

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Grup terurut secara siklis pertama kali dikenalkan oleh Rieger dalam artikelnya [15]. Selain itu, terdapat peneliti yang membahas grup terurut secara linier yaitu Iwasawa tahun 1947 [11]. Swierszkowski juga membahas grup terurut siklis pada tahun 1959 [20] juga beberapa peneliti terkait dalam pengembangan teori ini misal [12], [14], [13]. Akhir-akhir ini topik grup terurut secara siklis mulai banyak diteliti kembali misalnya oleh Rosjanuardi dalam [17], [16], bersama Gozali dan Yusnitha juga dalam artikel-artikelnya [19], [8], [18], dan [7] yang dirilis pada kisaran tahun 2017-2021.

Urutan siklis  $R$  atas grup  $(G, +)$  adalah relasi terner atas  $G$  yang memenuhi beberapa kondisi. Grup terurut secara siklis adalah sebuah grup yang dilengkapi urutan siklis. Diberikan grup  $(G, +)$  dan urutan siklis  $R$  atas  $G$  yang cocok dengan operasi atas  $G$ , pasangan  $(G, +, R)$  disebut grup terurut secara siklis (grup terurut secara siklis).

Diberikan grup terurut secara linier  $(G, +, <)$ . Dari urutan ini dapat diinduksi suatu urutan siklis  $R$  sedemikian sehingga  $(G, +, R)$  adalah grup terurut secara siklis. Jadi pada dasarnya, setiap grup terurut linier adalah grup terurut secara siklis, tetapi tidak berlaku sebaliknya. Secara umum, suatu grup terurut secara siklis  $(G, +, R)$  dapat dikatakan terurut linier jika setiap subgrup tak nol dari  $G$  adalah tak hingga dan untuk setiap bilangan positif  $n$ , relasi  $R(-g, 0, g)$  berarti  $R(-g, 0, ng)$  [12, Lemma 3.3].

Setiap subgrup dari grup terurut secara siklis memiliki urutan siklis yang sesuai dengan urutan siklis pada grup induknya, sehingga subgrup tersebut juga subgrup terurut secara siklis. Begitupun berlaku pada grup terurut linier. Dalam [17] dikonstruksi contoh bagaimana suatu grup terurut secara siklis tak linier dapat memiliki subgrup yang justru siklis sekaligus linier. Misal  $(L, +, R_1)$  grup terurut secara linier dan  $(C, +, R_2)$  grup terurut secara siklis. Didefinisikan suatu grup terurut secara siklis  $(G, +, R)$  yang merupakan dekomposisi dari *external direct*

*product* dari grup terurut secara siklis  $(C, +, R_2)$  dan grup terurut linier  $(L, +, R_1)$ ; yaitu  $G = L \oplus C$  yang tak linier. Definisi relasi terner  $R$  di  $G$  seperti pada [3] yaitu misal  $g_i \in G, g_i = (l_i, c_i), l_i \in L, c_i \in C, (i = 1, 2, 3)$

$$R(g_1, g_2, g_3) \Leftrightarrow R_1(l_1, l_2, l_3) \text{ atau } l_1 = l_2 = l_3 \text{ dan } R_2(c_1, c_2, c_3).$$

Dalam [17] dengan definisi relasi terner tersebut, disimpulkan bahwa bisa terdapat subgrup  $H$  yang linier dari suatu grup terurut secara siklis tak linier  $G = L \oplus C$ , di mana  $L$  grup terurut linier dan  $C$  grup terurut secara siklis. Dari uraian contoh ini, muncul pemikiran mungkin saja subgrup  $H$  yang linier tersebut dapat terbentuk karena adanya grup yang terurut secara linier dalam *external direct product* di  $G$ . Muncul pertanyaan misalkan grup  $G$  merupakan *external direct product* dari dua grup yang keduanya terurut secara siklis dan tak linier, yaitu misal  $C_1$  dan  $C_2$  keduanya grup terurut secara siklis tetapi tak linier, perhatikan grup  $G$  yang merupakan *external direct product* dari keduanya,  $G = C_1 \times C_2$  adalah grup terurut secara siklis yang tak linier. Apakah terdapat subgrup  $H$  dari  $G$  yang juga terurut secara linier? Selanjutnya akan didiskusikan suatu kondisi dan contoh yang mengantarkan pada jawaban dari pertanyaan tersebut.

## 1.2 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh kondisi dan mengkonstruksi contoh dari  $G$  dan  $H$ , di mana  $H$  adalah suatu subgrup dari grup terurut secara siklis  $G = C_1 \times C_2$  yang tak linier, agar  $H$  linier.

## 1.3 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari skripsi ini yaitu:

Misalkan  $G = C_1 \times C_2$  adalah grup terurut secara siklis yang tak linier, di mana  $C_1$  dan  $C_2$  keduanya grup terurut secara siklis yang juga tak linier. Apakah terdapat subgrup  $H$  dari  $G$  yang terurut secara linier?

## 1.4 Manfaat

Adapun manfaat dari penelitian ini bagi pembaca diharapkan menambah wawasan baru mengenai topik yang dibahas dalam skripsi ini yaitu mengenai grup terurut secara siklis tak linier dan subgrupnya yang linier, juga dapat memberikan

inspirasi mengenai topik apa yang selanjutnya akan dibahas untuk melanjutkan penelitian dalam skripsi ini.

### **1.5 Sistematika Penulisan**

Dalam skripsi ini terdapat lima bab, yaitu bab pertama yang berisi latar belakang penelitian, rumusan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan. Pada latar belakang, penulis menjelaskan mengapa memilih topik/masalah tentang subgrup terurut linier dari grup terurut secara siklis yang tak linier yang kemudian dirumuskan menjadi rumusan masalah dan mempunyai tujuan untuk menjawab rumusan masalah tersebut.

Bab dua berisi kajian pustaka yang mendukung untuk membahas rumusan masalah yang telah ditentukan. Dalam kajian pustaka ini, penulis melakukan studi literatur dari beberapa buku maupun jurnal. Lalu pada bab ketiga, penulis menjelaskan metode penelitian apa yang digunakan untuk melengkapi kajian pustaka maupun untuk melengkapi pembahasan.

Pada bab keempat, penulis membahas pokok masalah yang terdapat pada rumusan masalah dan mencoba menjawab rumusan masalah tersebut setelah sebelumnya melakukan kajian pustaka di bab dua. Kemudian pada bab lima, penulis memberikan simpulan untuk skripsi ini dan saran untuk penelitian selanjutnya.