

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Misalkan X sebarang himpunan dan τ adalah keluarga dari subhimpunan-subhimpunan buka X . Jika τ memenuhi sifat : i) \emptyset himpunan buka di τ , ii) X himpunan buka di τ , iii) gabungan sebarang himpunan buka di τ buka juga di τ , iv) irisan berhingga himpunan buka di τ , buka juga di τ , maka τ adalah topologi dari himpunan X . Himpunan X bersama-sama dengan topologi τ yang dinotasikan oleh (X, τ) membentuk ruang yang disebut ruang topologi. Studi yang banyak dibahas pada suatu ruang adalah sifat-sifat yang dimiliki oleh ruang tersebut. Selain itu dipelajari pula metode pengkonstruksian ruang-ruang topologi baru dari suatu ruang sudah diketahui. Lebih lanjut dipelajari pula apakah sifat-sifat dari ruang asal dipertahankan oleh ruang-ruang perluasannya.

Ruang topologi yang telah banyak dikenal adalah ruang Hausdorff yaitu ruang dimana setiap dua buah elemen yang berbeda dapat dipisahkan oleh dua buah persekitaran yang saling *disjoint*. Adapun perluasan dari ruang Hausdorff adalah ruang Tychonoff. Ruang Tychonoff adalah ruang yang didefinisikan sebagai ruang T_1 reguler lengkap, dimana ruang T_1 adalah ruang yang untuk setiap dua buah elemen yang berbeda terdapat dua buah persekitaran sedemikian sehingga masing-masing persekitaran hanya memiliki salah satu elemen yang berbeda tersebut. Melalui

kekompakan dapat ditunjukkan bahwa ruang Tychonoff mempunyai hubungan dengan ruang Hausdorff, yaitu bahwa ruang Tychonoff adalah perluasan dari ruang Hausdorff.

Sebagaimana disampaikan di atas dalam mempelajari suatu ruang, hal yang menarik adalah membahas sifat-sifatnya, salah satu sifat topologi yang penting dipelajari adalah sifat kekompakan pada ruang tersebut. Tidak semua ruang topologi memenuhi sifat tersebut, namun demikian terdapat suatu alat yang dapat digunakan untuk mengkonstruksi suatu ruang tidak kompak X dari suatu ruang kompak Y . Dalam hal ini disyaratkan $X \subset Y$ dan X padat pada Y . Alat tersebut disebut kompaktifikasi.

Kompaktifikasi didefinisikan sebagai suatu imbedding yaitu fungsi injektif yang kontinu dari X ke Y , dimana peta dari X suatu homeomorfisma dari X dan peta dari X padat dalam Y . Salah satu jenis kompaktifikasi adalah kompaktifikasi dari ruang Tychonoff yang tidak kompak pada ruang Hausdorff yang kompak yang dikenal dengan *Hausdorff Compactification*. Kompaktifikasi lain adalah *Stone-Cech Compactification* dari ruang Tychonoff yaitu kompaktifikasi dari ruang Tychonoff X yang tidak kompak ke *closure* dari peta *Hausdorff Compactification*. Selanjutnya akan dibuktikan jika X adalah sebuah ruang Tychonoff, maka setiap fungsi kontinu $\phi : X \rightarrow Y$ dari X ke ruang Hausdorff yang kompak Y memiliki sebuah perluasan atas $\beta(X)$ dimana $\beta(X)$ adalah *closure* dari peta $f(X)$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang diutarakan di atas, dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan dikaji dalam tugas akhir ini, diantaranya :

1. Bagaimana hubungan antara ruang Hausdorff dengan ruang Tychonoff?
2. Bagaimana sifat dari *Stone-Cech Compactification* ruang Tychonoff?

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan tugas akhir ini adalah mempelajari hubungan antara ruang Hausdorff dengan ruang Tychonoff dan sifat dari *Stone-Cech Compactification* dari ruang Tychonoff

1.4 Sistematika Penulisan

1. Bab I (Pendahuluan) membahas mengenai latar belakang, perumusan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan tugas akhir ini.
2. Bab II (Teori Pendukung) membahas berbagai teori yang digunakan untuk mendukung tugas akhir. Selain itu bagian ini berisi definisi-definisi yang harus diketahui dan dipahami untuk mengkaji bahasan dalam tugas akhir ini.
3. Bab III (Pembahasan) membahas ruang Hausdorff, kekompakan pada ruang Hausdorff dan ruang reguler lengkap.
4. Bab IV (Lanjutan Pembahasan) membahas mengenai ruang Tychonoff, *Stone-Cech Compactification* dari ruang Tychonoff dan sifat *Stone-Cech Compactification* dari ruang Tychonoff.



5. Bab V (Penutup) berisi kesimpulan dari penulisan tugas akhir ini dan saran-saran guna pengembangan lebih lanjut.

