

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Konsep pembagian menempati posisi penting pada mata kuliah Teori Bilangan Dasar. Berbagai buku teks Teori Bilangan Dasar menyebutkan bahwa konsep pembagian yang sering disebut sebagai algoritma pembagian merupakan dasar atau gagasan pokok dalam mata kuliah Teori Bilangan Dasar (Burton, 2002; Campbell, 2012; Jupri, 2020). Hal ini karena konsep pembagian terkait pada hampir semua pokok bahasan Teori Bilangan Dasar. Pokok bahasan yang dimaksud antara lain: teori keterbagian, persamaan diophantine, teori kongruensi, kongruensi linier dan sistem kongruensi, bilangan prima, dan lain-lain (Jupri, 2020). Dengan demikian, konsep pembagian perlu mendapatkan perhatian khusus dalam perkuliahan Teori Bilangan Dasar.

Dalam perkuliahan Teori Bilangan Dasar, konsep pembagian banyak melibatkan berbagai situasi masalah yang direpresentasikan dalam bentuk aljabar. Ini terlihat dari banyaknya situasi masalah pada buku teks mata kuliah Teori Bilangan Dasar yang menggunakan contoh permasalahan konsep pembagian dalam bentuk aljabar. Hal ini wajar, karena salah satu capaian pembelajaran Teori Bilangan Dasar adalah mahasiswa mampu memahami kajian aljabar dengan aturan matematika secara baik (Tim Penyusun Prodi Pendidikan Matematika, 2021). Teori Bilangan Dasar dapat dianggap sebagai bagian dari aljabar yang hanya menangani bilangan cacah atau bilangan bulat (Campbell, 2012). Hal ini berarti konsep pembagian dapat dianggap sebagai kajian aljabar.

Dalam istilah aljabar, konsep pembagian memiliki maknanya sendiri. Campbell (2012) memaknai konsep pembagian dalam istilah aljabar terkait dengan berbagai koefisien, variabel, parameter, dan fungsi dalam domain bilangan bulat; serta masalah pengajaran dan pedagogisnya. Tetapi berdasarkan hasil penelitian Fitrianti et al. (2020) diperoleh fakta bahwa mahasiswa kesulitan dalam menyelesaikan berbagai permasalahan pembagian yang direpresentasikan dalam bentuk aljabar karena kurangnya pemahaman mahasiswa tentang makna variabel dan parameter, serta kurangnya kemampuan mengenali struktur dan memilih

manipulasi aljabar yang sesuai dengan konteks permasalahan. Dalam penelitian Zazkis (2008) ditemukan bahwa banyak siswa yang tidak mempertimbangkan struktur dan lebih cenderung melakukan komputasi dalam menyelesaikan permasalahan pembagian. Hasil penelitian Campbell (2002) tentang konsep pembagian menemukan bahwa pemahaman sebagian besar mahasiswa calon guru yang berpartisipasi dalam penelitian agak tidak berkembang dan rapuh dalam konteks yang lebih abstrak. Ini menunjukkan bahwa banyak ditemukan masalah yang berhubungan dengan konsep pembagian. Padahal, konsep pembagian sangat penting sebagai dasar dalam mengkonstruksi konsep lain pada mata kuliah Teori Bilangan Dasar.

Konsep pembagian tidak hanya penting bagi mata kuliah Teori Bilangan Dasar tetapi juga bagi banyak kajian aljabar lain seperti mata kuliah Aljabar Linier Elementer dan Struktur Aljabar (aljabar abstrak), serta ilmu terapan lainnya. Shekatkar et al. (2015) melakukan penelitian dengan mempelajari pembagian bilangan asli menggunakan kerangka kerja perkembangan jaringan kompleks. Penelitian tersebut menghasilkan jenis baru dari kesamaan pola untuk pengelompokan lokal yang disebut sebagai *stretching simlirity*. Selain itu, berbagai permasalahan pembagian sering digunakan untuk menunjukkan keberlakuan konsep-konsep tertentu pada beberapa kajian aljabar. Sehingga, pemahaman tentang konsep pembagian memberikan kontribusi untuk membantu mahasiswa memahami materi lain dalam kajian aljabar yang lebih luas ketika konteks-konteks yang dipilih melibatkan konteks pembagian dalam bentuk aljabar. Konsep pembagian dalam kaitannya dengan mata kuliah Teori Bilangan Dasar dan kajian aljabar memiliki area konten sendiri yaitu konsep pembagian yang melibatkan sifat-sifat bilangan bulat. Dengan demikian, konstruksi konsep pembagian yang baik akan memberikan fondasi yang kuat bagi mahasiswa tidak hanya dalam berbagai pokok bahasan pada mata kuliah Teori Bilangan Dasar, juga bagi berbagai kajian aljabar lainnya.

Beberapa penelitian terkait konstruksi konsep pembagian pada mahasiswa calon guru matematika telah dilakukan. Dari beberapa hasil penelitian yang peneliti temukan, umumnya konsep pembagian diteliti dalam domain bilangan bulat positif.

Misalnya, penelitian tentang pemahaman matematika terkait konsep pembagian menggunakan permasalahan pembagian tak standar (Kaasila et al., 2010); penelitian tentang pemahaman konsep pembagian yang melibatkan dekomposisi prima dan penggunaan kalkulator (Campbell, 2002); penelitian tentang bagaimana seorang guru sekolah dasar senior belajar untuk mengajarkan konsep pembagian pada anak kelas 3 SD (Choy et al., 2021); serta penelitian tentang konsep keterbagian dan hubungannya dengan pembagian, perkalian, bilangan prima dan komposit, aturan keterbagian serta dekomposisi prima (Zazkis & Campbell, 1996). Peneliti belum menemukan penelitian tentang konsep pembagian pada mata kuliah teori bilangan dasar dalam domain bilangan bulat, khususnya penelitian pada konsep pembagian belum dikaji dari aspek model hipotesis yang menggambarkan dugaan tentang bagaimana mahasiswa mengkonstruksi konsep pembagian.

Aktivitas mahasiswa dalam mengkonstruksi suatu konsep dapat diartikan sebagai aktivitas membangun dan menggunakan struktur mentalnya. Struktur ini merupakan objek-objek mental yang saling terkait yang membentuk pengetahuan seseorang. Inilah yang digunakan untuk memahami situasi matematis. Struktur tersebut dapat berkembang dalam pikiran individu. Sarana dimana struktur dapat berkembang disebut mekanisme mental. Mekanisme mental memberikan informasi tentang bagaimana objek-objek mental tersebut saling terkait. Ada beberapa teori tentang struktur dan mekanisme mental. Sfard (1991) mengajukan gagasan dualitas konsep matematika untuk menggambarkan struktur mental yang dibangun melalui mekanisme interiorisasi, kondensasi dan reifikasi. Gray & Tall (1994) memperkenalkan gagasan tentang *procept* yang terdiri dari proses, objek yang dihasilkan oleh proses, dan simbol yang digunakan untuk mewakili objek atau proses. Sedangkan Dubinsky dan rekan-rekannya mengembangkan teori APOS (*Action, Proses, Object, Schema*) dengan memperkenalkan gagasan struktur mental aksi, proses, objek, dan skema yang dibangun melalui mekanisme interiorisasi, enkapsulasi, de-enkapsulasi, koordinasi, dan skema (Octac et al., 2019). Ketiga teori tersebut memiliki persamaan yaitu menggambarkan bagaimana pengetahuan dikonstruksi dalam pikiran individu.

Teori APOS tidak hanya memperkenalkan gagasan tentang struktur dan mekanisme mental yang menggambarkan bagaimana seseorang mengkonstruksi pengetahuan. Teori APOS juga memperkenalkan gagasan cara mengimplementasikan struktur dan mekanisme mental tersebut dalam pembelajaran dalam suatu siklus yang disebut ACE (*Activity, Class Discussion, Exercise*) (Borji et al., 2018). Selain itu, teori APOS juga dapat digunakan dalam mengembangkan instrumen penelitian berbasis APOS dan analisis data (Borji & Gr Voskoglou, 2016). Dalam teori APOS gagasan tentang struktur dan mekanisme mental yang menggambarkan bagaimana seseorang mengkonstruksi pengetahuan disebut dekomposisi genetik. Dekomposisi genetik inilah yang merupakan model teoritis dalam penelitian berbasis APOS.

Dekomposisi genetik merupakan model hipotesis yang menggambarkan pemikiran mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep matematika tertentu. Dekomposisi genetik adalah dugaan konstruksi mental yang mungkin dibuat mahasiswa dalam memahami konsep matematika tertentu dan hubungan-hubungan antara konsep tersebut dengan konsep lain (Martínez-Planell & Cruz Delgado, 2016).

Dekomposisi genetik sebagai bagian penting dalam penelitian berbasis APOS memiliki dua komponen utama yaitu struktur mental dan mekanisme mental (Arnon et al., 2014). Struktur mental merujuk pada keterkaitan antara objek mental tertentu dengan objek objek mental lain. Sedangkan mekanisme mental merujuk pada bagaimana objek objek mental tersebut saling terkait.

Dekomposisi genetik banyak digunakan para peneliti untuk menghasilkan model hipotesis yang menjelaskan berbagai kemungkinan konstruksi konsep matematika siswa (Bansilal et al., 2017; Borji & Gr Voskoglou, 2016; Salgado & Trigueros, 2015; Tarr & Maharaj, 2021; Widada et al., 2019). Penting digaris bawahi bahwa dekomposisi genetik ini tidak unik (Arnon et al., 2014; Salgado & Trigueros, 2015). Artinya, sangat mungkin membuat dekomposisi genetik yang berbeda untuk satu konsep matematika. Hal ini membuka banyak peluang bagi praktisi bidang pendidikan matematika untuk melakukan riset guna menghasilkan dekomposisi genetik.

Dekomposisi genetik dapat dipahami sebagai dekomposisi genetik untuk jenis siswa tertentu dalam jenis lembaga tertentu (Trigueros, Bosch, and Gascón, 2011 dalam Martínez-Planell & Cruz Delgado, 2016). Beberapa dekomposisi genetik dari suatu konsep tertentu mungkin tersedia, tetapi dekomposisi genetik tersebut harus diuji dengan mahasiswa untuk mengetahui kevalidannya dalam menggambarkan seakurat mungkin konstruksi mahasiswa (Salgado & Trigueros, 2015). Latar belakang mahasiswa dan lembaga pendidikannya mempengaruhi konstruksi mental yang dideskripsikan.

Dalam mengkonstruksi konsep pembagian, objek-objek mental tertentu mungkin tidak dapat diakses mahasiswa dalam semua situasi karena pembelajaran matematika tidak linier. Keadaan ini menimbulkan kesulitan bagi mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian. Oleh karena itu, kesulitan yang dialami mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep tersebut penting untuk dianalisis karena informasi tentang kesulitan mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep sangat berguna dalam mendesain dan mengimplementasikan pembelajaran konsep pembagian.

Analisis tentang kesulitan mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian berarti menganalisis objek-objek yang saling terkait dengan konsep pembagian namun tidak dapat diakses mahasiswa. Dalam kaitannya dengan teori APOS, hal ini bisa dilakukan dengan menganalisis konstruksi struktur dan mekanisme mental konsep pembagian yang dilakukan mahasiswa. Seperti yang dikatakan Dubinsky & McDonald (2005) bahwa Teori APOS adalah alat yang dapat digunakan secara objektif untuk menjelaskan kesulitan siswa dengan berbagai konsep matematika. Oleh karena itu, kesulitan mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep dapat dilihat berdasarkan konstruksi struktur dan mekanisme mental yang ditunjukkan mahasiswa selama implementasi pembelajaran konsep pembagian. Struktur dan mekanisme mental tersebut mendeskripsikan bagaimana mahasiswa berpikir ketika terlibat dalam aktivitas matematika dan objek-objek mental apa saja yang terlibat dan dihasilkan dari aktivitas tersebut.

Pemahaman tentang bagaimana mahasiswa berpikir ketika terlibat dalam aktivitas matematika dan objek-objek mental apa saja yang terlibat dan dihasilkan

dari aktivitas berpikir tersebut sangat penting dalam mendesain dan mengimplementasikan pembelajaran matematika agar belajar matematika lebih bermakna. Secara pedagogis, dekomposisi genetik digunakan untuk mengembangkan desain dan implementasi pembelajaran untuk tujuan tersebut. Dekomposisi genetik dapat digunakan sebagai model teoritis dalam desain bahan ajar (Salgado & Trigueros, 2015). Kegiatan pembelajaran dirancang sesuai urutan yang diusulkan dalam dekomposisi genetik untuk membantu mahasiswa mengkonstruksi konsep matematika (Arnon et al., 2014). Dekomposisi genetik menjadi acuan dosen dalam mengkomposisikan kembali pikiran mahasiswa agar sesuai dengan jalur konstruksi yang telah dihipotesiskan. Hal ini tidak menutup kemungkinan akan ada jalur lain yang digunakan mahasiswa selama proses konstruksi karena mahasiswa memiliki pengalaman yang berbeda tentang pemahaman tertentu. Oleh karena itu, sangat penting bagi dosen untuk menghasilkan dekomposisi genetik konsep pembagian sebagai acuan dalam melakukan dan menganalisis proses pembelajaran. Dengan mempertimbangkan posisi strategis konsep pembagian sebagai konsep esensial dalam matematika, maka dekomposisi genetik konsep pembagian sangat bermanfaat dalam memberikan dasar teoritis untuk mengembangkan berbagai desain pembelajaran konsep pembagian yang mendukung konstruksi konsep pembagian mahasiswa sehingga mahasiswa mendapatkan pengalaman belajar yang bermakna.

Pengalaman belajar konsep pembagian sangat penting bagi mahasiswa calon guru matematika. Nantinya, pengalaman tersebut akan berkontribusi pada caranya mengajar konsep pembagian. Mereka akan menggunakan pengalamannya untuk memprediksi bagaimana konsep pembagian akan dipelajari siswa ketika mereka mendesain suatu pembelajaran di kelas. Pengetahuan matematika dan pengalaman seseorang dalam belajar dan mengajar suatu konsep merupakan beberapa aspek yang mendasari prediksinya tentang konstruksi mental konsep matematika tertentu (Arnon et al., 2014; Martínez-Planell & Cruz Delgado, 2016). Ini sesuai dengan tujuan dari program pendidikan guru yaitu mendidik guru yang reflektif yang mampu menggabungkan pengetahuan konten dan pedagogies (Kaasila et al., 2010). Dengan demikian, diharapkan mahasiswa calon guru matematika memiliki

kemahiran pada konsep pembagian yang akan memenuhi kebutuhan karir masa depan mereka dengan baik.

Kemahiran pada konsep pembagian yang dimiliki guru matematika menentukan kualitasnya dalam mengajar konsep pembagian. Konsep pembagian merupakan konsep penting namun kompleks. Kompleksitasnya berkenaan dengan keterkaitan pembagian dengan perkalian, pembagian pada bilangan besar yang membutuhkan kemampuan menaksir yang baik, serta perbedaan antara aspek pembagian quotitive (misalnya ada berapa 7 di dalam 21) dan pembagian partitive (21 dibagi 7) (Kaasila et al., 2010). Guru yang memiliki pengalaman dalam konstruksi konsep pembagian yang baik akan dapat menganalisis alur konstruksi siswa dengan baik sesuai keluasan materi yang menjadi tujuan pembelajaran dan memilih konteks-konteks yang sesuai alur yang diduga. Hal ini penting karena guru merupakan sosok kunci yang bertanggung jawab dalam proses pembelajaran siswa (Nurhasanah, 2018). Meskipun tak dapat dikesampingkan bahwa kualitas pembelajaran matematika dipengaruhi oleh banyak faktor seperti kurikulum, fasilitas belajar, lingkungan, dan tenaga pengajar (guru). Semua faktor itu merupakan bagian yang tak terpisahkan dalam mendukung proses pembelajaran. Oleh karena itu, guru sebagai ujung tombak diharapkan dapat memberikan pembelajaran yang berkualitas agar prestasi matematika siswa menjadi lebih baik.

Dalam program evaluasi berskala internasional seperti TIMSS dan PISA, bilangan merupakan domain yang mendapatkan perhatian khusus. Urutan konten matematika untuk survei PISA 2021 dalam menilai literasi matematika siswa usia 15 tahun antara lain bilangan, aljabar, fungsi, geometri, dan penggunaan data (OECD, 2018). Berdasarkan TIMSS 2015 International Database (2015), permasalahan bilangan bulat banyak diujikan misalnya beberapa permasalahan pembagian yang diberikan dalam berbagai situasi masalah. Pada program evaluasi tersebut, Indonesia ada pada peringkat 58 dari 64 negara dengan skor 397 dalam studi TIMSS tahun 2015 (Mullis et al., 2016) dan peringkat 74 dari 79 negara dengan skor 379 dalam studi PISA tahun 2018 (OECD, 2019). Melihat fakta ini, secara tidak langsung, pembelajaran konsep pembagian bilangan bulat yang tepat

pada mahasiswa calon guru diharapkan dapat berkontribusi dalam mengurangi permasalahan tentang rendahnya capaian kemampuan matematika siswa.

Dari pemaparan di atas, penelitian tentang konsep pembagian pada mahasiswa calon guru sangat penting dan berkontribusi dalam pembelajaran matematika baik di tingkat sekolah maupun sarjana. Konsep pembagian dikonstruksi sebagai hubungan fungsional antara bilangan pembagi (*divisor*) dan bilangan yang dibagi (*dividend*) sebagai variabel terikat dengan hasil bagi (*quotient*) dan sisa (*remainder*) sebagai variabel bebas, sehingga akan menghasilkan ketunggalan dari hasil bagi dan sisa. Fokus dari pengembangan dekomposisi genetik konsep pembagian pada penelitian berbasis APOS adalah pemahaman tentang bagaimana mahasiswa mengkonstruksi konsep pembagian. Hal ini berarti aspek yang diamati tidak hanya model hipotesis yang direvisi berdasarkan hasil analisis uji empiris, tetapi juga cara berpikir mahasiswa sesuai dengan alur model hipotesis yang telah dibuat, serta kesulitan mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep tersebut. Singkatnya, penelitian ini berfokus pada konstruksi konsep pembagian mahasiswa calon guru matematika dengan judul “Dekomposisi Genetik Konsep Pembagian pada Mata Kuliah Teori Bilangan Dasar”.

## **B. Pertanyaan Penelitian**

Dalam menanggapi fenomena di atas, penelitian ini termasuk ke dalam kajian kualitatif. Kajian tersebut adalah kajian tentang bagaimana mahasiswa mengkonstruksi konsep pembagian pada perkuliahan Teori Bilangan Dasar.

Analisis teoritis menghasilkan suatu model kognisi yang menjelaskan kajian konstruksi mental tertentu yang mungkin dibutuhkan mahasiswa untuk mengembangkan pemahaman konsepnya (Asiala et al., 1996). Dalam teori APOS, model kognisi ini disebut dekomposisi genetik. Dekomposisi genetik inilah yang menjadi dasar dalam mengembangkan desain dan implementasi pembelajaran. Dugaan proses konstruksi yang diimplementasikan pada pembelajaran konsep pembagian terdiri atas tahap ADL (aktivitas, diskusi kelas, dan latihan). Analisis implementasi pembelajaran dapat memberikan informasi tentang pengkomposisian kembali model hipotesis awal yang sudah dibangun berdasarkan analisis teoritis

berdasarkan fakta-fakta empiris dan proses berpikir mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian yang diarahkan sesuai model hipotesis. Artinya, cara berpikir siswa diarahkan agar sesuai dengan alur konstruksi yang telah dihipotesiskan dan jika ada alur lain yang ditemukan berdasarkan hasil uji empiris, maka ini menjadi revisi pada dekomposisi genetis.

Berdasarkan kajian tersebut peneliti melakukan penyelidikan khusus untuk mencari jawaban dari pertanyaan berikut:

1. Bagaimana dekomposisi genetis awal konsep pembagian?
2. Bagaimana dekomposisi genetis konsep pembagian?
3. Bagaimana proses konstruksi konsep pembagian yang dilakukan mahasiswa?
4. Kesulitan apa saja yang dialami mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian?

### **C. Tujuan Penelitian**

Dalam penelitian ini, studi fenomenologi digunakan untuk melakukan kajian mendalam sebagai usaha dalam memahami konstruksi konsep pembagian. Pemahaman terhadap konstruksi tersebut melibatkan dua aspek penting yaitu pengkomposisian kembali model hipotesis konsep pembagian berdasarkan uji empiris dan proses berpikir mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian sesuai alur model hipotesis. Secara rinci, tujuan penelitian ini adalah:

1. Melakukan studi literatur untuk menghasilkan dekomposisi genetis awal konsep pembagian;
2. Melakukan analisis untuk menghasilkan dekomposisi genetis konsep pembagian;
3. Melakukan analisis untuk menghasilkan deskripsi konstruksi konsep pembagian yang dilakukan mahasiswa; serta
4. Melakukan analisis untuk mendeskripsikan kesulitan mahasiswa dalam mengkonstruksi konsep pembagian.

### **D. Manfaat Penelitian**

Penelitian ini merupakan penelitian yang beranjak dari fenomena yang dihadapi peneliti tentang konstruksi konsep pembagian mahasiswa calon guru

matematika di UIN Raden Fatah Palembang. Secara khusus, manfaat dalam penelitian ini dibedakan menjadi dua, yaitu manfaat teoritis dan praktis.

### 1. Manfaat Teoretis

Secara teoritis, penelitian ini menghasilkan model hipotesis yang menggambarkan struktur dan mekanisme mental yang akan dibutuhkan mahasiswa calon guru matematika untuk mengkonstruksi konsep pembagian. Model hipotesis tersebut disebut dekomposisi genetik konsep pembagian.

### 2. Manfaat Praktis

Dekomposisi genetik yang dihasilkan dalam penelitian ini diharapkan dapat:

- a. Menjadi dasar dalam mengembangkan bahan ajar atau pembelajaran konsep pembagian dengan menggunakan berbagai konteks yang berbeda.
- b. Memberikan inspirasi untuk mengembangkan dekomposisi genetik konsep lain seperti keterbagian, modulo, dan KPK.
- c. Berbagai kesulitan yang dideskripsikan dalam penelitian ini dapat dijadikan rekomendasi tentang aspek apa saja yang penting untuk diperhatikan pada saat mengkonstruksi konsep pembagian di level sarjana maupun sekolah.

### E. Pembatasan Masalah Penelitian

Konsep pembagian yang dimaksud dalam penelitian ini adalah konsep pembagian pada mata kuliah Teori Bilangan Dasar yaitu jika  $a$  dan  $b$  adalah bilangan-bilangan bulat dengan  $b > 0$ , maka terdapat tepat satu bilangan bulat  $q$  dan  $r$  yang memenuhi  $a = qb + r$  untuk  $0 \leq r < b$ , dimana bilangan  $q$  dan  $r$  berturut-turut disebut hasil bagi dan sisa dari pembagian  $a$  oleh  $b$ . Konsep tersebut direpresentasikan sebagai fungsi yang memuat hubungan fungsional antara bilangan pembagi (*divisor*) dan bilangan yang dibagi (*dividend*) sebagai variabel terikat (parameter) dengan hasil bagi (*quotient*) dan sisa (*remainder*) sebagai variabel bebas (variabel). Dalam penelitian ini, peneliti mengembangkan dekomposisi genetik konsep pembagian sebagai model hipotesis yang menggambarkan struktur dan mekanisme mental yang akan dibutuhkan mahasiswa untuk mengkonstruksi konsep pembagian pada mata kuliah Teori Bilangan Dasar melalui analisis teoritis dan uji empiris. Model hipotesis yang dimaksud merupakan model hipotesis dalam

bentuk umum yang dijadikan acuan dalam mengkonstruksi konsep pembagian. Oleh karena itu, respon mahasiswa dari hasil uji empiris dibahas secara umum, tidak untuk tiap karakteristik berpikir mahasiswa.