

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Penelitian

Fungsi bernilai real dikatakan konveks jika segmen garis di antara sebarang dua titik pada kurva fungsi berada di atas kurva fungsi tersebut. Hal ini ekuivalen dengan menyebutkan bahwa suatu fungsi disebut konveks jika epigraf (himpunan titik pada atau di atas kurva) merupakan himpunan konveks. Secara formal untuk $I \subseteq \mathbb{R}$ yang merupakan interval sebuah fungsi $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ disebut konveks pada I jika untuk setiap $x_1, x_2 \in I$ dan $t \in [0,1]$ memenuhi

$$f(tx_1 + (1-t)x_2) \leq tf(x_1) + (1-t)f(x_2).$$

Fungsi konveks memiliki beberapa sifat-sifat istimewa yang berkaitan dengan gradien garis yang dibentuk oleh dua titik pada kurva fungsi, kekontinuan, turunan, dan keterbatasan pada interval kompak. Beberapa sifat fungsi konveks juga dapat digunakan untuk mengkonstruksi atau mengembangkan beberapa pertidaksamaan seperti pertidaksamaan Jensen, *generalized mean inequality*, pertidaksamaan Young, dan pertidaksamaan Hermite-Hadamard.

Pertidaksamaan Hermite-Hadamard pertama kali dikemukakan oleh Charles Hermite pada tahun 1881 dan Jacques Hadamard. Penelitian Azpeitia pada tahun 1994 membahas fungsi konveks dan pertidaksamaan Hermite-Hadamard dapat diartikan bahwa nilai rata-rata integral suatu fungsi konveks pada suatu interval kompak akan terbatas di bawah oleh $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ dan di atas oleh $\frac{f(a)+f(b)}{2}$. Secara formal Teorema pertidaksamaan Hermite-Hadamard dinyatakan sebagai berikut, untuk fungsi f konveks pada $[a, b]$, maka berlaku

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx \leq \frac{f(a)+f(b)}{2}.$$

Syarat f konveks dapat diganti menjadi f kontinu dengan penambahan syarat yang melibatkan fungsi Steklov ($S_h(f, x)$) maupun fungsi Iterasi Steklov ($S_h^n(f, x)$) (Dragomir, 2003).

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk melakukan kajian tentang sifat-sifat fungsi konveks sebagai dasar untuk melakukan kajian mengenai

hubungan fungsi konveks pada pertidaksamaan Hermite-Hadamard dan hubungan kebalikannya, serta mengkaji ekstensi dari pertidaksamaan Hermite-Hadamard.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka penulis merumuskan permasalahannya sebagai berikut :

1. Bagaimana sifat-sifat fungsi konveks?
2. Bagaimana hubungan fungsi konveks pada pertidaksamaan Hermite-Hadamard dan kebalikannya?
3. Bagaimana ekstensi dari pertidaksamaan Hermite-Hadamard?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini sebagai berikut.

1. Mengetahui sifat-sifat dari fungsi konveks.
2. Mengetahui hubungan fungsi konveks pada pertidaksamaan Hermite-Hadamard, dan hubungan kebalikannya.
3. Mengetahui ekstensi pertidaksamaan Hermite-Hadamard.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat kepada pembaca dan terkhusus lagi untuk penulis agar dapat menambah wawasan khususnya di bidang analisis fungsional, tentang fungsi konveks dan pertidaksamaan Hermite-Hadamard. Penulis juga berharap penelitian ini dapat digunakan untuk penelitian yang lebih lanjut.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri lima bab utama, yaitu Bab I Pendahuluan, Bab II Kajian Pustaka, Bab III Metodologi Penelitian, Bab IV Pembahasan, dan Bab V Kesimpulan dan saran.

Pada Bab I Pendahuluan berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Pada Bab II Kajian Pustaka berisi tentang teori-teori yang jadi landasan pada Bab IV.

Pada Bab III Metodologi Penelitian berisi tentang alur penelitian yang digunakan penulis. Mulai dari mencari topik yang menurut penulis menarik untuk

dipelajari lebih lanjut, mempelajari beberapa konsep pendukung, kemudian menemukan beberapa temuan, dan sampai penyelesaian penelitian.

Pada Bab IV Pembahasan berisi tentang hasil temuan sesuai dengan rumusan masalah.

Pada Bab V Kesimpulan dan Saran berisi tentang kesimpulan dari rumusan masalah yang telah ditentukan serta saran dari penulis tentang penelitian lanjutan.