

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia, aljabar merupakan cabang matematika yang menggunakan simbol-simbol dan huruf-huruf untuk menggambarkan atau mewakili bilangan-bilangan yang tidak diketahui, misalnya  $x, y, z$ . Sedangkan struktur aljabar adalah “suatu himpunan yang tak kosong bersama-sama dengan satu atau lebih operasi yang berlaku pada himpunan tersebut” (Wahyudin, 2000:32). Teori-teori penting dalam struktur aljabar diantaranya meliputi grup, ring dan modul. Grup merupakan suatu himpunan tak kosong dengan suatu operasi di dalamnya yang memenuhi sifat asosiatif serta memiliki elemen identitas dan invers yang bergantung pada operasi tersebut. Jika pada grup hanya berlaku satu operasi, pada ring berlaku dua operasi biner yang biasanya dinotasikan sebagai operasi penjumlahan dan perkalian. Suatu himpunan tak kosong disebut ring jika dengan operasi penjumlahan himpunan tersebut merupakan grup komutatif, memenuhi sifat tertutupan dan asosiatif pada operasi perkalian, serta memenuhi sifat distributif. Teori modul merupakan perluasan dari ruang vektor yaitu grup komutatif dengan skalar yang merupakan anggota dari suatu ring.

Pada konsep ring dipelajari konsep ideal, yang populer diantaranya yaitu ideal maksimal dan ideal prima. Adapun ideal lainnya adalah nilradikal dan Jacobson radikal. Berangkat dari konsep Jacobson radikal pada ring, diperluaslah konsep tersebut pada modul. Jacobson radikal memiliki peranan yang cukup penting pada teori ring dan modul, seperti kaitannya dengan Nakayama Lemma, ring Noetherian dan ring Artinian serta teorema Hilbert Nullstellensatz. Oleh karena itu penulis mengangkat tema skripsi yang berjudul “**Jacobson Radikal pada Ring dan Perluasannya**”.

Pada skripsi ini penulis akan mengkaji karakteristik dari Jacobson radikal pada ring serta perluasannya yaitu ring dan modul Jacobson. Pada

ring, penulis mengkaji sifat-sifat Jacobson radikal pada ring, seperti kaitannya dengan elemen unit dan elemen idempoten, serta berbagai karakteristik lainnya. Selanjutnya akan dipelajari kaitan Jacobson radikal dengan nilradikal. Lebih jauh, penulis juga mendefinisikan ring Jacobson *semisimple* dan ring Jacobson itu sendiri. Sebelum mengkaji teori modul Jacobson, perlu pemahaman mengenai konsep lokalisasi ring. Hal ini dikarenakan sifat-sifat yang akan dipelajari pada modul Jacobson berkaitan dengan teori *support* dari modul yang merupakan hasil pengembangan dari lokalisasi ring. Selain mendefinisikan modul Jacobson, penulis mengkaji kaitan antara ring Jacobson dengan modul Jacobson, serta salah satu kriteria dari modul Jacobson sendiri.

## 1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah dipaparkan, penulis merumuskan beberapa masalah, yaitu:

1. Bagaimanakah kaitan antara nilradikal dan Jacobson radikal?
2. Bagaimanakah sifat-sifat Jacobson radikal pada ring?
3. Bagaimanakah kaitan antara ring Jacobson dan modul Jacobson?

## 1.3 Pembatasan Masalah

Konsep Jacobson radikal sangatlah luas dan dapat dipelajari pada sembarang ring. Oleh karena itu penulis membatasi pembahasan skripsi ini pada ring yang komutatif dan memiliki elemen kesatuan.

## 1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Untuk mengetahui kaitan antara nilradikal dengan Jacobson radikal.
2. Untuk mengetahui sifat-sifat Jacobson radikal.
3. Untuk mengetahui kaitan antara ring Jacobson dan modul Jacobson.