

BAB III

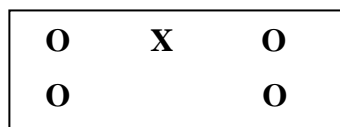
METODE PENELITIAN

A. Disain Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk melihat pengaruh penerapan pendekatan M-APOS terhadap kemampuan pembuktian matematik dalam pembelajaran Analisis Real. Penelitian ini merupakan penelitian kuasi eksperimen, walaupun demikian juga akan dilakukan analisis kualitatif. Analisis kualitatif dimaksudkan untuk mengkaji lebih jauh hal-hal yang terjadi dibalik kesimpulan yang diperoleh melalui uji statistik.

Penelitian ini melibatkan empat kelas yang terdiri dari dua kelas Program Studi Matematika dan dua kelas Program Studi Matematika. Dari dua kelas tersebut akan dipilih secara acak satu kelas untuk dijadikan kelas eksperimen dan satu kelas lagi sebagai kelas kontrol. Kelas eksperimen diberikan perlakuan berupa pembelajaran Analisis Real melalui pendekatan M-APOS yang, sedangkan kelas kontrol pola pembelajarannya berjalan seperti biasa.

Untuk mengetahui besarnya capaian dan peningkatan kemampuan pembuktian dalam pembelajaran Analisis Real, maka semua mahasiswa yang terlibat dalam penelitian ini diberikan pretes dan postes. Dengan demikian, disain penelitiannya adalah *The Static-Group Pretest-Posttest Design* (Fraenkel dan Wallen, 2007) sebagai berikut.



Gambar 3.1. Disain Penelitian

Keterangan:

O = Pretes = Postes

X = Pembelajaran Analisis Real melalui pendekatan M-APOS

Variabel dalam penelitian ini terdiri dari tiga bagian, yaitu variabel bebas, kontrol, dan terikat. Variabel terikatnya adalah kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti serta skala kemandirian belajar matematik. Variabel bebasnya adalah pembelajaran melalui pendekatan M-APOS dan pembelajaran konvensional. Variabel kontrolnya adalah kemampuan awal (tinggi, sedang, dan rendah).

Keterkaitan ketiga variabel tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk matriks Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.1. Keterkaitan Variabel-Variabel Penelitian antara Kemampuan Membaca Bukti dan Mengkonstruksi Bukti, Pendekatan Pembelajaran, dan Kemampuan Awal

| KEMAMPUAN | | MEMBACA BUKTI (CaB) | | | | MENGKONSTRUKSI BUKTI (SiB) | | | |
|----------------|------------|---------------------|-----------|------------------|-----------|----------------------------|-----------|------------------|-----------|
| PEMBELAJARAN | | M-APOS (M) | | KONVENSIONAL (K) | | M-APOS (M) | | KONVENSIONAL (K) | |
| KELOMPOK PRODI | | MAT (N) | P MAT (D) | MAT (N) | P MAT (D) | MAT (N) | P MAT (D) | MAT (N) | P MAT (D) |
| KEMAMPUAN AWAL | Tinggi (T) | | | | | | | | |
| | Sedang (S) | | | | | | | | |
| | Rendah (R) | | | | | | | | |
| | | CaBMN | CaBMD | CaBKN | CaBKD | SiBMN | SiBMD | SiBKN | SiBKD |
| | | CaBM | | CaBK | | SiBM | | SiBK | |

Tabel 3.2. Keterkaitan Variabel-Variabel Penelitian antara Kemandirian Belajar Matematika, Pendekatan Pembelajaran, dan Kemampuan Awal

| KEMAMPUAN | | KEMANDIRIAN BELAJAR MATEMATIK (KBM) | | | |
|-------------------------|------------|-------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| PROGRAM STUDI | | MATEMATIKA | | PEND. MATEMATIKA | |
| PENDEKATAN PEMBELAJARAN | | M-APOS (M) | KONVENSIONAL (K) | M-APOS (M) | KONVENSIONAL (K) |
| KEMAMPUAN AWAL | Tinggi (T) | | | | |
| | Sedang (S) | | | | |
| | Rendah (R) | | | | |
| | | | | | |

B. Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi pada penelitian ini adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA UNP Padang yang mengambil mata kuliah Analisis Real. Sedangkan sampelnya adalah mahasiswa semester 5 yang mengambil mata kuliah Analisis Real pada semester Juli-desember 2010 yang terdiri dari 4 kelas yang terdiri 2 kelas Program Studi Matematika dan 2 kelas Program Studi Pendidikan Matematika. Keempat kelas ini diberikan tes pengetahuan awal dengan materi materi prasyarat untuk mata kuliah Analisis Real. Kemudian berdasarkan hasil tes tersebut beberapa orang dipindahkan ke kelas yang baru sehingga diperoleh empat kelas yang mempunyai kemampuan awal yang sama. Dari keempat kelas tersebut dipilih secara acak dua untuk dijadikan sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol pada masing-masing program studi.

C. Pengembangan Instrumen

Penelitian ini menggunakan beberapa jenis instrumen, yaitu tes membaca bukti, tes mengkonstruksi bukti, dan skala kemandirian belajar matematik.

1. Tes membaca bukti dan tes mengkonstruksi bukti

Terdapat dua jenis yaitu tes membaca bukti dan tes mengkonstruksi bukti. Kedua tes tersebut dikembangkan dengan maksud untuk mengukur kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti. Tes ini dipilih berbentuk soal uraian agar dapat dilihat setiap langkah yang dilakukan mahasiswa. Soal-soal dikembangkan dari konsep yang terdapat pada bahan ajar. Materi yang diberikan adalah: sifat aljabar bilangan real, sifat urutan bilangan real, nilai mutlak, sifat kelengkapan bilangan real, dan aplikasi sifat supremum. Sebelum kedua tes digunakan terlebih dahulu dicari validitas isi dan muka dari pakar. Setelah itu dilakukan uji coba untuk melihat daya pembeda, indeks kesukaran, validitas dan reliabilitas dari soal tersebut. Dari hasil uji coba ini diperoleh soal yang langsung dapat dipakai dan soal yang harus direvisi dulu. Berikut diberikan rumus untuk menghitung daya pembeda, indeks kesukaran, validitas dan reliabilitas dari soal tersebut.

a. Daya pembeda Soal

Daya pembeda soal ditentukan dengan mencari indeks pembeda soal. Untuk menghitung indeks pembeda soal essay, dengan cara sebagai berikut :

- 1) Data diurut dari nilai tertinggi sampai nilai terendah.
- 2) Kemudian diambil 27% dari kelompok yang mendapat nilai tinggi dan 27% dari kelompok yang mendapat nilai rendah.
- 3) Hitung degree of freedom (df) dengan rumus:

$df = (n_t - 1) + (n_r - 1)$ dan $n_t = n_r = 27\% \times N = n$

4) Cari indeks pembeda soal dengan rumus :

$$I_p = \frac{M_t - M_r}{\sqrt{\frac{\sum X_t^2 + \sum X_r^2}{n(n-1)}}}$$

Keterangan:

I_p = Indeks pembeda soal

M_t = rata-rata skor kelompok tinggi

M_r = rata-rata skor kelompok rendah

$\sum X_t^2$ = jumlah kuadrat deviasi skor kelompok tinggi

$\sum X_r^2$ = jumlah kuadrat deviasi skor kelompok rendah

$n = 27\% \times N$

N = banyak peserta tes

Suatu soal mempunyai daya pembeda yang berarti (signifikan) jika I_p hitung $\geq I_p$ tabel pada df yang telah ditentukan (Prawironegoro, 1985). Hasil analisis uji coba instrumen dapat dilihat pada lampiran.

b. Indeks Kesukaran Soal

Soal yang baik adalah soal yang tidak terlalu mudah atau tidak terlalu sukar. Untuk menentukan indeks kesukaran (I_k) soal essay dapat digunakan rumus yang dinyatakan oleh Prawironegoro (1985) adalah sebagai berikut :

$$I_k = \frac{D_t + D_r}{2mn} \times 100\%$$

Keterangan :

I_k = indeks kesukaran soal

D_t = jumlah skor dari kelompok tinggi

D_r = jumlah skor dari kelompok rendah

m = skor setiap soal jika benar

N = banyak peserta tes

$n = 27\% \times N$

Dengan kriteria :

| | |
|---------------------------|-------------|
| $I_k < 27\%$ | soal sukar |
| $27\% \leq I_k \leq 73\%$ | soal sedang |
| $I_k > 73\%$ | soal mudah |

Klasifikasi Soal

Klasifikasi soal /item menurut Prawironegoro (1985) adalah :

- 1) Item tetap dipakai jika I_p signifikan dan $0\% < I_k \leq 100\%$
- 2) Item diperbaiki jika:
 - I_p signifikan dan $I_k = 0\%$ atau 100%
 - I_p tidak signifikan dan $0\% < I_k < 100\%$
- 3) Item diganti jika I_p tidak signifikan dan $I_k = 0\%$ atau $I_k = 100\%$

Hasil analisis uji coba instrumen dapat dilihat pada lampiran

c. Validitas Tes

Sebelum tes digunakan terlebih dahulu dilakukan uji validitas isi dan muka oleh para penimbang. Uji validitas isi berkenaan dengan kesesuaian soal dengan kemampuan yang hendak diukur. Sedangkan validitas muka berkenaan dengan kejelasan sajian soal dilihat dari segi bahasa dan diagram. Para penimbang dipilih dari para ahli yang memahami materi perkuliahan Analisis Real. Hasil pertimbangan para ahli dianalisis dengan menggunakan uji statistik Q-Cochran.

Uji ini dilakukan untuk mengetahui apakah para penimbang telah memberikan pertimbangan yang sama terhadap masing-masing validitas instrumen. Jika nilai Q hitung lebih kecil dibandingkan dengan nilai χ^2 tabel maka dapat dikatakan bahwa para penimbang telah memberikan pertimbangan

yang sama pada validitas muka instrumen. Hasil analisis uji coba instrumen dapat dilihat pada lampiran

d. Reliabilitas Tes

Reliabilitas tes adalah suatu ukuran apakah tes tersebut dapat dipercaya. Suatu tes dikatakan reliabel apabila beberapa kali pengujian menunjukkan hasil yang relatif sama. Untuk menentukan koefisien reliabilitas digunakan rumus Cronbach Alpha yaitu :

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right)$$

Keterangan :

r_{11} = reliabilitas yang dicari

$\sum \sigma_i^2$ = jumlah variansi skor tiap-tiap item

σ_t^2 = variansi total

n = jumlah butir soal

Dengan kriteria sebagai berikut :

| | |
|---------------------------|----------------------------|
| $0,80 < r_{11} \leq 1,00$ | reliabilitas tinggi sekali |
| $0,60 < r_{11} \leq 0,80$ | reliabilitas tinggi |
| $0,40 < r_{11} \leq 0,60$ | reliabilitas sedang |
| $0,20 < r_{11} \leq 0,40$ | reliabilitas rendah |
| $0,00 < r_{11} \leq 0,20$ | sangat rendah |

Hasil analisis uji coba instrumen dapat dilihat pada lampiran B.5.

2. Kemandirian Belajar

Skala kemandirian belajar matematik disusun berdasarkan aspek-aspek: Inisiatif belajar; Mendiagnosa kebutuhan belajar; Menetapkan tujuan belajar; Memonitor, mengatur dan mengontrol belajar; Mengatur dan mengontrol kognisi, motivasi, dan perilaku; Mencari dan memanfaatkan sumber belajar yang relevan;

Memilih dan menerapkan strategi belajar; Mengevaluasi proses dan hasil belajar; *Self-Efficacy* (Konsep diri). Sebelum digunakan skala kemandirian belajar matematik ini diuji cobakan terlebih dahulu. Hasil analisis uji coba dapat dilihat pada lampiran.

D. Prosedur Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut.

1. Menyusun dan memperbaiki proposal penelitian.
2. Menyusun, memvalidasi, uji coba, dan memperbaiki instrumen penelitian dan perangkat penelitian (perangkat pembelajaran).
3. Memilih dua program studi tempat penelitian dan menetapkan jadwal penelitian.
4. Pada awal semester berturut-turut dilakukan Tes Kemampuan Awal; Pretes Kemampuan Membaca Bukti dan Kemampuan Membaca Bukti; dan Skala Kemandirian Belajar Matematik.
5. Melakukan penelitian menerapkan pembelajaran melalui pendekatan M-APOS kelas eksperimen dan penerapan pembelajaran konvensional pada kelas kontrol selama 10 kali pertemuan (masing-masing 3 sks).
6. Pada akhir semester berturut-turut dilakukan Tes Kemampuan Membaca Bukti dan Kemampuan Membaca Bukti; Skala Kemandirian Matematik; dan wawancara.
7. Melakukan analisis terhadap seluruh data yang berhasil dikumpulkan.
8. Menafsirkan dan membahas hasil analisis data.
9. Menarik suatu kesimpulan hasil penelitian dan menuliskan laporannya.

E. Pengembangan Bahan Ajar

Sebelum dilaksanakan pembelajaran dilakukan maka disusun sebuah bahan ajar yang cocok yang berpedoman pada buku pokok yang dipakai pada mata kuliah yaitu *Introduction to Real Analysis* karangan Bartle dan Sherbert (1992). Dalam penyusunan bahan ajar maka peneliti berpedoman kepada:

1. Kesesuaian dengan kurikulum Program Studi Matematika dan Program Studi Pendidikan Matematika yang akan dilibatkan dalam penelitian.
2. Kesesuaian dengan pendekatan pembelajaran yang akan digunakan yaitu pendekatan M-APOS.
3. Kesesuaian dengan tujuan penelitian yaitu untuk meningkatkan kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti serta kemandirian belajar matematik.

Dengan berpedoman kepada ketiga hal tersebut di atas maka disusunlah sebuah rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP), lembaran kerja terstruktur (LKT), dan lembaran kerja diskusi (LKD).

LKT dan LKD digunakan sebagai media dalam pembelajaran kelas eksperimen. LKT berfungsi sebagai pemandu mahasiswa untuk mempelajari topik yang akan dipelajari. Dalam LKT disusun beberapa instruksi yang akan memandu mahasiswa menguasai konsep yang akan dipelajari. Untuk memperkuat pemahaman tentang konsep yang diberikan maka mahasiswa diberikan permasalahan yang akan didiskusikan. Setelah mengerjakan LKT mereka mengadakan diskusi tentang konsep yang diberikan di mana bahan yang akan didiskusikan disajikan pada LKD. Berikut ini diberikan contoh dari LKT dan LKD.

Untuk memberikan pemahaman kepada mahasiswa tentang sifat bilangan real maka mereka diberi tugas seperti berikut. Pertama mereka diperkenalkan dengan sifat bilangan real (Bartle dan Sherbert, 1992) yaitu:

Himpunan bilangan real mempunyai sifat berikut.

- a. Sifat komutatif penjumlahan
- b. Sifat asosiatif penjumlahan
- c. Sifat komutatif perkalian
- d. Sifat asosiatif perkalian
- e. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan
- f. Keberadaan elemen nol
- g. Keberadaan elemen negatif
- h. Keberadaan elemen satuan
- i. Keberadaan elemen kebalikan

Setelah itu mereka diminta untuk menyelidiki apakah sifat-sifat tersebut berlaku untuk permasalahan berikut. Kemudian mahasiswa diminta untuk memberikan kesimpulan tentang sifat-sifat bilangan real.

1. Selidikilah apakah semua sifat bilangan real di atas berlaku pada himpunan penyelesaian persamaan berikut? Jelaskan jawaban anda!
 - a. $(x^2 + 2x - 3)(x^2 - x - 2) = 0$
 - b. $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$
 - c. $x^2 + 3x + 1 = 0$
 - d. $(x^2 + 4x + 6)(x^2 + 3x - 4) = 0$
2. Selidikilah apakah sifat bilangan real di atas berlaku pada himpunan berikut? Jelaskan jawaban anda!
 - a. $A = \{x \mid 0 < x < 10\}$
 - b. $B = \{x \mid 1 < x \leq 7\}$
 - c. $C = \{x \mid -3 < x \leq 4\}$

Dari hasil penyelidikan ini diharapkan mahasiswa dapat memahami dengan baik sifat-sifat yang berlaku pada bilangan real yang akan digunakan dalam pembahasan materi berikutnya.

Setelah itu mahasiswa diberikan sebuah bukti teorema, kemudian mereka diminta untuk menentukan argumentasi dari setiap langkah pembuktian seperti berikut.

Teorema

Jika x dan b adalah elemen di R dan $x + b = x$, maka $b = 0$

Berikan alasan atau argumen pada setiap langkah pembuktian teorema di atas.

| Langkah pembuktian | Alasan/argumen |
|-------------------------------|----------------|
| $x + b = x$ | |
| $(x + b) + (-x) = x + (-x)$ | |
| $(-x) + (x + b) = (x + (-x))$ | |
| $((-x) + x) + b = (x + (-x))$ | |
| $0 + b = 0$ | |
| $b = 0$ | |

Dari kegiatan ini mahasiswa diharapkan mampu untuk membaca suatu bukti beserta argumen dari setiap langkah yang diberikan. Setelah itu mereka diminta untuk mengkonstruksi bukti sendiri dari teorema yang diberikan.

Teorema

Misalkan p, q adalah sebarang elemen di R . Maka persamaan $p + m = q$ mempunyai solusi unik (tunggal) $m = (-p) + q$

Untuk membuktikan teorema di atas, jawablah pertanyaan di bawah ini!

1. Tentukan premis dan konklusi dari teorema di atas!
2. Apa artinya kata "solusi" dari persamaan $p + m = q$?
3. Dari premis yang anda kemukakan di atas, tentukan langkah apa yang harus anda lakukan sehingga diperoleh konklusi yang diharapkan? Jelaskan sifat bilangan real yang digunakan pada setiap langkah yang dilakukan!
4. Tunjukkan bahwa solusinya unik (tunggal) dengan cara sebagai berikut: Misalkan ada dua solusi yang dimiliki, misalnya m_1 dan m_2 , kemudian tunjukkan bahwa $m_1 = m_2$.
5. Tulis bukti lengkap dari teorema di atas!

Setelah mereka melakukan kegiatan di atas maka pada diskusi kelas diberikan permasalahan yang berhubungan dengan tugas yang diberikan pada LKT. Setelah diskusi kelas, kemudian mereka juga diberikan latihan untuk dikerjakan di rumah.

Perhatikan lagi hasil yang diperoleh pada lembaran kerja tugas (LKT) dan diskusikan dalam kelompok masing-masing tentang pembuktian sifat aljabar bilangan real.

1. Buktikan bahwa jika m dan $n \neq 0$ elemen di R dan $m \cdot n = n$, maka $m = 1$.
2. Buktikan bahwa jika $x \neq 0$ dan y elemen di R dan $x \cdot y = 1$, maka $y = 1/x$.
3. Jika $p \neq 0$, persamaan $p \cdot q = b$ mempunyai solusi unik $q = (1/p) \cdot b$.
4. Buktikan: Jika $p \cdot q = 0$ maka $p = 0$ atau $q = 0$.
5. Buktikan bahwa jika $a, b \in R$ maka:
 - $(a + b) = (-a) + (-b)$
 - $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$
 - $1/(-a) = -(1/a)$, dengan $a \neq 0$
 - $(a/b) = (-a)/b$, dengan $b \neq 0$
6. Jika $a \neq 0$ dan $b \neq 0$, tunjukkan bahwa $1/(ab) = (1/a) \cdot (1/b)$
7. Tunjukkan $x - (y + z) = (x - y) - z$ untuk semua $x, y, z \in R$

Soal Latihan.

1. Jika $y \neq 0$ dan $z \neq 0$, maka $(xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$.
2. Jika $z \neq 0$, maka $-(x/z) = (-x)/z = x/(-z)$.
3. Jika $b \neq 0$ dan $d \neq 0$, maka $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$.
4. Jika $a \in R$ dan memenuhi $a \cdot a = a$, maka buktikan bahwa $a = 0$ atau $a = 1$.
5. Jika x adalah bilangan irrasional dan $y \neq 0$ adalah bilangan rasional, tunjukkan $x + y$ dan xy adalah bilangan irrasional.
6. Jika x dan y adalah bilangan irrasional, apakah $x + y$ dan xy adalah bilangan irrasional? Jika ya, buktikan dan jika tidak, berikan contoh penyangkal.