

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang terbentuk dari beberapa komponen seperti konsep primitif, definisi dan aksioma. Sebagaimana yang disampaikan oleh Johnson and Raising (dalam Isrokatun dkk, 2020, hlm.3) matematika adalah pengetahuan struktur yang terorganisasi, sifat-sifat dalam teori-teori dibuat secara deduktif berdasarkan kepada unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, sifat atau teori yang telah dibuktikan kebenarannya. Begitu pula pendapat Brousseau (dalam Maknun, Rosjanuardi & Ikhwanudin, 2018, hlm 689) yang menyatakan bahwa pada hakikatnya matematika berangkat dari definisi dan aksioma yang kemudian berkembang.

Berbagai konsep matematika lahir berdasarkan definisi dan aksioma melalui proses penalaran manusia. Proses penalaran yang biasa digunakan dalam ilmu matematika yaitu penalaran deduktif. Dimana matematikawan memulainya dengan serangkaian kondisi yang dapat diterima yang disebut hipotesis dan serangkaian implikasi logis yang akhirnya menuju pada kesimpulan yang dapat dibuktikan kebenarannya (Khan, 2015, hlm.98). Selain definisi dan aksioma terdapat komponen lain yang membangun matematika yaitu teorema, lemma dan *corollary* yang tidak selalu lahir dari proses penalaran deduktif, namun dapat juga lahir dari proses penalaran induktif seperti percobaan atau pengamatan di lapangan. Akan tetapi, kebenarannya harus dapat dibuktikan secara deduktif menggunakan definisi dan aksioma terdahulu yang telah diterima kebenarannya (Sadieda, 2019, hlm.24).

Pembuktian merupakan serangkaian penalaran yang menunjukkan validitas proposisi dengan menggunakan argumen yang sepenuhnya didasarkan pada aksioma dan teorema yang telah ditetapkan sebelumnya (Khan, 2015, hlm.100). Menurut Rav (1999, hlm. 13), "*proof are the mathematician's way to display the mathematical machinery for solving problems and to justify that a proposed*

*solution to a problem is indeed a solution*”. Dengan kata lain bukti adalah cara matematikawan untuk menunjukkan bagaimana menyelesaikan permasalahan dan membuktikan kebenaran bahwa solusi yang diberikan merupakan solusi yang benar. Rav (1999, hlm. 20) juga menyampaikan bahwa bukti layaknya jaringan jalanan dalam transportasi umum dan teorema sebagai halte bus. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa pembuktian matematis merupakan hal yang sangat penting dalam lingkup matematika formal.

Dalam konteks komunitas kelas matematika istilah ‘bukti’ sering kali dianggap sama dengan istilah ‘argumentasi’. Sebagaimana yang dikemukakan oleh Stylianides (2007, hlm.291) bahwa bukti merupakan argumen matematis, yaitu serangkaian pernyataan yang saling terhubung untuk mendukung klaim matematika, dengan karakteristik berikut :

- 1) Menggunakan pernyataan yang diterima oleh komunitas kelas (*set of accepted statement*) serta benar dan tersedia tanpa pembenaran lebih lanjut;
- 2) Menggunakan bentuk penalaran (*modes of argumentation*) yang valid dan diketahui, atau dalam jangkauan konseptual, komunitas kelas;
- 3) Dikomunikasikan dengan bentuk ekspresi (*modes of argument representation*) sesuai dan diketahui, atau dalam jangkauan konseptual, komunitas kelas.

Namun hal ini tidak membuat istilah bukti matematis dan argumentasi matematis menjadi sama. Sebagaimana yang Lee (2015) sampaikan bahwa bukti bertujuan, diantaranya, menjadi sarana bagi matematikawan mendiskusikan keabsahan dari hasil matematika dan berkomunikasi satu sama lain. Namun berdasarkan perspektif pedagogis, tujuan dari argumentasi adalah untuk menumbuhkan pemikiran siswa dan melibatkan pemahaman siswa. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan digunakan makna bahwa argumentasi matematis adalah suatu jalan penalaran yang dimaksudkan untuk menunjukkan atau menjelaskan mengapa hasil matematika tersebut benar numerik (Sriraman and Umland, 2020, hlm 63). Hasil matematika yang dimaksud dapat berupa pernyataan umum tentang kelas objek matematika atau mungkin juga merupakan solusi dari

masalah matematika yang telah diajukan. Berdasarkan pernyataan tersebut juga dapat dikatakan bahwa argumentasi matematis bisa berupa bukti formal maupun bukti informal, penjelasan bagaimana seorang siswa sampai pada dugaan tertentu, penalaran mengenai masalah tersebut hingga sampai pada sebuah solusi atau hanya rangkaian perhitungan yang mengarah pada hasil.

Argumentasi tidak hanya dipandang sebagai suatu cara untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan, namun lebih jauh argumentasi dipandang sebagai suatu ‘fenomena sosial’. Krummheuer (dalam Schwarz, Hershkowitz & Prusa, 2010, hlm. 121) tertarik pada istilah ‘*collective argumentation*’, di mana proses argumentasi dibangun oleh dua atau lebih individu di dalam kelas. Krummheuer menganggap argumentasi sebagai ‘fenomena sosial; dimana individu yang bekerja sama mencoba menyesuaikan niat dan interpretasi mereka dengan secara lisan menyajikan alasan tindakan mereka’. Dalam proses menghasilkan sebuah argumen, baik secara individu atau kolektif tentunya melibatkan pencarian penjelasan / pembenaran untuk suatu klaim. Dengan demikian, argumentasi mendorong *self-explanation* dan pembelajaran (Chi, Bassok, Lewis, Reiman and Glaser 1989, Schwarz and Asterhan in press (dalam Schwarz, Hershkowitz & Prusa, 2010, hlm. 120)). Means and Voss (dalam Schwarz, Hershkowitz & Prusa, 2010, hlm. 121) juga menyampaikan bahwa, ciri khas dari wacana argumentasi yaitu keterkaitan antara kesimpulan, batasan, sanggahan dan lain sebagainya dianggap sebagai pendorong peningkatan organisasi pengetahuan.

*National Council Teachers of Mathematics* (NCTM) dalam hal ini mendukung adanya argumentasi dalam *intellectual environment*. Hal ini ditunjukkan dari salah satu standar proses yang harus dikuasai oleh siswa dalam pembelajaran matematika yaitu penalaran dan pembuktian (*reasoning and proofing*). Dalam proses penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*) siswa diharapkan mampu untuk mengembangkan dan mengevaluasi argumentasi matematis dan pembuktian. Terutama pada materi geometri yang telah lama dianggap sebagai tempat di dalam kurikulum matematika sekolah dimana siswa

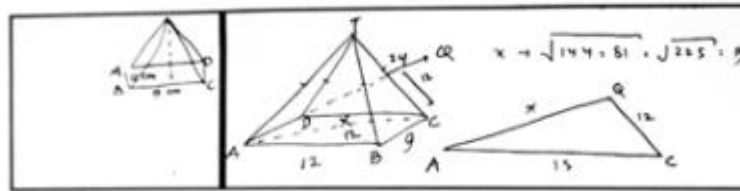
belajar mengenal struktur aksiomatik matematika serta mengembangkan kemampuan penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*) (NCTM, 2000, hlm. 41). Bahkan siswa sekolah menengah atas diharapkan sudah mampu untuk menggunakan penalaran deduktif dan teknik pembuktian formal untuk menyelesaikan permasalahan dan membuktikan konjektur. Oleh karena itu, siswa harus memahami peran dari definisi, aksioma dan teorema dan mengkonstruksinya.

Namun fakta di lapangan memperlihatkan bahwa kesalahan umum siswa dalam mempelajari geometri menurut Ozerem (2012) yaitu siswa tidak mampu menjelaskan alasan dari jawabannya. Hal ini dikarenakan siswa cenderung untuk menghapuskan konsep dan rumus dari bangun geometri tanpa memahami konsep bangun tersebut, begitu pun dengan hubungan antar konsep geometri. Hal ini didukung oleh studi pendahuluan dalam penelitian Putri, Suryadi, & Mulyana (2019) pada siswa SMA mengenai konsep jarak antar titik dan garis pada bangun ruang dimensi tiga dimana siswa diminta untuk menentukan jarak antar titik dan garis pada bangun ruang limas (lihat Gambar 1.1)

*If there is a pyramid  $T.ABCD$  with  $AB$  12 cm,  $BC$  9 cm, and  $TA=TB=TC=TD$  is 24 cm. Determine the distance from point  $A$  to  $TC$ !*

Gambar 1. 1 Contoh soal yang diberikan kepada siswa

Salah satu siswa mencoba menyelesaikan permasalahan tersebut dengan mengkonstruksikan segmen garis, namun siswa tersebut melupakan konsep jarak titik ke garis dimana segmen garis haruslah garis yang terpendek (lihat Gambar 1.2). Hal ini dapat terjadi dikarenakan siswa masih lemah dalam materi prasyarat dimana hal tersebut dibutuhkan untuk mempelajari konsep jarak antar titik dan garis pada bangun ruang dimensi tiga.



Gambar 1. 2 Contoh jawaban yang diberikan siswa

NCTM (2000) mengindikasikan salah satu faktor penyebabnya yaitu kurikulum di berbagai negara khususnya bagian geometri lebih menekankan pada penamaan suatu bangun dan mengabaikan hubungan antar sifat-sifat geometri. Padahal geometri lebih dari sekadar mempelajari definisi, namun juga menggambarkan hubungan geometris dan penalaran. Bahkan pada siswa menengah atas nantinya melalui geometri siswa akan belajar untuk memformulasi penjelasan yang meyakinkan untuk konjektur dan dugaan mereka. Selain itu mereka harus memahami peran definisi, aksioma dan teorema untuk mengkonstruksi pembuktian mereka sendiri. Secara umum dapat dikatakan siswa harus mampu mengembangkan argumentasi matematis mereka. Oleh karena itu diperlukan perhatian lebih pada kemampuan argumentasi siswa dalam mempelajari materi geometri (Stylianides, Bieda & Morselli, 2016, hlm.327).

Berdasarkan uraian yang telah dikemukakan dapat dikatakan bahwa argumentasi memiliki andil yang cukup besar dalam peningkatan kemampuan matematis siswa. Namun hal ini tidak sebanding dengan kemampuan argumentasi matematis siswa di sekolah. Hal ini dapat terlihat dari penelitian yang dilakukan oleh Sukirwan, *et al.* (2017) yang melakukan penelitian mengenai aspek kajian argumentasi matematis siswa pada geometri. Dalam hal ini ditemukan bahwa siswa masih mengalami kendala dalam menghasilkan argumentasi. Penelitian yang hampir sama juga dilakukan oleh Jannah, Juniati dan Sulaiman (2018) mengenai kemampuan argumentasi matematis siswa dalam menyelesaikan permasalahan geometri, melalui penelitian ini ditemukan bahwa siswa masih belum mahir mengungkapkan argumentasi mereka ke dalam bentuk tulisan.

Meskipun demikian mereka sudah mampu untuk berargumentasi secara verbal.

Ega Charisma, 2022

**ARGUMENTASI MATEMATIS SISWA SMA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GEOMETRI RUANG DIMENSI TIGA: STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Maknun, Rosjanuardi dan Ikhwanudin (2018) juga melakukan penelitian mengenai argumentasi matematis siswa sekolah menengah atas dimana secara umum performa siswa dalam argumentasi matematis masih kurang. Dalam hal ini siswa kesulitan untuk mempertimbangkan, mengevaluasi, dan membangun argumen dalam pernyataan matematis serta siswa kurang mahir dalam menyatakan argumen yang tepat untuk menjelaskan mengapa hal tersebut benar.

Hal yang sama juga diidentifikasi oleh Noviyanti (2019) dalam penelitiannya mengenai argumentasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah geometri dimana siswa diminta untuk menunjukkan kebenaran pernyataan mengenai perbandingan luas layang layang yang terbentuk dari layang-layang yang telah diketahui sebelumnya. Noviyanti menemukan bahwa siswa belum mampu memberikan argumentasi matematisnya secara lengkap ketika dihadapkan dengan masalah yang berkaitan dengan membuktikan atau menilai suatu kebenaran pernyataan terkait dengan konsep matematis yang diberikan. Menurut Noviyanti salah satu hambatan (*obstacles*) siswa dalam berargumentasi matematis yaitu penguasaan siswa terhadap konsep geometri belum sepenuhnya belum dikuasai dengan baik. Hal tersebut juga dibenarkan oleh Maknun, Rosjanuardi dan Ikhwanudin (2018), kondisi tersebut dapat terjadi dikarenakan siswa masih dalam tahap mengembangkan pemahaman matematisnya.

Selain itu faktor lain yang menyebabkan argumentasi matematis siswa tergolong rendah yaitu dikarenakan oleh kurikulum ataupun metode pembelajaran yang digunakan (Lee, 2015). Pembelajaran di Indonesia khususnya matematika terfokus akan hasil atau jawaban atas suatu permasalahan bukan berfokus pada bagaimana siswa mendapatkan jawaban tersebut serta kenapa siswa yakin bahwa jawaban tersebut benar adanya. Guru cenderung tidak memberikan kesempatan bagi siswa untuk mengemukakan argumentasinya. Padahal kegiatan pembelajaran matematika seharusnya memberi kesempatan kepada siswa untuk mengungkapkan gagasan matematika yang ada di benaknya dan mempertahankan apa yang mereka yakini sebagai sebuah kebenaran secara argumentatif (Suhendra, 2010, hlm.2).

Siswa tidak lagi sekadar terampil menggunakan aturan atau prosedur matematik dengan meniru yang dilakukan oleh guru tanpa mengetahui alasannya.

Saat ini banyak penelitian yang menyajikan berbagai strategi untuk mendorong pembelajaran untuk meningkatkan argumentasi matematis siswa (Graham & Lesseig, 2018; Rumsey & Langrall, 2016; Singletary & Conner, 2015). Namun satu hal yang perlu diingat adalah argumentasi matematis merupakan proses wacana sosial yang dinamis sehingga penting untuk menciptakan suasana kelas yang mendukung adanya proses tersebut. Dengan demikian, peran seorang guru sangat penting dalam hal ini. Yackel (2002) mencoba menjabarkan peran guru dalam mendukung terjadinya argumentasi matematis di dalam kelas. Pertama, guru merupakan orang yang menginisiasi terjadinya diskusi di dalam kelas. Dalam konteks argumentasi di kelas, argumentasi berfungsi sebagai sesuatu pembuka kemudian berkembang menjadi sebuah diskusi yang mencakup konsep matematika baru. Dalam mengembangkan argumennya guru mendorong siswa untuk saling berinteraksi menyampaikan argumen mereka dan ketika diskusi berlangsung guru hendaknya memberikan dukungan argumentasi (*data, warrant dan backing*) baik itu secara implisit atau samar-samar. Yackel juga menambahkan agar pembelajaran yang mendukung argumentasi matematis dapat terjadi secara efektif, sebelumnya guru haruslah mengetahui kondisi pemahaman konsep siswa dan batasannya.

Daripada itu kemampuan argumentasi siswa tidak dapat meningkat hanya dengan sekali atau dua kali pembelajaran yang mendukung hal tersebut. Namun kemampuan argumentasi ditentukan oleh kuantitas latihan (Soekisno, *et al.*, 2015). Hal ini juga didukung oleh Osborne (dalam Soekisno, *et al.*, 2015) yang menyatakan bahwa argumentasi merupakan proses panjang yang membutuhkan pengalaman dan latihan yang harus dilakukan secara berulang. Lin (2018) juga mengungkapkan hal yang serupa bahwa pengetahuan matematis siswa dan pengalaman siswa dalam berargumentasi menjadi faktor yang menyebabkan kemajuan argumentasi matematis siswa. Oleh karena itu, pengalaman –

pengalaman (fenomenologi) akan menjadi hal yang penting untuk diteliti. Selain pengalaman siswa, pengetahuan matematis siswa terhadap suatu konsep matematis juga menjadi hal yang mempengaruhi kesulitan siswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematis (Noviyanti, 2019). Hal ini juga didukung oleh pendapat Brosseau (dalam Noviyanti, 2019) yang mengungkapkan bahwa hambatan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah dipengaruhi oleh pengalaman, pemahaman matematis yang dimiliki siswa, pengetahuan akan konsep materi yang terkait dengan masalah yang diberikan, buku pelajaran dan proses pembelajaran.

Dengan demikian dalam memahami argumentasi matematis siswa terhadap materi geometri ruang dimensi tiga dapat dilakukan dengan menginterpretasikan (hermeneutik) atau mengartikulasikan dan menafsirkan pengalaman siswa yang direpresentasikan oleh jawaban siswa dalam menyelesaikan masalah geometri. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Argumentasi Matematis Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Ruang Dimensi Tiga: Studi Fenomenologi Hermeneutik”.

## **B. Tujuan Penelitian**

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan argumentasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah geometri ruang dimensi tiga

## **C. Rumusan Masalah**

Sesuai dengan pemaparan latar belakang dan tujuan penelitian, rumusan masalah yang diajukan dalam penelitian ini yaitu bagaimana argumentasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah geometri ruang dimensi tiga?

## **D. Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi nyata atau manfaat sebagai berikut:

1. Manfaat teoritis



Hasil penelitian ini diharapkan mampu menjadi salah satu sumber pengetahuan mengenai pemaknaan siswa pada materi geometri ruang dimensi tiga dan proses argumentasi matematis siswa pada materi geometri ruang dimensi tiga

## 2. Manfaat praktis

### a) Bagi guru

Hasil penelitian ini dapat menjadi bahan pertimbangan bagi guru dalam menyusun rencana pembelajaran selanjutnya berdasarkan pemaknaan siswa pada materi dimensi tiga dan proses argumentasi siswa yang dapat meningkatkan argumentasi matematis siswa.

### b) Bagi peneliti

Penelitian ini sendiri memberikan peneliti pengalaman dan wawasan mengenai argumentasi siswa pada materi dimensi tiga serta hasil penelitian ini dapat dijadikan landasan dalam penelitian tindak lanjut terhadap argumentasi siswa SMA.