

**KAITAN ALJABAR LINTASAN COHN DENGAN ALJABAR- C^*
MELALUI ALJABAR LINTASAN LEAVITT**

SKRIPSI

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh
Gelar Sarjana Matematika



Oleh :
Nugroho Dwi Widodo
1703064

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2021**

**KAITAN ALJABAR LINTASAN COHN DENGAN ALJABAR- C^*
MELALUI ALJABAR LINTASAN LEAVITT**

Oleh

Nugroho Dwi Widodo

Sebuah skripsi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada
Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

©Nugroho Dwi Widodo 2021

Universitas Pendidikan Indonesia

Agustus 2021

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian, dengan dicetak
ulang, difotokopi atau cara lainnya tanpa izin dari penulis

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Kaitan Aljabar Lintasan Cohn dengan Aljabar- C^* Melalui Aljabar Lintasan Leavitt” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika ilmu yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko/sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bogor, 2021

Yang membuat pernyataan,



Nugroho Dwi Widodo

HALAMAN PENGESAHAN

NUGROHO DWI WIDODO

KAITAN ALJABAR LINTASAN COHN DENGAN ALJABAR- C^* MELALUI
ALJABAR LINTASAN LEAVITT

disetujui dan disahkan oleh pembimbing:

Pembimbing I,


Prof. Dr. Rizky Rosjanuardi, M.Si.

NIP. 196901191993031001

Pembimbing II,


Dr. Sumanang Muhtar Gozali, M.Si.

NIP. 197411242005011001

Mengetahui:

Ketua Departemen Pendidikan Matematika,


Dr. H. Dadang Djuandi, M.Si.

NIP. 19640117199202101

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi yang berjudul “Kaitan Aljabar Lintasan Cohn dengan Aljabar- C^* Melalui Aljabar Lintasan Leavitt” dapat diselesaikan dengan tepat waktu, yang mana skripsi ini disusun dan diajukan oleh penulis sebagai salah satu syarat mendapatkan gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA UPI.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan mengenai penelitian dengan materi yang dibahas pada skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, dengan senang hati penulis menerima kritik dan juga saran yang membangun dari para pembaca agar skripsi ini bisa dilakukan perbaikan di kemudian hari. Penulis juga berharap dengan adanya segala penelitian dan hasil pembahasan pada skripsi ini bisa menjadi bahan bacaan yang bermanfaat serta bahan acuan untuk pengembangan pada penelitian terkait materi aljabar graf ini, terutama mengenai topik aljabar- C^* , aljabar lintasan Leavitt dan aljabar lintasan Cohn bagi pembaca dan juga mahasiswa lainnya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Bogor, Agustus 2021

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Tidak dapat dipungkiri bahwa banyak rintangan dan kendala dalam pengerjaan skripsi ini sehingga butuh usaha yang keras dan juga kesabaran terutama penulisan dikerjakan dalam masa pandemi Covid-19. Oleh karena itu, penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa orang-orang tercinta yang berada di sekeliling saya yang senantiasa selalu membantu dan mendukung. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Pramono dan Ibu Euis Ratnanengsih, saudari penulis yaitu Ninu Tresna Dewi, serta semua anggota keluarga yang senantiasa memberikan dukungan dan doanya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan tepat waktu.
2. Bapak Prof. Dr. Rizky Rosjanuardi, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dalam penyusunan skripsi ini, dan selaku dosen yang telah mengajarkan penulis dengan baik dan sabar mengenai berbagai topik aljabar yang ada di dalam skripsi ini.
3. Bapak Dr. Sumanang Muhtar Gozali, M.Si selaku Dosen Pembimbing II dalam penyusunan skripsi ini dan selaku dosen yang telah mengajarkan dengan baik dan sabar selama perkuliahan aljabar.
4. Rekan satu kelas penulis selama empat tahun, yaitu Shely Mutiara Maghfira yang telah berjuang bersama dalam suka maupun duka selama perkuliahan maupun non-perkuliahan yang penuh dengan tantangan dan juga kerja keras.
5. Rekan penulis yang selalu menemani belajar selama masa perkuliahan dan selalu memberikan semangat supaya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu, Agnia Zelvi Prastina, Amalya Fatonah, dan Shifa Dini Maulidah.
6. Rekan penulis yang selalu memberikan dukungan secara moril dan juga senantiasa memberikan do'a sehingga penulis dapat mengikuti seluruh perkuliahan dengan penuh semangat dan motivasi selama penulis menjadi mahasiswa, Maghfira Kirani Delvara.

7. Kepada seluruh pihak lainnya yang tidak dapat diucapkan namanya satu persatu dalam perkuliahan maupun dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga segala kebaikan dan pertolongan dari semuanya yang telah diberikan mendapatkan berkah dari Allah SWT, dan menjadi sebuah kebaikan untuk Bersama.

Penulis

Nugroho Dwi Widodo

ABSTRAK

Untuk sembarang graf berarah E dan lapangan K kita dapat membuat sebuah aljabar lintasan Leavitt yang berasal dari aljabar lintasan Cohn yaitu $C_K(E)$. Dari hasil investigasi Abrams, Pere Ara, dan Molina, dapat ditentukan suatu graf berarah F sedemikian sehingga aljabar lintasan Cohn isomorfik terhadap suatu aljabar lintasan Leavitt yaitu $C_K(E) \cong L_K(F)$. Ketika lapangan $K = \mathbb{C}$, kita punya berdasarkan pembahasan oleh Tomforde, bahwa $L_{\mathbb{C}}(F)$ isomorfik dengan subaljabar- $*$ padat $C^*(F)$ secara khusus $L_{\mathbb{C}}(F) \cong C^*(F)$. Dari kedua kaitan tersebut, bagaimanakah hubungan antara aljabar lintasan Cohn dan aljabar- C^* ?. Melalui masing-masing kaitan antara aljabar lintasan Cohn dan aljabar- C^* dengan aljabar lintasan Leavitt, diperoleh $C_{\mathbb{C}}(E) \cong C^*(F)$, sehingga aljabar lintasan Cohn dapat dipandang sebagai aljabar graf dari $C^*(F)$, yaitu aljabar- C^* untuk suatu graf berarah F dengan graf F yang merupakan graf yang dibentuk dari graf berarah E dengan menambahkan sisi dan simpul berdasarkan ketentuan tertentu.

Kata Kunci : Aljabar graf, aljabar- C^* , aljabar lintasan Leavitt, aljabar lintasan Cohn

ABSTRACT

For any directed graph E and any field K we can produce Leavitt path algebra from Cohn path algebra $C_K(E)$. The result of investigation by Abrams, Pere Ara, dan Molina, we could choose a directed graph F such that Cohn path algebra and Leavitt path algebra are isomorphic which is $C_K(E) \cong L_K(F)$. As field $K = \mathbb{C}$, according Tomforde's discussion, that Leavitt path algebra is isomorphic to a dense $*$ -subalgebra, in particular $L_{\mathbb{C}}(F) \cong C^*(F)$. Based on both connection, is there any connection between Cohn path algebra and C^* -algebra?. Through each connection between Cohn path algebra and C^* -algebra with Leavitt path algebra, we obtained $C_{\mathbb{C}}(E) \cong C^*(F)$, so that Cohn path algebra could be viewed as graph algebra from $C^*(F)$, which is C^* -algebra for a directed graph F , with graph F was graph made from directed graph E by adding some edges and vertex based on certain conditions.

Keywords : Graf algebra, C^* -algebra, Leavitt path algebra, Cohn path algebra

DAFTAR ISI

LEMBAR PERNYATAAN	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR	iii
UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK	vi
<i>ABSTRACT</i>	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR	x

I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan.....	2
1.3 Rumusan Masalah	2
1.4 Manfaat.....	2
1.5 Sistematika Penulisan.....	3

II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf Berarah	4
2.2 Semigrup, Monoid, Grup dan Ring.....	8
2.3 Ruang Banach.....	10
2.4 Ruang Hilbert dan Operator Linear Terbatas	13
2.5 Aljabar- C^*	16
2.6 Relasi Cuntz-Krieger	19
2.7 Aljabar Lintasan Leavitt.....	21
2.8 Aljabar Lintasan Cohn.....	26

III METODE PENELITIAN	29
IV PEMBAHASAN	
4.1 Kaitan Aljabar Lintasan Cohn dengan Aljabar Lintasan Leavitt	30
4.2 Kaitan Aljabar Lintasan Leavitt dengan aljabar- C^*	31
4.3 Kaitan Aljabar Lintasan Cohn dengan aljabar- C^*	33
V SIMPULAN DAN SARAN	36
5.1 Kesimpulan.....	36
5.2 Saran.....	36
DAFTAR PUSTAKA	37

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Graf berarah $E(1)$	5
Gambar 2. 2 Graf berarah \hat{E}	5
Gambar 2. 3 Graf berarah A_n	5
Gambar 2. 4 Graf berarah \widehat{A}_n	6
Gambar 2. 5 Graf berarah $E(2)$	7
Gambar 2. 6 Graf berarah $E(3)$	7
Gambar 2. 7 Proyeksi P dan Q	16
Gambar 2. 8 Graf berarah $E(4)$	20
Gambar 2. 9 Graf berarah $E(5)$	21
Gambar 2. 10 Graf berarah R_n	22
Gambar 2. 11 Graf berarah R_1	23
Gambar 2. 12 Graf berarah A_n	23
Gambar 2. 13 Graf berarah A_n	24
Gambar 2. 14 Graf berarah A_3	27
Gambar 2. 15 Graf berarah $F(A_3)$	28
Gambar 2. 16 Graf berarah $E(6)$	28
Gambar 2. 17 Graf berarah $F(E)$	28
Gambar 4. 1 Diagram komutatif aljabar- C^* dan aljabar lintasan Cohn	34

DAFTAR PUSTAKA

- Abrams, G. (2015). Leavitt path algebras: the first decade . *Bulletin of Mathematical Sciences*, 59-120.
- Abrams, G., & Pino, G. A. (2005). The Leavitt path algebra of a graph. *Journal of Algebra*, 319-344.
- Abrams, G., & Tomforde, M. (2011). Isomorphisme and Morita equivalence of graph algebras. *Transaction of the American Mathematical Society*, 3733-3767.
- Abrams, G., Ara, P., & Molina, M. S. (2017). Leavitt path algebras.
- Ara, P., & Espino, E. P. (2008). Stable rank of Leavitt path algebras. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 2357-2386.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. (2010). *Introduction to Real Analysis*. Illinois: John, Willey & Sons.
- Batkunde, H., & Persulesy, E. R. (2012). Aljabar-C* dan sifatnya. *Barekeng*, 19-22.
- Gelfreich, V. (2010). *Functional Analysis I*.
- Hungerford, T. (1980). *Graduate Text in Mathematics(Algebra)*. Cleveland: Springer.
- Insel, A., Friedberg, S., & Spence, L. (2003). *Linear Algebra Fourth Edition*. Pearson Education.
- Kaniuth, E. (2009). *Graduate Text in Mathematics (A course in Commutative banach Algebra)*. Springer.
- Kreyszig, E. (1978). *Introductory functional analysis with applications*. John, Wiley & Sons.
- Kumjian, A., Pask, D., & Raeburn, I. (1998). Cuntz-Krieger algebras of directed graphs. *Pacific journal of Mathematics*, 161-174.

- Leavitt, W. (1962). The module of a ring. *Transactions of The American Mathematical Society*, 113-130.
- Leavitt, W. (1965). The module of homomorphic images. *Duke Mathematics*, 305-311.
- MacCluer, B. (2009). *Graduate Text in Mathematics (Elementary Functional Analysis)*. Springer.
- Murphy, G. (1990). *C*-algebra and Operator Theory*. Academic Press.
- Raeburn, I. (2005). Graph algebras. *CMBS. Reg. Conf. Series in Mathematics*. American Mathematical Society.
- Tomforde, M. (2007). Uniqueness theorems and ideal structure for Leavitt path algebras. *Journal of Algebra*, 270-299.