

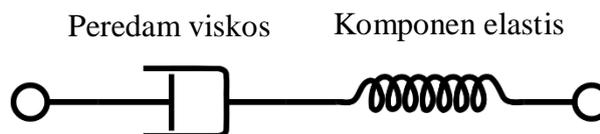
# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam ilmu fisika, relaksasi adalah fenomena di mana sebuah sistem yang telah diganggu kembali menuju kesetimbangan (Maxwell, 1866). Fenomena ini umum dijumpai pada benda-benda yang elastis seperti karet, plastisin, dan tanah liat. Fenomena yang lain adalah osilasi yang didefinisikan sebagai gerak bolak-balik suatu benda yang terjadi secara periodik atau berkala, yaitu gerak benda tersebut berulang pada selang waktu yang tetap (Soedjojo, 1999). Berbeda dengan relaksasi, osilasi tidak hanya dijumpai pada sistem mekanik seperti pegas, namun juga sistem dinamik seperti jantung manusia, siklus rantai makanan, penembakan impuls oleh sel-sel saraf pada otak, dan masih banyak lagi. Terdapat material yang dapat mengalami fenomena relaksasi dan osilasi yang dikenal dengan material viskoelastis. Selain mampu untuk mengalami dua fenomena yang berbeda, material ini juga memiliki perilaku fisis seperti beda elastis atau viskos (Meyers & Chawla, 1999).

Material viskoelastis memiliki kemampuan untuk merambat, pulih, merelaksasi tegangan, dan menyerap energi (Kelly, 2021). Karena kemampuan-kemampuan tersebut, material viskoelastis dapat diaplikasikan secara di beragam aspek kehidupan. Sebagai contoh, sifat merambat dan pulih dapat dilihat pada jaringan kulit, sifat relaksasi tegangan terdapat pada senar gitar, dan sifat menyerap energi dapat dijumpai pada peredam viskoelastis yang digunakan pada bangunan-bangunan tinggi untuk meredam getaran. Material viskoelastis juga dapat digambarkan sebagai suatu sistem dengan komponen elastis dan viskos seperti pada ilustrasi berikut.



**Gambar 1.1** Ilustrasi sistem dengan komponen elastis dan viskos  
(Christensen, 1971)

Pergerakan osilasi pada material viskoelastis dipengaruhi oleh beberapa hal antara lain, sifat material, jenis material, dan massanya. Meskipun demikian, terdapat beberapa perilaku dari material viskoelastis yang cukup sulit digambarkan melalui persamaan dengan orde bilangan bulat, yaitu perilaku *memory effect* yang dicirikan dengan adanya fenomena relaksasi yang melambat, atau osilasi yang teredam. Perilaku ini hanya terjadi pada material viskoelastis lunak seperti polimer, biopolimer, logam pada suhu yang sangat tinggi, dan material bitumen. Karena perilaku ini sulit digambarkan menggunakan model persamaan turunan orde bilangan bulat, maka digunakan model persamaan turunan orde fraksional untuk menggambarkan perilaku tersebut (Chen, 2010).

Turunan atau diferensial orde fraksional adalah turunan dari orde yang bernilai sembarang, riil, atau kompleks. Menurut Ross (1977), konsep ini berawal dari surat yang ditulis Guillaume de l'hôpital yang ditujukan kepada Gottfried Wilhelm Leibniz pada tahun 1695. Konsep ini kemudian diteliti secara lanjut oleh banyak matematikawan seperti Euler (1738), Lacroix (1819), Riemann (1876), dan pengembangan paling terakhir oleh Caputo (1967). Menurut Podlubny (1999), persamaan diferensial orde fraksional yang umum digunakan saat ini di antaranya; (1) Tipe Grünwald Letnikov, (2) Tipe Riemann-Liouville, dan (3) Tipe Caputo. Diferensial orde fraksional tipe Riemann-Liouville mengharuskan kondisi awalnya berorde fraksional, sehingga memiliki arti fisis yang cukup sulit dijelaskan (Podlubny, 1999). Sedangkan kondisi awal yang ditentukan untuk diferensial orde fraksional tipe Caputo tidak berbeda dengan diferensial orde bilangan bulat, sehingga dapat diinterpretasikan secara fisis. Persamaan diferensial fraksional biasa digunakan untuk memodelkan secara akurat dari sistem yang membutuhkan pemodelan redaman yang akurat (Ray, 2014). Selain itu, diferensial fraksional tipe Caputo berguna dalam memodelkan fenomena fisis yang memiliki ingatan (Atangana, 2018). Berdasarkan alasan tersebut, diferensial orde fraksional tipe Caputo dianggap lebih tepat untuk memodelkan serta menyelesaikan permasalahan yang akan diteliti.

Penggunaan diferensial fraksional tipe Caputo juga telah diterapkan dalam menyelesaikan masalah fisika lain, di antaranya pada rangkaian listrik

(Alshabanat, 2020), pada proses pendinginan semi-infinite oleh radiasi (Hijrah, 2016). Penyelesaian model relaksasi dan osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo, sebelumnya pernah diteliti oleh Chen (2010). Dalam penelitian ini dideskripsikan model matematika mengenai pergerakan relaksasi dan osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo. Model yang digunakan memiliki korespondensi dengan model Maxwell dengan modifikasi pada komponen fluida Newton yang diganti dengan komponen viskoelastis lunak untuk menimbulkan perilaku *memory effect* pada sistem. Kemudian, model tersebut diselesaikan dengan secara analitik menggunakan metode transformasi Laplace, yang mana solusi analitik ini tidak diuraikan dengan detail pada penelitian Chen (2010). Selanjutnya, model pergerakan relaksasi dan osilasi disimulasikan.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan dalam penelitian sebagai berikut :

1. Bagaimana model matematika untuk relaksasi osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo?
2. Bagaimana solusi persamaan diferensial fraksional tipe Caputo untuk model relaksasi osilasi?
3. Parameter apa saja yang berpengaruh pada pergerakan relaksasi dan osilasi pada material viskoelastis?

## 1.3 Batasan Masalah dan Asumsi

1. Batasan masalah yang diberikan kepada penelitian adalah tidak dilibatkan faktor eksternal yang mempengaruhi sistem relaksasi osilasi.
2. Asumsi yang diberikan kepada penelitian adalah model relaksasi osilasi yang digunakan secara spesifik adalah model relaksasi dan osilasi yang diangkat dari model Maxwell dengan modifikasi pada komponen peredam viskos newtonian yang diganti dengan komponen peredam viskoelastis lunak.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mendeskripsikan model matematika untuk relaksasi dan osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo.
2. Mengetahui solusi untuk menyelesaikan model matematika tersebut.
3. Mengetahui parameter apa saja yang mempengaruhi pergerakan relaksasi dan osilasi pada material viskoelastis.

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan tujuan di atas, penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut :

1. Dapat memberi pengetahuan mengenai model matematika untuk relaksasi dan osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo.
2. Diharapkan dapat memberi alternatif solusi dalam menyelesaikan model relaksasi osilasi.

### **1.6 Sistematika Penulisan**

Penulisan skripsi ini secara keseluruhan ditulis dengan sistematika sebagai berikut :

#### **BAB I PENDAHULUAN**

Bab ini berisi latar belakang permasalahan, pernyataan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

#### **BAB II LANDASAN TEORI**

Bab ini membahas teori-teori yang berkaitan dengan masalah yang diteliti, seperti fungsi gamma, fungsi beta, fungsi Mittag-Leffler, turunan fraksional tipe Caputo, transformasi Laplace, model Maxwell dan model relaksasi dan osilasi.

#### **BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab ini dijelaskan tahapan pembuatan model relaksasi osilasi, dan implementasi diferensial fraksional tipe Caputo terhadap model relaksasi osilasi.

#### **BAB IV PEMBAHASAN**

Bab ini berisi penyelesaian dari model relaksasi osilasi menggunakan diferensial fraksional tipe Caputo beserta grafik hasil solusi analitik dari beragam kondisi awal yang ditentukan.

#### **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari keseluruhan penelitian.