

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Fungsi invers merupakan salah satu konsep yang harus dikuasai oleh siswa jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA) sebagaimana yang tercantum pada standar kompetensi matematika wajib kelas X, baik pada program Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) maupun Ilmu Pengetahuan Sosial (IPS) (Depdiknas, 2016). Okur (2013) menyatakan bahwa konsep fungsi invers merupakan salah satu topik penting pada pembelajaran matematika di sekolah menengah dan universitas. Fungsi invers adalah konsep matematika yang mengeksplorasi fungsi yang berbalikan dari fungsi asalnya. Materi fungsi invers ini dimaksudkan agar siswa dapat menentukan invers suatu fungsi dengan menggunakan konsep, sifat, dan aturan fungsi invers setelah dipelajari oleh siswa.

Rahayu (2013) menyatakan bahwa fungsi invers merupakan materi yang dianggap sulit oleh siswa. Rahayu (2013) menganalisis kesulitan siswa pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers pada siswa kelas XI IPS di SMAN 2 Mranggen pada tahun ajaran 2012/2013. Adapun hasil dari analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Siswa kesulitan untuk menentukan komponen pembentuk fungsi komposisi apabila fungsi komposisi dan komponen lainnya diketahui serta menjelaskan kondisi agar suatu fungsi mempunyai invers membutuhkan abstraksi yang cukup tinggi.
2. Siswa kesulitan untuk menentukan fungsi komposisi dari beberapa fungsi serta menggambar grafik fungsi invers dari grafik fungsi asalnya membutuhkan tingkat kreatif yang tinggi.
3. Konsep yang harus diberikan kepada siswa juga mempunyai tingkat kesulitan yang tinggi karena harus dikaitkan dengan konsep lain dalam matematika seperti konsep himpunan, bentuk eksponensial dan akar, persamaan linear, dan persamaan kuadrat.
4. Media dan sumber belajar yang digunakan masih sangat terbatas, baik dari sisi kuantitas maupun kualitas dan pola maupun metode pembelajaran yang digunakan masih menggunakan metode konvensional.

Kesulitan yang teridentifikasi oleh Rahayu (2013) menyebabkan siswa cenderung merasa kesulitan dalam memahami konsep fungsi khususnya fungsi komposisi dan fungsi invers sehingga prestasi belajar siswa pada materi ini relatif rendah. Selain kesulitan, siswa juga mengalami miskonsepsi pada konsep fungsi invers. Sejalan dengan Rahayu (2013), Pratamawati (2017) mengidentifikasi bahwa adanya kesulitan yang dialami siswa dalam menggambar grafik fungsi dan grafik fungsi invers. Hal ini menunjukkan bahwa kesulitan siswa pada materi invers ini kerap terjadi berulang dari tahun ke tahun.

Wilson dkk. (dalam NCTM, 2011) berpendapat bahwa kesulitan dan miskonsepsi dapat terjadi karena pembelajaran fungsi invers di kelas umumnya diajarkan berdasarkan hafalan dan prosedural. Miskonsepsi yang pertama adalah invers dari $y = f(x)$ adalah $y = f^{-1}(x)$. Miskonsepsi pada konsep fungsi invers juga ditemukan pada penelitian yang dilakukan oleh Perbowo dan Anjarwati (2017) yang disebabkan oleh waktu, bahan ajar, serta alur pembelajaran yang digunakan kurang mendukung secara maksimal. Selain itu, Okur (2013) pun menemukan miskonsepsi pada fungsi invers tergambar oleh bagaimana siswa menggunakan aturan yang sama untuk menyelesaikan soal fungsi invers yang berbeda. Miskonsepsi umum dalam menemukan invers dari suatu fungsi terlihat pada Gambar 1.1.

Given $f(x) = 1.8x + 32$, find f^{-1} .

$$f(x) = 1.8x + 32$$

$$y = 1.8x + 32 \quad \text{since } y = f(x)$$

$$x = 1.8y + 32 \quad \text{switch the } x \text{ and the } y$$

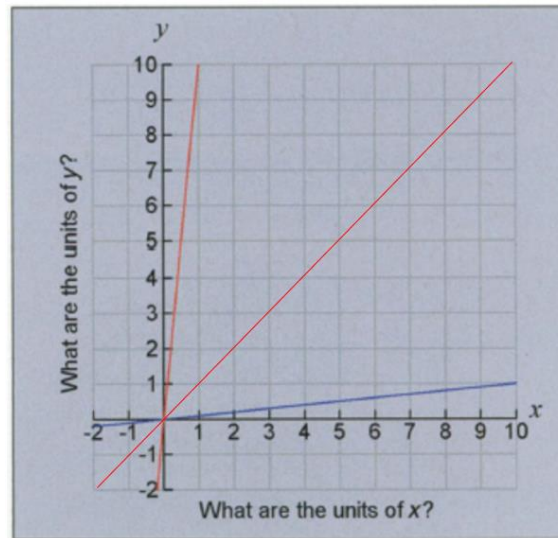
$$x - 32 = 1.8y$$

$$y = \frac{x - 32}{1.8}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 32}{1.8}$$

Gambar 1.1 Ilustrasi Miskonsepsi Umum pada Konsep Fungsi Invers (Wilson Dkk. 2011)

Miskonsepsi yang kedua adalah untuk menentukan grafik fungsi invers hanya dengan melakukan pencerminan grafik $f(x)$ terhadap garis $y = x$ pada koordinat kartesius (Gambar 1.2). Miskonsepsi ini disebabkan oleh prosedur mengganti x dan y yang digunakan untuk mencari invers dari fungsi yang diketahui. Menggambar grafik $f(x)$ dan $f^{-1}(x)$ pada sumbu yang sama seharusnya dihindari (Van Dyke, 1998) karena hal tersebut dapat mengacaukan konsep invers itu sendiri.



Gambar 1.2 Grafik Fungsi dan Fungsi Inversnya Terletak pada Sumbu yang Sama

Sejalan dengan Wilson dkk., penelitian yang dilakukan oleh Carlson dkk. (2005) menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep fungsi invers atau memiliki miskonsepsi mengenai konsep tersebut. Carlson menambahkan bahwa hanya 17% siswa yang mampu menentukan fungsi invers dari sebuah fungsi yang diberikan. Penyebab miskonsepsi ini adalah ketika pembelajaran siswa diberi pemahaman bahwa invers adalah menukar x menjadi y dan secara geometri mencerminkan di $x = y$. Nolasco (2018) juga menemukan bahwa ternyata hanya sedikit ketertarikan siswa ketika mempelajari konsep fungsi invers dengan menukar x dan y tanpa mengetahui alasan mengapa siswa melakukan hal tersebut. Jika guru memilih pendekatan pembelajaran pada konsep ini dengan cara tersebut, maka siswa tidak mampu menyelesaikan masalah matematika dengan benar, memahami bagaimana cara menggunakan aturan, dan menginterpretasikannya.

Beberapa kalimat matematika ditemukan dalam kurikulum SMA yaitu "invers dari sebuah fungsi $y = f(x)$ adalah $y = f^{-1}(x)$ " dan "menyajikan sebuah fungsi dan inversnya pada bidang dengan koordinat yang sama" (MEB, 2011). Buku teks di tingkat pendidikan sekolah menengah dan universitas pun berisi kalimat matematika yang serupa. Penggunaan kalimat matematika seperti demikian dalam mengajarkan konsep fungsi atau pemilihan metode pembelajaran yang tidak sesuai untuk siswa dapat menyebabkan kesalahpahaman. Hal ini merupakan hambatan belajar yang signifikan

dalam pembelajaran bermakna dan berkontribusi pada kegagalan dalam mengurangi kesalahan (Ann dan Miroslav, 2009).

Adapun studi pendahuluan yang dilakukan oleh peneliti pada delapan orang siswa SMA kelas XI yang telah mempelajari materi fungsi invers. Gambar 1.3 merupakan salah satu soal yang diberikan kepada siswa untuk mengetahui kesulitan yang dialami siswa pada konsep fungsi invers.

1. Carilah rumus fungsi invers dari fungsi-fungsi di bawah ini dan tentukan domain dari masing-masing fungsi inversnya
- a. $f(x) = 2 - 5x$
 - b. $g(x) = \frac{x+1}{2x-7}$
 - c. $h(x) = \sqrt{4-x}$
 - d. $y = 2x^2 - 3$

Gambar 1.3 Soal 1 pada Studi Pendahuluan

Berdasarkan jawaban siswa dalam menyelesaikan Soal 1, siswa mampu untuk menentukan fungsi invers dari masing-masing fungsi namun hanya satu orang siswa yang mampu menentukan domain dari masing-masing fungsi invers. Berdasarkan jawaban wawancara siswa yang tidak mampu untuk menentukan domain invers, diketahui bahwa penyebab siswa tidak dapat menentukan domain dari sebuah fungsi invers adalah penyajian materi atau bahan ajar yang digunakan oleh guru. Siswa mengaku pernah mempelajari bagaimana cara menentukan domain saat di tingkat SMP dengan menggunakan diagram panah. Namun, ketika di kelas X SMA siswa mempelajari hanya membaca dari buku sumber tanpa mendapatkan penjelasan bagaimana menentukan domain dari sebuah fungsi. Berdasarkan jawaban yang diutarakan oleh siswa, peneliti menduga bahwa kesulitan ini dapat terjadi karena siswa mengalami *learning obstacle*. *Learning obstacle* pada kasus ini terjadi diakibatkan oleh alur dan pendekatan pembelajaran yang digunakan oleh guru di kelas kurang sesuai dengan kemampuan dan pengetahuan yang dimiliki oleh siswa pada saat pembelajaran berlangsung.

Selanjutnya, terdapat soal lain yang diberikan kepada siswa untuk mengukur apakah siswa mampu memahami konsep fungsi invers terlihat pada Gambar 1.4.

2. Jika $f(x) = 3^x$, dengan $x \in \mathbb{R}$ dan $f^{-1}(x)$ adalah fungsi invers dari $f(x)$
- Tentukan rumus fungsi invers dari $f(x)$
 - Gambar grafik fungsi $f(x)$ dan grafik fungsi inversnya dalam suatu diagram

Gambar 1.4 Soal 2 pada Studi Pendahuluan

Gambar 1.4 merupakan gambaran soal fungsi yang dikaitkan dengan konsep eksponensial dan logaritma beserta konsep gambar grafik fungsi eksponensial dan logaritma. Untuk dapat menggambar grafik fungsi eksponensial dan logaritma, siswa pun perlu memahami bagaimana cara menggambar grafik fungsi. Berdasarkan studi pendahuluan yang dilakukan, hanya satu dari delapan orang siswa yang dapat menentukan invers dari fungsi eksponensial, itu pun tanpa menggambar grafik fungsi eksponensial serta grafik fungsi invers eksponensial. Berdasarkan wawancara yang dilakukan pada siswa yang menentukan invers dari fungsi eksponensial, siswa tersebut mengaku tidak mengerti bagaimana cara menggambar grafik. Hal ini menunjukkan bahwa siswa tidak menguasai konsep menggambar grafik fungsi sehingga menyebabkan siswa terkendala dalam membuat grafik logaritma dan eksponen. Selain itu, peneliti pun mewawancarai beberapa siswa yang lain. Jawaban dari beberapa siswa menunjukkan bahwa mereka tidak memahami konsep eksponensial dan logaritma sehingga menyebabkan tidak mampu untuk menyelesaikan Soal 2. Berdasarkan jawaban yang diberikan pada soal-soal dan wawancara yang diberikan, peneliti menduga bahwa siswa tidak memahami konsep eksponensial dan logaritma serta konsep menggambar grafik sehingga berdampak siswa tidak mampu menyelesaikan soal konsep fungsi invers. Nurfalah (2020) menyatakan bahwa kebingungan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika disebabkan karena tidak mengetahui dan tidak memahami konsep yang akan digunakan. Ketidaksiapan ini mengakibatkan adanya *learning obstacle* yang disebabkan oleh kesenjangan tingkat berpikir siswa dengan kurikulum yang seharusnya.

Studi pendahuluan yang dilakukan oleh peneliti menunjukkan bahwa banyak siswa mengalami *learning obstacle*. *Learning obstacle* yang terjadi disebabkan oleh adanya kesenjangan alur dan pendekatan pembelajaran dengan kemampuan siswa, serta materi prasyarat yang belum dikuasai oleh siswa sehingga siswa kesulitan untuk menyelesaikan soal yang berkaitan dengan materi lain.

Ketika mempelajari materi fungsi invers, tidak sedikit siswa yang mengalami *learning obstacle*. Brousseau (2002) mengategorikan *learning obstacle* berdasarkan penyebabnya menjadi tiga jenis yaitu *ontogenic obstacle* (hambatan yang berkaitan dengan kurangnya kesiapan mental dalam proses pembelajaran), *didactical obstacle* (hambatan yang berkaitan dengan pendekatan yang digunakan oleh guru dalam pembelajaran atau buku sumber yang digunakan oleh siswa), dan *epistemological obstacle* (hambatan yang berkaitan dengan keterbatasan konteks yang didapat oleh siswa terhadap suatu konsep).

Learning obstacle yang dialami oleh siswa yang teridentifikasi pada studi pendahuluan terdiri atas *didactical obstacle* yaitu terdapat kesenjangan antara alur sajian materi dan pendekatan pembelajaran dengan kebutuhan kesinambungan berpikir siswa, serta *ontogenic obstacle* yaitu kesenjangan antara tingkat berpikir siswa dengan tuntutan kurikulum sehingga dapat menimbulkan hambatan ketika siswa mempelajari materi yang lebih tinggi.

Dengan mempertimbangkan berbagai *learning obstacles* yang dialami siswa, maka diperlukan penyelesaian untuk meminimalkan munculnya *learning obstacle* dalam pembelajaran matematika di kelas. Agar dapat meminimalkan *learning obstacle*, peran guru sangat penting dalam menciptakan situasi pembelajaran yang efektif dan efisien. Hal ini dimaksudkan agar terbentuk situasi yang mentoleransi adanya kesalahan dan kesalahpahaman dalam pembelajaran di kelas (Olivier, 2012). Kesalahan dan kesalahpahaman dapat ditoleransi jika siswa, guru, dan materi berinteraksi dengan baik dan aktif. Situasi didaktis (*didactical situation*) adalah situasi yang berisikan interaksi aktif antara guru dengan siswa di dalam pembelajaran suatu konsep (Brousseau, 2002; Dunphy & Dunphy, 2003; Laborde & Perrin-Glorian, 2005). Ketika situasi didaktis diterapkan pada pembelajaran di kelas, tidak jarang kompleksitas terjadi karena kesulitan dalam proses belajar dan mengajar. Untuk mengatasi kompleksitas yang terjadi pada situasi didaktis, pemahaman guru mengenai situasi didaktis harus ditingkatkan. Situasi didaktis memuat empat proses yaitu proses aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi serta kompleksitas yaitu *Topaze Effect*, *Jourdain Effect*, *the metacognitive shift*, *the improper use of analogy* dan *Aging of Teaching Situations* (Brousseau, 2002).

Perspektif teori yang mendukung situasi didaktis adalah *Theory of Didactical Situation* (TDS). TDS dapat membantu guru untuk mengendalikan pembelajaran berdasarkan desain yang telah dirancang oleh guru sendiri sehingga pola berpikir dan aktivitas siswa telah tersusun secara bertahap dan detail. *TDS* juga dapat membantu guru mengetahui alasan yang spesifik dan rambu-rambu untuk menganalisis *prior knowledge* yang dimiliki oleh siswa sebelum pembelajaran dan setelah proses pembelajaran serta *learning obstacle* dalam belajar matematika (Labayle, 2018).

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul “Situasi Didaktis dan *Learning Obstacle* pada Pembelajaran Fungsi Invers di Sekolah Menengah Atas (SMA)”.

B. Rumusan Masalah Penelitian

Analisis situasi didaktis dilakukan berdasarkan perspektif TDS dan teori lainnya yang relevan untuk mengoptimalkan kebermaknaan pembelajaran bagi siswa. Rumusan masalah penelitian ini menyingkap serta meninjau tiga hal, yaitu:

1. Bagaimanakah desain pembelajaran fungsi invers dirancang oleh guru ditinjau dari perspektif TDS?
2. *Learning obstacle* apa sajakah yang dialami oleh siswa selama proses pembelajaran fungsi invers?
3. Bagaimanakah desain pembelajaran yang diusulkan mengenai konsep Fungsi Invers berdasarkan analisis yang dilakukan?

C. Tujuan Penelitian

Selaras dengan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah

1. Untuk memperoleh gambaran situasi didaktis dan *learning obstacle* pada proses pembelajaran fungsi invers sebagai dasar dalam merancang desain pembelajaran.
2. Untuk merancang desain pembelajaran rekomendasi berlandaskan situasi didaktis dan *learning obstacle* yang dialami oleh siswa selama proses pembelajaran fungsi invers.

D. Manfaat Penelitian

Penulis berharap penelitian ini dapat memberikan manfaat secara teoritis maupun secara praktis bagi guru, siswa, penulis, dan bagi peneliti lain yang akan melakukan penelusuran lebih dalam mengenai situasi didaktis dan *learning obstacle* siswa pada pembelajaran fungsi invers. Adapun manfaat yang dimaksud adalah sebagai berikut.

1. Manfaat Teoritis

Penelitian ini diharapkan dapat menambahkan gambaran mengenai situasi didaktis yang terjadi pada proses pembelajaran, hambatan belajar yang dialami siswa, serta desain didaktis yang dapat meminimalkan hambatan belajar yang dialami oleh siswa.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Siswa

Siswa dapat lebih memahami konsep fungsi invers dalam pembelajaran matematika melalui pengalaman pembelajaran baru yang sesuai dengan perspektif teori situasi didaktis.

b. Bagi Guru

Penelitian ini dapat menjadi pengetahuan mengenai situasi didaktis pembelajaran fungsi invers dan menjadikan salah satu sumber dalam menyusun desain pembelajaran.

c. Bagi Pembaca

Penelitian ini dapat menjadi pengetahuan mengenai situasi didaktis pembelajaran fungsi invers sebagai referensi dan rekomendasi untuk penelitian lebih lanjut.