperumum | 68 |
| 5.5 Perumuman Ketaksamaan Hölder pada Ruang Orlicz diperumum | 70 |
| BAB VI PENUTUP | 79 |
| DAFTAR PUSTAKA | 81 |
| LAMPIRAN..... | 83 |

DAFTAR PUSTAKA

- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to Real Analysis*. Urbana: John Wiley & Sons, Inc.
- Dragomir (2002). On some new inequalities of Hermite-Hadamard type for m -convex functions. *Tamkang Journal of Mathematics*, 33(1), 45-56.
- Driver, K. B. (2003). *Analysis Tools with Applications*. Springer.
- Ifronika, Masta, A. A., Nur, M., & Gunawan, H. (2018). Generalized hölder's inequality in Orlicz spaces. *Proceedings of the Jangjeon Mathematical Society*, 22(1), 25-34.
- Kreyszig, E. (1978). *Introductory Functional Analysis with Applications*. Canada: John Wiley & Sons Inc.
- Kufner, A., John, O., & Fucik, S. (1977). *Function Spaces*. Czechoslovakia: Noordhoff International Publishing.
- Léonard, C. (2007). *Orlicz Spaces*. Retrieved Januari 7, 2022, from <http://leonard.perso.math.cnrs.fr/papers/Leonard-Orlicz%20spaces.pdf>
- Luxemburg, W. A. (1955). *Banach Function Spaces*. Thesis: Technische Hogeschool te Delft.
- Maligranda, L. (1989). *Orlicz Spaces and Interpolation*. Departamento de Matemática: Universidade Estadual de Campinas.
- Masta, A. A. (2018). *Sifat Inklusi pada Ruang Orlicz-Morrey*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- Masta, A. A., Gunawan, H., & Setya-Budhi, W. (2016). Inclusion property of Orlicz and weak Orlicz spaces. *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, 48-3, 193-203.

- O'Neil, R. (1965). Fractional Integration in Orlicz Spaces. I. *Transactions of the American Mathematical Society*, 115, 300-328.
- Orlicz, W. (1992). *Linear Functional Analysis (Series in Real Analysis Volume 4)*. Singapore: World Scientific.
- Rao, M., & Ren, Z. (1991). *Theory of Orlicz spaces*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Roberts, A. W., & Varberg, D. E. (1973). *Convex Functions*. New York and London: Academic Press, Inc.
- Sawano, Y. (2011). A Handbook of Harmonic Analysis. Retrieved Februari 1, 2022, from <https://www.comp.tmu.ac.jp/yosihiro/teaching/harmonic-analysis/harmonic-analysis-textbook.pdf>
- Taqiyuddin, M., & Masta, A. A. (2018). Inclusion Properties of Orlicz Spaces and Weak Orlicz Spaces Generated by Concave Functions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*.
- Tseng, K. L., Hwang, S. R., & Dragomir, S. S. (2007). On some new inequalities of Hermite-Hadamard-Fejér type involving convex functions. *Demonstratio Mathematica*, 40(1), 51-64.
- Welland, R. (1966). Inclusion relations among Orlicz spaces. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 17(135).
- Wu, C., & Li, Y. (2008). On the triangle inequality in quasi-Banach spaces. *J. Inequal. Pure Appl. Math*, 9(2).