

**DESAIN TETRAHEDRON DIDAKTIS PEMBELAJARAN FUNGSI DENGAN  
PENDEKATAN REALISTIK UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN  
BERPIKIR ALJABAR**

**DISERTASI**

Diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar  
Doktor Pendidikan pada Program Studi Pendidikan Matematika



Oleh

Mimi Nur Hajizah  
NIM. 1909985

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA  
2022**

**DESAIN TETRAHEDRON DIDAKTIS PEMBELAJARAN FUNGSI DENGAN  
PENDEKATAN REALISTIK UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN  
BERPIKIR ALJABAR**

Oleh  
Mimi Nur Hajizah

Dr., Universitas Pendidikan Indonesia, 2022  
M.Pd., Universitas Pendidikan Indonesia, 2015

Sebuah Disertasi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Doktor Pendidikan (Dr.) pada Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam

© Mimi Nur Hajizah 2022  
Universitas Pendidikan Indonesia  
Agustus 2022

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Disertasi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian, dengan dicetak ulang,  
difoto kopi, atau cara lainnya tanpa ijin dari penulis.

**LEMBAR PENGESAHAN**

**MIMI NUR HAJIZAH**

**DESAIN TETRAHEDRON DIDAKTIS PEMBELAJARAN FUNGSI DENGAN  
PENDEKATAN REALISTIK UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN  
BERPIKIR ALJABAR**

Disetujui dan Disahkan Oleh Penguji Disertasi:

**Prof. Dr. H. Darhim, M.Si.**  
Promotor merangkap Ketua

**Dr. H. Dadang Juandi, M.Si.**  
Ko-promotor merangkap Sekretaris

**Prof. Turmudi, M.Ed., M.Sc., Ph.D.**  
Penguji

**Dr. Elah Nurfaelah, M.Si.**  
Anggota Penguji

**Prof. Dr. Suyono, M.Si.**  
Penguji Luar Universitas

**Mengetahui,**  
**Ketua Program Studi Pendidikan Matematika**  
**Universitas Pendidikan Indonesia**

**Dr. H. Dadang Juandi, M.Si.**  
NIP. 196-401171992021001

## **PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI**

Dengan ini saya menyatakan bahwa disertasi dengan judul “**Desain Tetrahedron Didaktis Pembelajaran Fungsi dengan Pendekatan Realistik untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Aljabar**” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung resiko/sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, Juli 2022  
Yang Membuat Pernyataan,

Mimi Nur Hajizah

## UCAPAN TERIMA KASIH

*Alhamdulillah*, puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, yang telah memberikan rahmat, karunia, dan petunjuk-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat melaksanakan dan menyelesaikan penyusunan disertasi ini. Shalawat serta salam semoga terlimpah kepada Rasulullah Muhammad SAW, seluruh keluarga, sahabat, serta pengikutnya yang setia sampai akhir zaman.

Penulis menyadari bahwa terselesaikannya penyusunan disertasi ini tidak terlepas dari dukungan, bimbingan, petunjuk, dan saran dari semua pihak. Untuk itu, penulis dengan segala kerendahan hati ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Darhim, M.Si. selaku promotor yang selalu memberikan bimbingan secara intensif dengan sepenuh hati serta memberikan inspirasi dan saran-saran positif dari awal perkuliahan hingga akhir penyusunan disertasi.
2. Dr. H. Dadang Juandi, M.Si. selaku kopromotor sekaligus Ketua Program Studi S2/S3 Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Indonesia yang telah bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing dan memotivasi penulis untuk dapat menyelesaikan studi dengan lancar dan baik.
3. Segenap dosen Program Studi S3 Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Indonesia.
4. Segenap pimpinan Universitas Negeri Jakarta dan dosen di rumpun Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta atas dukungannya sehingga penulis dapat melanjutkan pendidikan ke jenjang yang lebih tinggi.
5. Keluarga besar alm. Bapak Yusup dan almh. Ibu Anah, keluarga tercinta yang telah memberikan segenap dukungan dan doa untuk keselamatan serta keberhasilan penulis.

6. Suami tercinta, Muhammad Yusuf, S.E., M.M., beserta anak-anak kami tersayang Misykah Ily Fatihah, Abqoriyyin Hisan, dan Taqiyya Mafaza atas pengorbanan, semangat, serta doa-doa terbaiknya yang senantiasa menguatkan penulis dalam melewati perjuangan menyelesaikan disertasi ini.
7. Sahabat-sahabat teman seperjuangan penulis di S3 Pendidikan Matematika UPI angkatan 2019.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu hingga penulisan disertasi ini dapat diselesaikan.

Semoga seluruh pihak yang telah membantu dalam penyelesaian disertasi ini selalu dilimpahkan rahmat Allah SWT atas kebaikan yang telah diberikan. Semoga berkah. Aamiin.

Bandung, Juli 2022

Mimi Nur Hajizah

## ABSTRAK

**Mimi Nur Hajizah** (2022). Desain Tetrahedron Didaktis Pembelajaran Fungsi dengan Pendekatan Realistik untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Aljabar.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan desain tetrahedron didaktis pembelajaran fungsi yang merupakan sebuah setting aktivitas belajar yang dikembangkan dengan memperhatikan hubungan yang komprehensif antara guru, siswa, materi pembelajaran, dan teknologi. Desain dikembangkan dengan pendekatan realistik untuk mengatasi dan mengantisipasi munculnya kesulitan belajar serta diharapkan dapat mengembangkan kemampuan berpikir aljabar siswa. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah *design research*. Pelaksanaan penelitian ini dilakukan dalam dua tahap. Setiap tahapan penelitian mengacu pada tiga langkah *design research*, yaitu penyusunan desain awal (*preliminary design*), eksperimen pengajaran (*teaching experiment*), dan analisis retrospektif (*retrospective analysis*). Data diperoleh dari berbagai sumber, di antaranya adalah hasil jawaban siswa terhadap tes yang diberikan serta jawaban tugas siswa selama *teaching experiment*, rekaman video peristiwa selama eksperimen pengajaran, lembar observasi, dan hasil wawancara. Pada November 2019 dilakukan penelitian pendahuluan yang melibatkan 28 siswa kelas IX untuk mengetahui hambatan atau kesulitan siswa dalam materi relasi dan fungsi. Kesulitan siswa yang teridentifikasi dalam menyelesaikan soal kemampuan berpikir aljabar antara lain adalah kesulitan dalam menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi, kesulitan dalam menerjemahkan representasi yang berbeda, kesulitan dalam membuat dan menggunakan simbol, notasi visual atau spasial, dan kata atau kalimat dalam memodelkan dan menyelesaikan masalah, serta kesulitan dalam mengeksplorasi penyelesaian masalah yang berhubungan dengan topik atau disiplin ilmu lain. Berdasarkan analisis kesulitan siswa, dikembangkan desain tetrahedron didaktis dugaan. Desain tersebut meliputi uraian bahan ajar tetrahedron didaktis (UBA-TD) yang disusun berdasarkan model *iceberg*, *local instruction theory* (LIT), dan *hypothetical learning trajectory* (HLT). Desain yang dikembangkan selanjutnya diimplementasikan pada *teaching experiment*. Pada Agustus 2021 dilakukan *teaching experiment* tahap satu yang melibatkan 29 orang siswa kelas VIII-A MTs Istiqlal Jakarta sebagai partisipan. Adapun *teaching experiment* tahap dua dilakukan pada Oktober – November 2021 yang melibatkan 28 siswa kelas VIII-B MTs Istiqlal Jakarta. Berdasarkan analisis hasil implementasi desain, aktivitas-aktivitas yang dikembangkan pada desain tetrahedron didaktis mengalami beberapa perbaikan hingga tersusun desain tetrahedron didaktis revisi. Penggunaan desain tetrahedron didaktis dengan pendekatan realistik dalam pembelajaran fungsi dapat mengembangkan kemampuan berpikir aljabar siswa. Hal ini dibuktikan dengan hasil tes akhir kemampuan berpikir aljabar pada pembelajaran fungsi di mana siswa sudah mampu menguasai indikator-indikator kemampuan berpikir aljabar pada materi fungsi dengan ketercapaian untuk setiap indikator rata-rata melebihi 70%.

**Kata Kunci:** Desain tetrahedron didaktis, kemampuan berpikir aljabar, pembelajaran fungsi, pendekatan realistik.

## ABSTRACT

**Mimi Nur Hajizah** (2022). Didactical Tetrahedron Design on Learning Functions using Realistic Approach to Develop Algebraic Thinking Skills.

This study aims to develop the didactical tetrahedron design on learning functions, a learning activity setting that considers the comprehensive relationship between teachers, students, learning materials, and technology. The design was developed using a realistic approach to overcome and anticipate the emergence of learning difficulties and is expected to develop students' algebraic thinking skills. The research method used in this research is design research. The implementation of this research was carried out in two stages. Each stage of the study refers to the three steps of design research, namely the preliminary design, teaching experiment, and retrospective analysis. The data was obtained from various sources, including students' answers to the tests given and solutions to student assignments during the teaching experiment, video recordings of events during the teaching experiment, observation sheets, and interview results. In November 2019, a preliminary study was conducted involving 28 students of class IX to find out the obstacles or difficulties of students in relation and function material. The identified difficulties of students in solving algebraic thinking skills questions on function materials include difficulties in using relationship patterns to analyze situations, difficulties in translating different representations, difficulties in making and using symbols, visual or spatial notation, and words or sentences in modeling and solving problems, and difficulties in exploring problem-solving related to other topics or disciplines. Based on the analysis of students' difficulties, a conjectured didactical tetrahedron design was developed. The design includes the didactical tetrahedron teaching materials which are based on the iceberg model, local instruction theory, and hypothetical learning trajectory. The design that was developed was then implemented in the teaching experiment. In August 2021, the first phase of the teaching experiment involved 29 students of class VIII-A MTs Istiqlal Jakarta as participants. The second phase of the teaching experiment was October – November 2021, involving 28 students of class VIII-BMTs Istiqlal Jakarta. Based on the analysis of the results of the design implementation, the activities developed in the didactic tetrahedron design underwent several improvements so that the revised didactic tetrahedron design was compiled. The use of a didactic tetrahedron design with a realistic approach to learning functions can develop students' algebraic thinking skills. This is evidenced by the results of the final test of algebraic thinking skills in learning function where most students have been able to master the indicators of algebraic thinking skills on function material with the average achievement for each indicator exceeding 70%.

Keywords: Algebraic thinking skills, didactical tetrahedron design, learning functions, realistic approach.



## DAFTAR ISI

<b>PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI</b> .....	i
<b>UCAPAN TERIMA KASIH</b> .....	ii
<b>ABSTRAK</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>DAFTAR ISI</b> .....	vi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	15
1.3. Tujuan Penelitian.....	16
1.4. Manfaat Penelitian.....	16
1.5. Definisi Operasional .....	17
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b> .....	21
2.1. Pembelajaran .....	21
2.1.1. Teori Vygotsky .....	21
2.1.2. Teori Piaget.....	25
2.1.3. Teori Gagne .....	28
2.1.4. Teori Belajar Bermakna.....	32
2.1.5. Teori Bruner .....	33
2.2. Teori Situasi Didaktis .....	35
2.3. Tetrahedron Didaktis .....	38

2.3.1. Gagasan Tetrahedron Didaktis sebagai Pengembangan dari Konsep Segitiga Didaktis .....	38
2.3.2. Komponen Segitiga Didaktis dalam Tetrahedron Didaktis .....	42
2.3.3. Konsep Tetrahedron Didaktis dalam Pembelajaran Matematika .....	46
2.4. Teknologi dalam Pembelajaran Matematika.....	50
2.5. <i>Local Instruction Theory</i> (LIT).....	57
2.6. Materi Fungsi .....	60
2.7. Pendekatan Realistik .....	63
2.8. Kemampuan Berpikir Aljabar .....	69
2.9. Keterkaitan antara Pendekatan Realistik, Kemampuan Berpikir Aljabar, dan Materi Fungsi .....	74
2.10 Penelitian yang Relevan.....	77
2.11 Kerangka Berpikir.....	79
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>82</b>
3.1. Metode dan Desain Penelitian.....	82
3.2. Waktu, Subjek, dan Tempat Penelitian .....	90
3.3. Perangkat Pembelajaran.....	90
3.4. Instrumen Penelitian.....	98
3.5. Pengumpulan Data .....	99
3.6. Teknik Analisis Data.....	100
3.7. Prosedur Penelitian.....	103
<b>BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>105</b>
4.1. Studi Pendahuluan.....	106

4.1.1. Identifikasi Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Kemampuan Berpikir Aljabar .....	106
4.1.2. Repersonalisasi dan Rekontekstualisasi .....	111
4.2. Pengembangan Desain Tetrahedron Didaktis Tahap 1 .....	117
4.2.1. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 1 .....	117
4.2.2. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 2 .....	120
4.2.3. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 3 .....	124
4.2.4. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 4 .....	127
4.2.5. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 5 .....	129
4.3. Deskripsi Implementasi Desain pada TE-1 .....	131
4.3.1. Implementasi UBA-TD 1 .....	131
4.3.2. Implementasi UBA-TD 2 .....	133
4.3.3. Implementasi UBA-TD 3 .....	134
4.3.4. Implementasi UBA-TD 4 .....	135
4.3.5. Implementasi UBA-TD 5 .....	135
4.4. Analisis Retrospektif Tahap 1 .....	136
4.4.1. Analisis Retrospektif UBA-TD 1 .....	136
4.4.2. Analisis Retrospektif UBA-TD 2 .....	139
4.4.3. Analisis Retrospektif UBA-TD 3 .....	142
4.4.4. Analisis Retrospektif UBA-TD 4 .....	143
4.4.5. Analisis Retrospektif UBA-TD 5 .....	145
4.5. Pengembangan Desain Tetrahedron Didaktis Tahap 2 .....	146
4.5.1. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 1 .....	146
4.5.2. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 2 .....	152
4.5.3. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 3 .....	157

4.5.4. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 4 .....	159
4.5.5. Aktivitas Pembelajaran pada UBA-TD 5 .....	162
4.6. Deskripsi Implementasi Desain pada TE-2 .....	164
4.6.1. Implementasi UBA-TD 1 .....	164
4.6.2. Implementasi UBA-TD 2 .....	169
4.6.3. Implementasi UBA-TD 3 .....	172
4.6.4. Implementasi UBA-TD 4 .....	175
4.6.5. Implementasi UBA-TD 5 .....	176
4.7. Analisis Retrospektif Tahap 2 .....	177
4.7.1. Analisis Retrospektif UBA-TD 1 .....	178
4.7.2. Analisis Retrospektif UBA-TD 2 .....	182
4.7.3. Analisis Retrospektif UBA-TD 3 .....	185
4.7.4. Analisis Retrospektif UBA-TD 4 .....	187
4.7.5. Analisis Retrospektif UBA-TD 5 .....	189
4.8. Analisis Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa .....	190
<b>BAB V KESIMPULAN, IMPLIKASI DAN REKOMENDASI .....</b>	<b>196</b>
5.1. Kesimpulan .....	196
5.2. Implikasi.....	199
5.3. Rekomendasi .....	200
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>201</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>210</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 : Indikator Kemampuan Berpikir Aljabar .....	20
Tabel 2.1 : Kompetensi Dasar dan Indikator Pembelajaran Materi Relasi dan Fungsi .....	63
Tabel 2.2 : Komponen Berpikir Aljabar Menurut Kriegler .....	72
Tabel 2.3 : Indikator Kemampuan Berpikir Aljabar .....	74
Tabel 2.4 : Matriks Jurnal Penelitian Terdahulu .....	78
Tabel 3.1 : Kompetensi Dasar Materi Relasi dan Fungsi.....	91
Tabel 3.2 : Respon Validator Terhadap RPP yang Dikembangkan .....	93
Tabel 3.3 : Hasil Uji Keseragaman Validitas RPP.....	94
Tabel 3.4 : Respon Validator Terhadap UBA-TD yang Dikembangkan..	95
Tabel 3.5 : Hasil Uji Keseragaman Validitas UBA-TD.....	96
Tabel 3.6 : Respon Validator Terhadap LKS yang Dikembangkan.....	97
Tabel 3.7 : Hasil Uji Keseragaman Validitas LKS .....	98

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	: Segitiga Didaktis .....	10
Gambar 1.2	: Model Tetrahedron dari Situasi Didaktis .....	11
Gambar 2.1	: Hierarki Tingkat Kemampuan Menurut Gagne .....	29
Gambar 2.2	: Segitiga Situasi Didaktis .....	36
Gambar 2.3	: Segitiga Didaktis yang Dimodifikasi .....	37
Gambar 2.4	: Metapedadidaktik Dilihat dari Sisi ADP, HD, dan HP .....	37
Gambar 2.5	: Dari Segitiga Didaktis ke Tetrahedron Didaktis .....	38
Gambar 2.6	: Model Tetrahedron Didaktis Tall.....	39
Gambar 2.7	: Model Tetrahedron Didaktis Rezat .....	40
Gambar 2.8	: Model Tetrahedron Didaktis Hollebrands.....	41
Gambar 2.9	: Model Tetrahedron Didaktis Todorova.....	42
Gambar 2.10	: Segitiga Siswa-Guru-Matematika .....	43
Gambar 2.11	: Segitiga Guru-Siswa-Teknologi.....	44
Gambar 2.12	: Segitiga Guru-Matematika-Teknologi .....	45
Gambar 2.13	: Segitiga Siswa-Matematika-Teknologi.....	45
Gambar 2.14	: Model Tetrahedron Didaktis yang Akan Dikembangkan .	50
Gambar 2.15	: LIT sebagai <i>Framework</i> untuk Pengembangan HLT.....	60
Gambar 2.16	: Contoh Visualisasi Model Gunung Es dari Proses Matematisasi .....	69
Gambar 2.17	: Alur Kerangka Berpikir.....	81
Gambar 3.1	: Proses Siklik Kumulatif pada <i>Design Research</i> .....	86

Gambar 3.2	: Hubungan Refleksif antara Teori dan Eksperimen .....	86
Gambar 3.3	: Desain Penelitian.....	87
Gambar 3.4	: Peta Konsep Pembelajaran Relasi dan Fungsi .....	92
Gambar 3.5	: Prosedur Penelitian.....	104
Gambar 4.1	: Alur Pembahasan Penelitian .....	106
Gambar 4.2	: Soal Nomor 2 .....	107
Gambar 4.3	: Jawaban Siswa Terhadap Soal 2.a .....	107
Gambar 4.4	: Soal Nomor 1 .....	108
Gambar 4.5	: Jawaban Siswa Terhadap Soal 1.a .....	109
Gambar 4.6	: Soal Nomor 3 .....	109
Gambar 4.7	: Jawaban Siswa terhadap Soal Nomor 3.....	109
Gambar 4.8	: Soal Nomor 4 .....	110
Gambar 4.9	: Jawaban Siswa Terhadap Soal Nomor 4.....	111
Gambar 4.10	: <i>Iceberg</i> Submateri Relasi .....	118
Gambar 4.11	: Diagram LIT Submateri Relasi.....	119
Gambar 4.12	: <i>Iceberg</i> Submateri Fungsi .....	121
Gambar 4.13	: Diagram LIT Submateri Fungsi .....	122
Gambar 4.14	: Eksplorasi Fungsi dengan Geogebra.....	123
Gambar 4.15	: Eksplorasi Uji Garis Vertikal dengan Geogebra.....	124
Gambar 4.16	: <i>Iceberg</i> Submateri Rumus Fungsi.....	125
Gambar 4.17	: Diagram LIT Submateri Rumus Fungsi .....	126
Gambar 4.18	: <i>Iceberg</i> Submateri Grafik Fungsi.....	127
Gambar 4.19	: Diagram LIT Submateri Grafik Fungsi.....	128
Gambar 4.20	: Eksplorasi dengan Geogebra untuk Menggambar Grafik Fungsi. ....	129

Gambar 4.21	: <i>Iceberg</i> Submateri Nilai Fungsi .....	129
Gambar 4.22	: Diagram LIT Submateri Nilai Fungsi .....	130
Gambar 4.23	: Guru Menyajikan Konteks di Awal Pembelajaran .....	132
Gambar 4.24	: Eksplorasi Konsep Fungsi dengan Bantuan Geogebra ....	134
Gambar 4.25	: Guru Mendemonstrasikan Cara Menggambar Grafik Fungsi dengan Bantuan Geogebra .....	135
Gambar 4.26	: Guru Mendemonstrasikan Cara Menentukan Nilai Fungsi dengan Bantuan Geogebra .....	136
Gambar 4.27	: <i>Iceberg</i> Submateri Relasi .....	147
Gambar 4.28	: Diagram LIT Submateri Relasi .....	149
Gambar 4.29	: Eksplorasi Relasi dengan Geogebra.....	151
Gambar 4.30	: <i>Iceberg</i> Submateri Fungsi .....	153
Gambar 4.31	: Diagram LIT Submateri Fungsi .....	155
Gambar 4.32	: Eksplorasi Fungsi dengan Geogebra.....	156
Gambar 4.33	: Eksplorasi Uji Garis Vertikal dengan Geogebra.....	156
Gambar 4.34	: <i>Iceberg</i> Submateri Rumus Fungsi.....	157
Gambar 4.35	: Diagram LIT Submateri Rumus Fungsi .....	158
Gambar 4.36	: <i>Iceberg</i> Submateri Grafik Fungsi.....	160
Gambar 4.37	: Diagram LIT Submateri Grafik Fungsi.....	161
Gambar 4.38	: Eksplorasi dengan Geogebra untuk Menggambar Grafik Fungsi .....	162
Gambar 4.39	: <i>Iceberg</i> Submateri Nilai Fungsi .....	163
Gambar 4.40	: Diagram LIT Submateri Nilai Fungsi .....	164
Gambar 4.41	: Aktivitas Membuat bagan Silsilah Keluarga.....	165
Gambar 4.42	: Jawaban Siswa Terhadap Soal pada Aktivitas 1 .....	166



Gambar 4.43 : Aktivitas 2 pada UBA-TD 1 .....	167
Gambar 4.44 : Eksplorasi Konsep Relasi dengan Bantuan Geogebra .....	168
Gambar 4.45 : Jawaban Siswa Terhadap Soal pada Aktivitas 1 UBA-TD 2 .....	170
Gambar 4.46 : Uji Garis Vertikal dengan Bantuan Geogebra .....	171
Gambar 4.47 : Guru Menyajikan Konteks di Awal Pembelajaran.....	173
Gambar 4.48 : Permasalahan yang Disajikan pada Aktivitas 1 UBA-TD 3 .....	173
Gambar 4.49 : Siswa Mengerjakan Aktivitas pada Lembar Kerja.....	174
Gambar 4.50 : Siswa Menggambar Grafik Fungsi dengan Bantuan Geogebra.....	176
Gambar 4.51 : Siswa Menentukan Nilai Fungsi dengan Bantuan Geogebra.....	177
Gambar 4.52 : Penyelesaian Permasalahan 1.a dengan Representasi Verbal .....	191
Gambar 4.53 : Penyelesaian Permasalahan 1.a dengan Diagram Panah...	192
Gambar 4.54 : Penyelesaian Permasalahan 1.a dengan Diagram Cartesius .....	192
Gambar 4.55 : Jawaban siswa terhadap soal 2.a dan 2.b .....	194
Gambar 4.56 : Jawaban siswa terhadap soal Nomor 3.....	195

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. HLT Tahap 1 dan HLT Tahap 2.....	210
Lampiran 2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran.....	214
Lampiran 3. Uraian Bahan Ajar .....	219
Lampiran 4. Lembar Kerja Siswa .....	253
Lampiran 5. Kisi-kisi Soal Tes Kemampuan Berpikir Aljabar.....	276
Lampiran 6. Soal Tes Kemampuan Berpikir Aljabar.....	278
Lampiran 7. Lembar Validasi Ahli (RPP).....	280
Lampiran 8. Lembar Validasi Ahli (Uraian Bahan Ajar) .....	283
Lampiran 9. Lembar Validasi Ahli (Lembar Kerja Siswa).....	286
Lampiran 10. Surat Keterangan Penelitian .....	289

## DAFTAR PUSTAKA

- Armanto, D. (2002). *Teaching Multiplication and Division Realistically in Indonesian Primary Schools: A Prototype of Local Instruction Theory*. (Disertasi). University of Twente.
- Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*, 13, 27-39.
- Bakker, A. (2004). *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools*. Utrecht: CD-β Press, Center for Science and Mathematics Education.
- Bell, G. M. E., & Margaret, E. (1994). *Belajar dan Membelajarkan*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Berk, L. E., & Winsler, A. (1995). *Scaffolding Children's Learning: Vygotsky and Early Childhood Education*. NAEYC Research into Practice Series. Volume 7. National Association for the Education of Young Children, 1509 16th Street, NW, Washington, DC 20036-1426 (NAEYC catalog# 146).
- Booker, G. (2009). *Algebraic Thinking: Generalising Number and Geometry to Express Patterns and Properties Succinctly*. [Online]. Diakses dari <https://research-repository.griffith.edu.au>.
- Bora, A. & Ahmed, S. (2019). School Students' Algebra Learning: Approaches and Barriers. *International Research Journal of Humanities, Engineering, & Pharmaceutical Sciences*, 2(18), 2320-2955.
- Briggs, L. J. (1991). *Instructional design: Principles and applications*. Educational Technology.
- Bruner, J. (2004). A short history of psychological theories of learning. *Daedalus*, 133(1), 13-20.
- Bustang, Zulkardi, & Darmawijoyo. (2013). "Developing A Local Instruction Theory for Learning the Concept of Angle Through Visual Field Activities and Spatial Representation". *International Education Studies* 6(8), 58-70.
- Carraher, D.W. & Schliemann, A.D. (2016). "Functional Relations in Early Algebraic Thinking". *13<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, Hamburg 24-31 July 2016* (hlm. 1-8).
- Chow, TCF. (2011). *Students' Difficulties, Conceptions and Attitudes Toward Learning Algebra: An Intervention Study to Improve Teaching and Learning*. (Disertasi). Curtin University.

- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. *The Journal of The Learning Sciences*, 13(1), 15-42.
- Creswell, J.W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches Third Edition*. California: SAGE Publication.
- Departemen Pendidikan Nasional. (2006). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses*. Jakarta.
- Departemen Pendidikan Nasional. (2006). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 68 Tahun 2013 tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta.
- Doorman, M. Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool Use and the Development of the Function Concept: From Repeated Calculations to Functional Thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1243-1267.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary School Students' Misconceptions in Algebra*. (Disertasi). University of Toronto.
- Eisenberg, T. (2002). Function and Associated Learning Difficulties. Dalam D. Tall (Penyunting), *Advanced Mathematical Thinking* (hlm. 140-152). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publisher.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Palmer Press.
- Ertmer, P. A., & Newby, T. J. (1993). Behaviorism, cognitivism, constructivism: Comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance improvement quarterly*, 6(4), 50-72.
- Farida, I., & Hakim, D. L. (2021). Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa SMP pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 4(5), 1123-1136.
- Farmaki, V., Klaoudatos, N. & Verikios, P. (2004). From Functions to Equations: Introduction of Algebraic Thinking to 13 Year-Old Students. *Proceeding of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 393-400.
- Feretti, F. (2019). The Manipulation of Algebraic Expressions: Deepening of a Widespread Difficulties and New Characterization. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 1-7.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Gagne, R. M. (1970). Learning Theory, Educational Media, and Individualized Instruction.
- Gravemeijer, K. (1994). Educational Development and Developmental Research in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 443-471.
- Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177.
- Gravemeijer, K. (2004). Local Instruction Theories as Means of Support for Teacher in Reform Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2013). Design Research from the Learning Design Perspective. Dalam T. Plomp & N. Nieveen (Penyunting), *Educational Design Research Part A: An Introduction* (hlm. 72-113). Enschede: SLO.
- Gravemeijer, K. (2015). Design Research on Local Instruction Theories in Mathematics Education. *Proceeding of MADIF 9*.
- Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A Mathematician on Didactics and Curriculum Theory. *J. Curriculum Studies*, 32(6), 777-796.
- Goos, M., & Bennison, A. (2008). Surveying the technology landscape: Teachers' use of technology in secondary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 20(3), 102-130.
- Hajizah, M.N., Darhim, Suryadi, D., Juandi, D. (2020). Analysis of Students' Algebraic Thinking Skills and Realistic Mathematics Education Approach to Help Students Learn Function. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(7s), 277 - 283.
- Hohenwarter, M., dkk. (2008). Teaching and Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. *The 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (hlm. 1-9).
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. *Computer algebra systems and dynamic geometry systems in mathematics teaching conference* (pp. 1-6).
- Hollebrands, K. & Okumus, S. (2017). Secondary Mathematics Teachers' Instrumental Integration in Technology-Rich Geometry Classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 49, 82-94.

- Hudson, B. (2008). Didactical Design Research for Teaching as a Design Profession. Dalam B. Hudson & P. Zgaga (Penyunting), *Teacher Education Policy in Europe: a Voice of Higher Education Institution*. Umeå, Swedia : University of Umeå.
- Jones, G.A. & Thornton, C.A. (1993). Vygotsky Revisited: Nurturing Young Children's Understanding of Number. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 15, 18–28.
- Juandi, D., Kusumah, Y., Tamur, M., Perbowo, K., Siagian, M., Sulastri, R., & Negara, H. (2021). The effectiveness of dynamic geometry software applications in learning mathematics: A meta-analysis study.
- Jupri, A. & Drijvers, P. (2016). Student Difficulties in Matematizing Word Problems in Algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(9), 2481-2502. doi: 10.12973/eurasia.2016.1299a.
- Kalchman, M. & Koedinger, K. R. (2005). Teaching and Learning Functions. Dalam Donovan, M. Suzanne & Bransford, John D. (Penyunting), *How Students Learn Mathematics in the Classroom*. Washington DC: The National Academy Press.
- Kamol, N. & Har, Y. B. (2010). Upper Primary School Students' Algebraic Thinking. Dalam L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurts (Penyunting), *Shaping the future of mathematics education: Proceeding of the 33<sup>rd</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
- Kelly, A. E. (2013). When is Design Research Appropriate?. Dalam T. Plomp & N. Nieveen (Penyunting), *Educational Design Research Part A: An Introduction* (hlm. 10-51). Enschede: SLO.
- Kieran, C. (1989). The Early Learning of Algebra: A Structural Perspective. Dalam S. Wagner & C. Kieran (Penyunting), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (hlm. 35-56).
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *The Mathematics Educator*. 8(1), 139-151.
- Kriegler, Shelley. (2008). Just What Is Algebraic Thinking?. [Online]. Diakses dari <https://currikicdn.s3-us-westamazonaws.com>.
- Kusumah, Y.S. (2003). Desain dan Pengembangan Bahan Ajar Matematika Interaktif Berbasis Teknologi Komputer. *Makalah dalam Seminar Nasional Pendidikan MIPA IMSTEP-JICA*. Bandung: FPMIPA-UPI.
- Kusumaningsih, W., et al. (2018). Improvement Algebraic Thinking Ability Using Multiple Representation Strategy on Realistic Mathematics Education. *Journal on Mathematics Education Vol. 9(2)*, pp. 281-290.

- Larsen, S.P. (2013). A Local Instructional Theory for The Guided Reinvention of the Group and Isomorphism Concepts. *Journal of Mathematical Behavior* 32(2013) 712-725.
- Lawrence, A. & Hennesy, C. (2002). *Lesson for Algebraic Thinking, Grades 6-8*. Math Solutions Publications: Sausalito.
- Lew, H.C. (2004). Developing Algebraic Thinking in Early Grades: Case Study of Korean Elementary School Mathematics. *The Mathematics Educators*, 8(1), 88-106.
- Liadiani, A.M., Widayati, A.K. & Lestari, G.K. (2020). How to Develop the Algebraic Thinking of Students in Mathematics Learning, *Prosiding Seminar Matematika* 3 (hlm. 310-316).
- Lijekvist, Y. Mellroth, E. Olsson, J. & Boesen, J. (2016). Conceptualizing a Local Instruction Theory in Design Research: Report from a Symposium. *Proceeding of MADIF 10*.
- Lingguo, J. B., Spector, M., & Robert, S. (2011). Toward model-centered Mathematics learning and instruction using GeoGebra.
- Loc, N.P. & Hao, M.H. (2016). Teaching Mathematics Based on Matematization of Theory of Realistic Mathematics Education: A Study of the Linera Function  $Y=Ax+B$ . *The International Journal of Engineering and Science (IJES)*, 5(6), 20-23.
- Makonye, J.P. (2014). Teaching Function Using a Realistic Mathematics Education Approach: A Theoretical Perspective. *International Journal of Educational Sciences*, 7(3), 653-662.
- Meika, I., Suryadi, D., & Darhim. (2019). Developing A Local Instruction Theory for Learning Combinations. *Infinity Journal*, 8(2).
- Majerek, D. (2014). Application of Geogebra for Teaching Mathematics. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 8(24), 51–54.
- Matos, A. & Ponte, J.P. (2009). “Exploring Functional Relationship to Foster Algebraic Thinking in Grade 8”. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemto n.4 al n. 19, 2009* (hlm. 25-34).
- Michelsen, C. (2006). Function: A Modelling Tool in Mathematics and Science. *ZDM*, 38(3).
- Molina, A., Ambrose, R. & Castro, E. (2004). In the Transition from Arithmetic to Algebra: Misconceptions of the Equal Sign. Dipresentasikan pada 28<sup>th</sup> *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, 14-18 July, 2004.

Mimi Nur Hajizah, 2022

**DESAIN TETRAHEDRON DIDAKTIS PEMBELAJARAN FUNGSI DENGAN PENDEKATAN REALISTIK UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN BERPIKIR ALJABAR**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2008). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nickerson, S. D. & Whitacre, I. (2010). A Local Instruction Theory for the Development of Number Sense. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 227-252.
- Nugraha, N., Kadarisma, G., & Setiawan, W. (2019). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Materi Bentuk Aljabar pada Siswa SMP Kelas VII. *Journal on Education*, 1(2), 323-334.
- Nuraida, I., Kusumah, Y.S., & Kartasasmita, B.G. (2018). Local Instruction Theory (LIT) on Spherical Geometry for Enhancement Students' Strategic Competence. *Journal of Physics: Conference Series 983 (2018) 012105 International Conference on Mathematics, Science, and Education 2017 (ICMSE2017)*.
- Nurlisna, A. & Subianto, M. (2020). Development of Student Worksheet to Improve Mathematical Representation Ability Using Realistic Mathematics Education Approach Assisted by GeoGebra Software. *Journal of Physics: Conf. Series 1460*.
- Nuswantari, D., Amry, Z. & Siagian, P. (2020). Development of Learning Materials Through RME Assisted by GeoGebra Software to Improve Students Problem Solving Ability. *Journal of Education and Practice*, 11(8), 61-68.
- Olsson, J. (2017). *GeoGebra, enhancing creative mathematical reasoning* (Disertasi). Umeå universitet.
- Piaget, J. (1964). Cognitive development in children: Piaget development and learning. *Journal, of Research in Science Teaching*, 2, 176-186.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 68 Tahun 2013 Tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Pertama/ Madrasah Tsanawiyah.
- Pertiwi, C. M. (2019). Enhancing Mathematical Reasoning Ability and Self Confidence Students' Through Realistic Mathematics Education Approach with GeoGebra. Dalam Darmawijyo, dkk, (Penyunting), *Modeling in Mathematics Instruction: The First Step Towards Problem Solving. Prosiding National Conference on Mathematics Education (NaCoME) 2019* (hlm. 30-37).
- Pierce, R. (2005). "Linear Functions and a Triple Influence of Teaching on the Development of Students' Algebraic Expectation". Dalam Chick, H. L. &



- Vincent, J.L. (Penyunting), *Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4 (hlm. 81-88). Melbourne: PME.
- Radford, L. (2001). The Historical Origins of Algebraic Thinking. Dalam R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell & R. Lins (Penyunting), *Perspective in School Algebra* (hlm. 13-63). Dordrecht: Kluwer.
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and The Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. Dalam Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M. and Méndez, A. (Penyunting), *Proceedings of The 28<sup>th</sup> annual meeting of the North American Chapter of The International Group for The Psychology of Mathematics Education. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional*.
- Reigeluth, C. M. (2009). What Is Instructional-Design Theory and How Is It Changing. Dalam Charles M. Reigeluth (Penyunting), *Instructional-Design Theories and Models: A New Paradigm of Instructional Theory Volume II*. Newyork: Routledge Taylor & Francis Group.
- Rezat, S. & Straßer, R. (2012). From The Didactical Triangle to The Socio-Didactical Tetrahedron: Artifacts as Fundamental Constituents of The Didactical Situation. *ZDM Mathematics Education*, 44, 641–651.
- Richards, L. dan Janice M. (2013). *Readme First for a User's Guide to Qualitative Methods, Third Edition*. USA: SAGE Publication, Inc.
- Sagala, S. (2013). *Konsep dan Makna Pembelajaran untuk Membantu Memecahkan Problematika Belajar dan Mengajar*. Bandung: Alfabeta.
- Simon, Martin A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from A Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 11-145.
- Seeley, Cathy L. 2004. "A Journey in Algebraic Thinking". *NCTM News Bulletin (September 2004)*, Copyright 2004, The National Council of Teachers of Mathematics.
- Sembiring, R.K., Hadi, S., & Dolk, M. (2008). "Reforming Mathematics Learning in Indonesian Classrooms through RME". *ZDM Mathematics Education (2008)*, 40, 927-939.
- Suherman, E. dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UPI.
- Suryadi, D. (2010). Didactical Design Research (DDR) dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika. *Seminar Nasional Matematika UNNES*.

- Suryadi, D. & Turmudi. (2011). Kesetaraan Didactical Design Research (DDR) dengan Matematika Realistik dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNS 2011*, 1-12.
- Syarif, M.I., dkk. (2019). Development of Local Instruction Theory Topic Statistics Based on Realistic Mathematics Education in Pimary School. *Jurnal Education and Development*, 7(2), 17-23.
- Tall, D. (1986). Using The Computer as An Environment for Building and Testing Mathematical Concepts: A Tribute to Richard Skemp. *Papers in Honour of Richard Skemp* (hlm. 21–36).
- Taylor, L. (1993). Vygotskian influences in mathematics education, with particular reference to attitude development. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 15, 3–17.
- Tchoshanov, M. A. (2013). *Engineering of Learning: Conceptualizing e-Didactics*. Moscow: UNESCO Institute for Information Technologies in Education.
- Teori. (2019). Cambridge Dictionary. <http://www.dictionary.cambridge.org/dictionary/english/theory>.
- Teori. (2019). Merriam Webster. <http://www.merriam-webster.com/dictionary/theory>.
- Tharp, R.G. & Gallimore, R. (1988). *Rousing minds to life: Teaching, learning, and schooling in social context*. New York: Cambridge University Press.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Todorova, A.D. & Trgalova, J. (2018). Learning Mathematics with Technology: A Review of Resent CERME Research. *CERME 10* (hlm. 2538-2546). Dublin, Ireland.
- Uttal, D. H., O’Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L., & DeLoache, J. (2009). Dual representation and the linking of concrete and symbolic representations. *Child Development Perspectives*, 3(3), 156-159.
- Valtoribio, D.C., Gurat, M.G., & Bautista, G.H. (2018). Exploring Students’ Image Concepts of Mathematical Functions Trough Error Analysis. *International Journal of Advanced Research and Publications*, 2(9), 33-46.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic Mathematics Education as Work in Progress. Dalam F. L. Lin (Penyunting) *Common Sense in Mathematics Education*, (hlm. 1-43). *Proceeding of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, 19-23 November 2001*.

- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijver, P. (2014). Realistic Mathematics Education. Dalam S. Leman (Penyunting), *Encyclopedia of Mathematics Education*. doi: 10.1007/978-94-007-4978-8.
- Van Eerde, D. & Gravemeijer, K. (2009). Design Research as a Means for Bulding a Knowledge Base for Teachers and Teaching in Mathematics Education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510-524.
- Vinner, S. & Drefyus, T. (1989). Images and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Webb, D. (2010). Collaborative Design of Instructional Sequences: Teacher Developed Support for Formative Assessment. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9 (2010) 153-157.
- Wertsch, J. V., & Sohmer, R. (1995). Vygotsky on learning and development. *Human development*, 38(6), 332-337.
- Yildiz Ulus, A. (2013). Teaching the" Diagonalization Concept" in Linear Algebra with Technology: A Case Study at Galatasaray University. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, 12(1), 119-130.