

BAB V

SIMPULAN, IMPLIKASI DAN REKOMENDASI

Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk menghasilkan dekomposisi genetis konsep pembagian, konstruksi mental mahasiswa pada konsep pembagian serta menginformasikan berbagai kesulitan yang dihadapi mahasiswa saat mengkonstruksi konsep tersebut. Tujuan tersebut dicapai dengan menjawab tiga pertanyaan penelitian berikut:

1. Bagaimana dekomposisi genetis awal konsep pembagian?
2. Bagaimana dekomposisi genetis konsep pembagian?
3. Bagaimana proses konstruksi konsep pembagian yang dilakukan mahasiswa?
4. Kesulitan apa saja yang dialami mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian?

Dengan berfokus pada masing-masing pertanyaan tersebut, bab ini akan membahas tiga simpulan, dan kemudian diikuti dengan implikasi dan rekomendasi untuk penelitian lebih lanjut.

A. Simpulan

1. Dekomposisi Genetis Awal Konsep Pembagian

Berdasarkan perspektif teori APOS, analisis teoritis sebagai langkah awal penelitian menghasilkan dekomposisi genetis awal. Dalam penelitian ini, dekomposisi genetis awal menggambarkan struktur dan mekanisme mental yang akan dibutuhkan mahasiswa untuk mengkonstruksi konsep pembagian berdasarkan analisis teoritis. Dekomposisi genetis awal untuk konsep pembagian diuraikan sebagai berikut:

Pembagian Pada Bilangan Bulat Tak Negatif

1. Aksi Pembagian

Melakukan pembagian yang melibatkan $a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ sebagai bilangan yang dibagi, dengan mempertimbangkan $b \in \mathbb{Z}^+$ tertentu sebagai pembagi, untuk mendapatkan hasil bagi dan sisa.

2. Proses Pembagian

- a. Interiorisasi aksi pada langkah 1, yaitu membangun kesadaran tentang prosedur pembagian dalam menentukan hasil bagi dan sisa tanpa selalu melakukan semua langkah pembagian.
- b. Konstruksi proses pembagian melibatkan penggunaan prosedur pembagian $a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ untuk mendapatkan hasil bagi dan sisa tanpa melakukan pembagian secara eksplisit.

3. Objek Pembagian

- a. Enkapsulasi proses pada langkah 2b, yaitu membangun kesadaran bahwa dari pembagian bilangan $a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ akan ada hasil bagi (q) dan sisa (r) yang dapat dinyatakan dalam bentuk $a = bq + r$
- b. Konstruksi objek pembagian dilakukan dengan:
 - 1) Menyatakan hubungan antara bilangan bulat a, b, q dan r dalam bentuk $a = bq + r$
 - 2) Menyatakan interval $0 \leq r < b$
 - 3) Menyatakan sifat ketunggalan q dan r .

Pembagian Pada Bilangan Bulat Negatif

4. Proses Pembagian

- a. De-enkapsulasi objek pada langkah 3b ke dalam proses semula untuk menguraikan sifat-sifat prosedur pembagian yaitu penentuan hasil bagi dan sisa dan ketunggalan hasil bagi dan sisa dari pembagian a oleh b .
- b. Konstruksi proses pembagian melibatkan penggunaan prosedur pembagian $a \in \mathbb{Z}^-$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ untuk mendapatkan hasil bagi dan sisa tanpa melakukan pembagian secara eksplisit.

5. Objek Pembagian

- a. Enkapsulasi proses pada langkah 4, yaitu membangun kesadaran bahwa dari pembagian bilangan $a \in \mathbb{Z}^-$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ akan ada hasil bagi (q) dan sisa (r) yang dapat dinyatakan dalam bentuk $a = bq + r$
- b. Rekonstruksi objek pembagian dilakukan dengan:

- 1) Menyatakan hubungan antara bilangan bulat a, b, q dan r dalam bentuk $a = bq + r$
- 2) Menyatakan interval $0 \leq r < b$
- 3) Menyatakan sifat ketunggalan q dan r .

Skema Pembagian

6. Skema Pembagian

- a. Menggunakan langkah 3 dan 5 untuk mengelompokkan bilangan bulat menjadi himpunan-himpunan bagian berdasarkan kesamaan sisa dan menyatakannya dalam bentuk aljabar.
- b. Tematisasi dari Langkah 6a, yaitu membangun kesadaran bahwa konsep pembagian dapat mempartisi himpunan bilangan bulat menjadi beberapa himpunan bagian yang direpresentasikan dalam bentuk aljabar.
- c. Skema lengkap dikonstruksi agar mahasiswa dapat menggunakan konsep pembagian untuk menyelesaikan masalah. Koherensi skema ditunjukkan dengan kemampuan menjelaskan bagaimana konsep pembagian dapat mempartisi himpunan bilangan bulat menjadi beberapa himpunan bagian sesuai situasi untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi.

2. Revisi Dekomposisi Genetis Konsep Pembagian

Peneliti mengimplementasikan dekomposisi genetis awal dalam pembelajaran untuk mendapatkan data empiris sehingga dekomposisi genetis valid dalam menggambarkan seakurat mungkin konstruksi konsep pembagian mahasiswa calon guru. Setelah membandingkan hasil analisis data dengan prediksi dalam dekomposisi genetis awal maka dilakukan revisi pada dekomposisi genetis. Revisi Dekomposisi Genetis dilakukan pada langkah 3, 5, dan 6.

Pembagian Pada Bilangan Bulat Tak Negatif

3. Objek Pembagian

- a. Enkapsulasi proses pada langkah 2b, yaitu membangun kesadaran tentang hubungan antara bilangan pembagi (b), bilangan yang dibagi (a), hasil bagi (q), dan sisa (r) pada setiap pembagian $a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ dimana $0 \leq r < b$
- b. Konstruksi objek pembagian dilakukan dengan:

- 1) Menyatakan interval $0 \leq r < b$
- 2) Menyatakan hubungan antara bilangan bulat a, b, q dan r dalam bentuk $a = bq + r$
- 3) Menyatakan sifat ketunggalan q dan r .

Pembagian Pada Bilangan Bulat Negatif

5. Objek Pembagian

- a. Enkapsulasi proses pada langkah 2b, yaitu membangun kesadaran tentang hubungan antara bilangan pembagi (b), bilangan yang dibagi (a), hasil bagi (q), dan sisa (r) pada setiap pembagian $a \in \mathbb{Z}^-$ oleh $b \in \mathbb{Z}^+$ dimana $0 \leq r < b$
- b. Konstruksi objek pembagian dilakukan dengan:
 - 1) Menyatakan interval $0 \leq r < b$
 - 2) Menyatakan hubungan antara bilangan bulat a, b, q dan r dalam bentuk $a = bq + r$
 - 3) Menyatakan sifat ketunggalan q dan r .

Skema Pembagian

6. Skema Pembagian

- a. Menentukan satu bilangan pembagi, lalu menggunakan langkah 3 dan 5 untuk mengelompokkan bilangan bulat menjadi himpunan-himpunan bagian berdasarkan kesamaan sisa dan menyatakannya dalam bentuk aljabar.

3. Proses Konstruksi Konsep Pembagian yang Dilakukan Mahasiswa

Mahasiswa memiliki cara berpikirnya sendiri yang ia peroleh berdasarkan pengalamannya dalam mengkonstruksi berbagai konsep matematika. Pengalaman ini berkontribusi dalam mengkonstruksi konsep pembagian. Dalam implementasi pembelajaran konsep pembagian, peneliti mengarahkan cara berpikir mahasiswa agar sesuai dengan alur konstruksi dalam dekomposisi genetis awal. Setelah melakukan analisis respon mahasiswa dalam implementasi pembelajaran, maka dihasilkan deskripsi proses konstruksi mahasiswa pada konsep pembagian sebagai berikut:

Konstruksi 1 : Interiorisasi aksi dari pembagian suatu bilangan bulat tak negatif dengan suatu bilangan bulat positif ke dalam proses.

- Konstruksi 2 : Enkapsulasi berbagai proses yang mentransformasikan pembagian bilangan bulat tak negatif menjadi algoritma pembagian.
- Konstruksi 3 : De-enkapsulasi algoritma pembagian bilangan bulat tak negatif untuk mendapatkan sifat-sifat pembagian pada bilangan bulat tak negatif untuk kemudian diterapkan pada pembagian bilangan bulat negatif.
- Konstruksi 4 : Enkapsulasi berbagai proses yang mentransformasikan pembagian bilangan bulat negatif menjadi algoritma pembagian.
- Konstruksi 5 : Sintesis algoritma pembagian bilangan bulat tak negatif dan bilangan bulat negatif menjadi algoritma pembagian bilangan bulat untuk mempartisi bilangan bulat menjadi beberapa himpunan bagian.
- Konstruksi 6: Tematisasi konsep pembagian dimana skema pembagian secara sadar digunakan untuk mempartisi himpunan bilangan bulat menjadi beberapa himpunan bagian sesuai situasi masalah.

4. Kesulitan Mahasiswa dalam Mengkonstruksi Konsep Pembagian

Dalam implementasi pembelajaran yang didesain berdasarkan dekomposisi genetis awal konsep pembagian, mahasiswa dapat menghasilkan beberapa konstruksi mental. Konstruksi tersebut adalah:

1. Mahasiswa dapat mengkonstruksi proses pembagian pada bilangan bulat tak negatif;
2. Mahasiswa dapat mengkonstruksi bentuk algoritma pembagian pada bilangan bulat tak negatif;
3. Mahasiswa dapat mengkonstruksi batas nilai sisa dari pembagian pada bilangan bulat tak negatif;
4. Mahasiswa dapat mengkonstruksi ketunggalan hasil bagi dan sisa pada pembagian bilangan bulat tak negatif;
5. Mahasiswa dapat mengkonstruksi proses pembagian bilangan bulat negatif;

6. Mahasiswa dapat mengkonstruksi bentuk algoritma pembagian pada bilangan bulat negatif;
7. Mahasiswa dapat mengkonstruksi batas nilai sisa dari pembagian pada bilangan bulat negatif;
8. Mahasiswa dapat mempartisi himpunan bilangan bulat menjadi beberapa himpunan bagian jika ditentukan suatu bilangan pembagi;
9. Mahasiswa dapat menyatakan himpunan bagian yang merupakan partisi himpunan bilangan bulat dalam bentuk aljabar;
10. Mahasiswa dapat menggunakan konsep pembagian dalam menyelesaikan masalah yang ada pada lingkup skema pembagian;
11. Kemampuan mahasiswa dalam aljabar seperti menginterpretasi bentuk aljabar dalam situasi masalah yang diberikan, operasi aljabar, mengenali struktur, dan memilih manipulasi sesuai konteks masalah membantu mereka dalam menyelesaikan permasalahan pembagian dalam bentuk aljabar.

Dalam mengkonstruksi konsep pembagian, objek-objek mental tertentu tidak dapat diakses semua mahasiswa dalam situasi masalah yang diberikan. Hal ini menyebabkan kesulitan bagi beberapa mahasiswa. Dari analisis data penelitian, kesulitan yang menjadi temuan dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

1. Mahasiswa mengalami kesulitan mengkonstruksi hasil bagi dan sisa pada pembagian bilangan bulat a oleh b dengan $a < b$. Hal ini disebabkan oleh kurangnya kemampuan membedakan pembagian bilangan rasional dan bilangan bulat.
2. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengkonstruksi interval $0 \leq r < b$. Hal ini disebabkan oleh kurangnya kemampuan merefleksikan batas nilai sisa pada interval $0 \leq r < b$, terutama pada pembagian bilangan bulat untuk $a < b$ dan pembagian bilangan bulat a oleh b dengan $r = 0$. Selain itu, asumsi mahasiswa bahwa jika suatu bilangan bulat dapat membagi habis bilangan bulat lain, maka pembagian tersebut tidak memiliki sisa. Kesulitan tersebut berdampak pada sulitnya mengkonstruksi bentuk algoritma pembagian yang tepat; serta ketunggalan dari hasil bagi dan sisa pada pembagian bilangan bulat negatif dan bentuk aljabar.

3. Mahasiswa mengalami kesulitan menggeneralisasi bentuk algoritma pembagian ke dalam bentuk aljabar atau menginterpretasi permasalahan pembagian dalam bentuk aljabar; melakukan operasi aljabar; mengenali struktur aljabar; serta memilih manipulasi aljabar yang sesuai dengan konteks permasalahan. Hal ini disebabkan oleh kurangnya kemampuan aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan situasi permasalahan dalam bentuk aljabar.

B. Implikasi

Kesimpulan yang telah dikemukakan memberikan beberapa implikasi, yaitu:

1. Studi literatur menghasilkan dekomposisi genetis awal konsep pembagian walaupun berdasarkan uji secara empiris ditemukan ada alur konstruksi konsep pembagian mahasiswa yang diduga tidak sesuai dekomposisi genetis tersebut.
2. Dekomposisi genetis konsep pembagian didapatkan setelah melakukan revisi pada langkah 3, 5 dan 6 pada dekomposisi genetis awal. Revisi tersebut dilakukan untuk mendapatkan model yang valid dalam menggambarkan seakurat mungkin konstruksi mahasiswa sesuai hasil uji secara empiris.
3. Proses konstruksi konsep pembagian mahasiswa menggambarkan alur berpikir mereka dalam mengkonstruksi konsep pembagian berdasarkan uji empiris.
4. Mahasiswa mengalami cukup banyak kesulitan dalam mengkonstruksi konsep pembagian pada pembelajaran yang didesain berdasarkan dekomposisi genetis awal konsep pembagian.

C. Rekomendasi

Penelitian ini tentunya masih meninggalkan beberapa kekurangan. Namun demikian, berdasarkan kesimpulan dan implikasi, penelitian ini memberikan rekomendasi sebagai berikut:

1. Temuan dalam penelitian ini dapat dijadikan titik awal dalam mengembangkan suatu gagasan baru untuk menganalisis konstruksi mental (struktur dan mekanisme mental) mahasiswa yang diperoleh dari proses interaksi sosial.

2. Dekomposisi genetis konsep pembagian yang dihasilkan dari penelitian ini dapat dijadikan dasar dalam mengembangkan desain pembelajaran dan bahan ajar untuk konsep pembagian dengan menggunakan berbagai konteks yang berbeda.
3. Dekomposisi genetis konsep pembagian yang peneliti kembangkan dalam penelitian ini hanya untuk bilangan pembagi positif oleh karena itu masih terbuka peluang untuk mengembangkan dekomposisi genetis untuk konsep pembagian dengan bilangan pembagi negatif.
4. Dekomposisi genetis konsep pembagian yang dihasilkan dari penelitian ini dapat dijadikan inspirasi dalam mengembangkan dekomposisi genetis konsep lain seperti keterbagian, modulo, dan KPK.
5. Tahap aktivitas tidak menggunakan program ISETL, namun digantikan dengan situasi permasalahan konkret dan abstrak. Oleh karena itu, terbuka peluang menggunakan dekomposisi genetis konsep pembagian ini dalam mendesain dan mengimplementasikan pembelajaran dengan program ISETL, kemudian membandingkan hasilnya dengan pembelajaran tanpa program ISETL.
6. Temuan penelitian berupa kesulitan mahasiswa calon guru dalam mengkonstruksi konsep pembagian, dapat dijadikan rujukan ketika merencanakan dan melakukan pembelajaran konsep pembagian.
7. Uji empiris yang dilakukan peneliti dalam mengembangkan dekomposisi genetis hanya satu kali. Oleh karena itu, perlu dilakukan uji empiris kembali untuk meningkatkan keakuratan dekomposisi genetis konsep pembagian ini.
8. Kasus dalam konteks yang terdapat pada bahan ajar ternyata masih memiliki kekurangan. Oleh karena itu, pembaca yang berminat untuk menggunakan bahan ajar dalam penelitian ini dapat menggunakan bahan ajar yang telah direvisi.
9. Pembentukan kelompok memperhatikan karakteristik anggota kelompok. Karakteristik yang disarankan berdasarkan hasil penelitian ini adalah minimal harus ada satu anggota yang memiliki karakter berpikir kritis dan terbuka terhadap pemikiran orang lain; serta keberadaan satu leader yang mampu

memfasilitasi dan memberikan respon nyaman pada tiap anggota sehingga dapat mengarahkan tim mencapai tujuan kelompok. Selain itu, pendidik perlu memberikan pengertian pada mahasiswa untuk dapat bekerjasama dalam tim dan memiliki sikap saling menghargai dan terbuka terhadap pemikiran orang lain.