

BAB III

PENERAPAN MODEL *ARC-FLOW* DAN ALGORITMA *PATTERN GENERATION* PADA PENYELESAIAN MASALAH *CUTTING STOCK* DENGAN PENGELASAN

Bab ini membahas masalah *cutting stock* dengan pengelasan, model *cutting stock* dengan pengelasan dengan pendekatan model *Arc-Flow*, dan cara kerja algoritma *Pattern Generation* dalam menyelesaikan masalah *cutting stock* dengan pengelasan.

3.1 Masalah *Cutting Stock* dengan Pengelasan

Penelitian ini membahas tentang bagaimana menyelesaikan masalah *cutting stock* dengan pengelasan. Masalah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut. Terdapat bahan baku dengan panjang L dan n jenis permintaan dengan panjang l_i , masing-masing diminta sebanyak d_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya bahan baku minimum yang digunakan untuk memenuhi semua permintaan. Pemenuhan permintaan dapat dilakukan dengan cara memotong bahan baku atau mengelas beberapa bahan baku kemudian memotongnya sesuai dengan permintaan. Adapun asumsi-asumsi yang diambil adalah sebagai berikut:

1. Terdapat hanya satu panjang bahan baku.
2. Bahan baku yang tersedia cukup untuk memenuhi permintaan.
3. Pengelasan dilakukan jika hanya jika panjang bahan baku kurang dari panjang permintaan.
4. Tidak ada biaya pengelasan, pemotongan, dan produksi bahan baku.

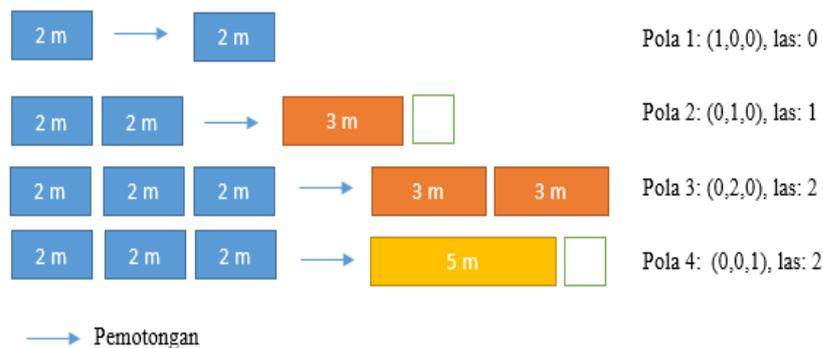
Dalam penelitian ini, masalah *cutting stock* dengan pengelasan akan diselesaikan melalui pembangunan model optimisasi untuk menentukan pola pemotongan dan pola pengelasan yang optimal agar banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk memenuhi semua permintaan adalah sedikit mungkin. Masalah *cutting stock* dengan pengelasan ini akan diselesaikan menggunakan pendekatan model *Arc-Flow* dan mengimplementasikan algoritma *Pattern Generation*

3.2 Representasi Pola Pengelasan dan Pemotongan

Dalam penelitian ini, bahan baku akan dilakukan pemotongan setelah dilakukan pengelasan. Pengelasan tersebut dilakukan karena terdapat permintaan yang panjangnya melebihi panjang bahan baku. Karena adanya sejumlah permintaan dan untuk meminimumkan biaya produksi maka perlu untuk ditentukan pola pemotongan yang optimal, yaitu pola pemotongan yang menghasilkan sisa pemotongan sedikit mungkin dan seluruh permintaan terpenuhi.

Untuk memperjelas pemahaman tentang masalah *cutting stock* dengan pengelasan diberikan contoh masalah pemotongan dan pengelasan berikut.

Contoh 1: Misalkan terdapat bahan baku berukuran 2 meter dengan permintaan 5 m , 3 m ,dan 2 m masing-masing sebanyak 30 , 15 ,dan 10. Untuk menyelesaikan permasalahan ini dapat dilakukan dengan cara berikut.



Gambar 3. 1 Contoh pengelasan dan pemotongan bahan baku berukuran 2 meter.

Pada Contoh 1, bahan baku sudah memenuhi 1 buah permintaan berukuran 2 meter. Dengan demikian tidak memerlukan pemotongan. Pola pemotongan yang lainnya adalah dua buah bahan baku yang dilas sehingga menghasilkan bahan baku baru dengan panjang 4 meter. Bahan baku ini kemudian dipotong menjadi 1 buah permintaan berukuran 3 meter. Maka pola pemotongan ini memiliki sisa 1 meter. Tiga buah bahan baku dapat dilas menjadi bahan baku yang baru berukuran 6 meter. Jika bahan baku tersebut dipotong menjadi 2 buah permintaan berukuran 3 meter, maka tidak terdapat sisa pemotongan. Selain itu, bahan baku berukuran 6 meter dapat juga dipotong menjadi 1 buah permintaan berukuran 5 meter. Pola ini akan

menghasilkan sisa sebanyak 1 meter. Pola-pola pemotongan di atas diilustrasikan pada Gambar 3.1.

Pola pemotongan bahan baku juga dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks A , di mana setiap kolom merepresentasikan sebuah pola pemotongan bahan baku. Setiap baris pada matriks A mewakili sebuah permintaan. Setiap elemen a_{ij} pada A menyatakan banyaknya permintaan i pada pola pemotongan j . Untuk mengidentifikasi apakah dalam suatu bahan baku terdapat pengelasan atau tidak, maka didefinisikan matriks W berukuran $1 \times n$, dimana n menyatakan banyaknya pola pemotongan bahan baku. Elemen w_j dari W menyatakan banyaknya pengelasan pada pemotongan j . Pada Contoh 1 di atas, empat pola pemotongannya disajikan sebagai matriks A dan W berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dan

$$W = (0 \quad 1 \quad 2 \quad 2).$$

Pada kenyataannya, terdapat banyak sekali kemungkinan pola pemotongan dan pengelasan. Pada penelitian ini pola pemotongan dan pengelasan yang optimal akan ditentukan melalui dua cara, yaitu melalui menggunakan pendekatan model *Arc-Flow* dan mengimplementasikan algoritma *Pattern Generation*.

3.3 Model Optimasi Cutting Stock dengan Pengelasan Menggunakan Pendekatan Model Arc-Flow

Bagian ini membahas tentang representasi masalah cutting stock dengan menggunakan graf berarah dan pembangunan model optimisasinya dengan menggunakan pendekatan model *Arc-Flow*.

3.3.1 Model Optimisasi Cutting Stock dengan Pengelasan dengan Menggunakan Pendekatan Model Arc-Flow.

Misal diberikan sebuah bahan baku berukuran W dan permintaan berukuran l_1, l_2, \dots, l_m . Menurut Valerio de Carvalho (1999), masalah *cutting stock* dapat dimodelkan dalam bentuk graf berarah asiklik $G = (V, A)$ dengan $V =$

$\{0,1,2, \dots, W\}$ dan $A = \{(a, b): 0 \leq a < b \leq W \text{ dan } b - a = l_d \text{ untuk setiap } d \leq m\}$. Sebuah solusi fisibel dari masalah *cutting stock* diperoleh dengan cara mencari sebuah lintasan pada graf G tersebut. Selanjutnya, busur antara $(k, k + 1), k = 1, 2, \dots, W - 1$ ditambahkan untuk merepresentasikan sisa pemotongan. Sebuah pola pemotongan diperoleh jika terdapat sebuah lintasan dari simpul 0 ke simpul W .

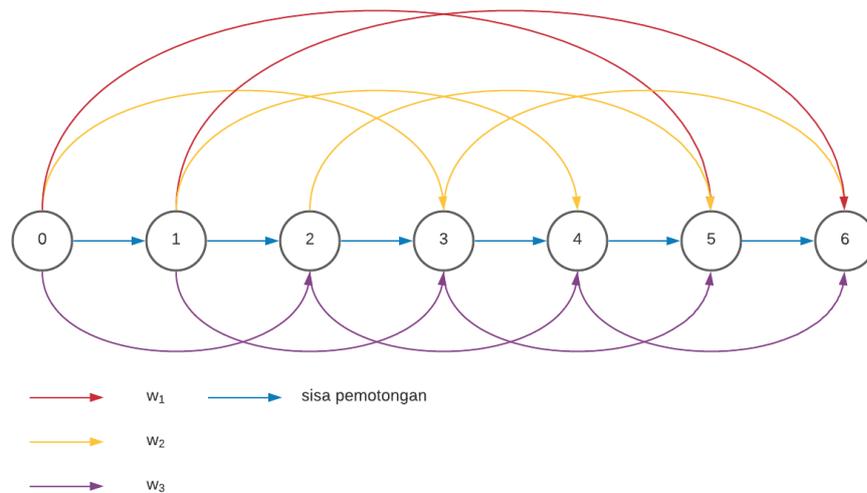
Untuk memperjelas representasi graf $G = (V, A)$ dari masalah *cutting stock* maka diberikan contoh berikut.

Contoh 2: Misal terdapat bahan baku berukuran $W = 6 m$ dan permintaan $l_1 = 5m, l_2 = 3m$, dan $l_3 = 2m$.

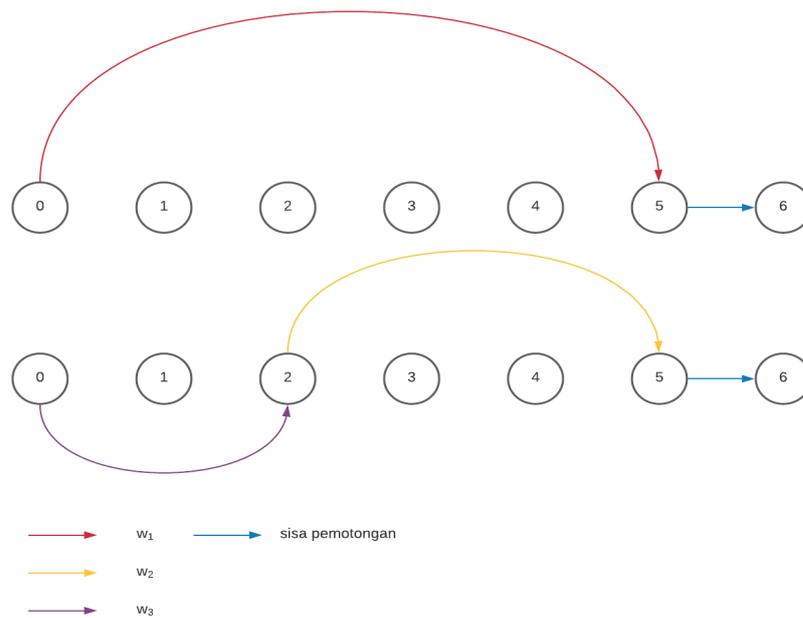
Representasi graf $G = (V, A)$ pada Contoh 2 adalah sebagai berikut. Himpunan simpul dan busur masing-masing adalah $V = 0, 1, \dots, 6$ dan $A = \{(a, b): 0 \leq a < b \leq 6 \text{ dan } b - a = l_d, d = 1, 2, 3\}$. Graf yang mewakili masalah pada Contoh 2 diilustrasikan pada Gambar 3.2. Busur yang mewakili permintaan 5 m adalah busur berwarna merah. Pada graf G , ada dua busur yang merepresentasikan pola pemotongan ini, yaitu busur dari simpul 0 ke simpul 5 dan simpul 1 ke simpul 6. Busur yang mewakili permintaan 3 m adalah busur berwarna kuning. Dengan demikian ada empat busur yang dapat mewakili permintaan tersebut yaitu simpul 0 ke simpul 3, busur dari simpul 1 ke simpul 4, busur dari simpul 2 ke simpul 5, dan busur dari simpul 3 ke simpul 6. Untuk permintaan berukuran 2 m diwakili oleh busur warna ungu yaitu busur dari simpul 0 ke simpul 2, busur dari simpul 1 ke simpul 3, busur dari simpul 2 ke simpul 4, busur dari simpul 3 ke simpul 5, dan busur dari simpul 4 ke simpul 6. Sebagai busur tambahan adalah busur yang menghubungkan simpul 0 ke simpul 1, simpul 1 ke simpul 2, simpul 2 ke simpul 3, simpul 3 ke simpul 4, simpul 4 ke simpul 5, dan simpul 5 ke simpul 6. Busur tambahan yang mewakili sisa pemotongan digambarkan sebagai busur satuan yang menghubungkan simpul i ke $i+1, i = 0, \dots, 5$.

Sebuah pola pemotongan yang mungkin diwakili oleh sebuah lintasan dari simpul 0 ke simpul 6. Sebagai contoh adalah lintasan 0,5,6. Lintasan ini mewakili sebuah pola pemotongan dengan panjang 5 m sebanyak 1 buah dan sisa

pemotongan sepanjang 1 m. Lintasan lainnya adalah lintasan 0,2,5,6. Lintasan ini mewakili sebuah pola pemotongan sebanyak 1 buah permintaan dengan panjang 2 m, 1 buah permintaan dengan panjang 3 m, dan sisa pemotongan sepanjang 1 m. Karena terdapat banyak kemungkinan lintasan dari simpul 0 ke simpul 6 maka perlu ditentukan lintasan yang optimal, yaitu lintasan yang akan memberikan pola pemotongan dengan sisa pemotongan seminimal mungkin. Pola pemotongan ini digambarkan sebagai lintasan pada Gambar 3.3.



Gambar 3. 2 Representasi graf berarah dari pola pemotongan pada Contoh 2.



Gambar 3. 3 Contoh lintasan yang mewakili pola pemotongan yang mungkin dari masalah pada Contoh 2.

Berdasarkan sifat dekomposisi aliran oleh Ahuja et al (1993), aliran non-negatif dapat direpresentasikan sebagai lintasan dan *cycle*. Karena G adalah graf asiklik, maka suatu aliran dapat didekomposisi dalam lintasan-lintasan berarah yang menghubungkan simpul 0 ke simpul W . Dengan demikian masalah *cutting stock* dapat dirumuskan sebagai masalah untuk menentukan aliran minimum antara simpul 0 dan simpul W , dengan kendala tambahan yang menjamin bahwa total aliran pada busur yang mewakili setiap permintaan harus lebih besar atau sama dengan banyaknya permintaan. Model ini dikenal dengan sebutan model *Arc-Flow*.

Didefinisikan x_{ab} yang menyatakan aliran pada busur (a, b) . Aliran ini mewakili banyaknya permintaan dengan panjang $b - a$ yang pemotongannya dimulai dari jarak a unit pada bahan baku yang ada. Didefinisikan pula variabel z yang menyatakan total aliran pada G . Karena akan dicari aliran minimum antara simpul 0 dan simpul W , maka fungsi tujuan dari model *Arc-Flow* dapat dirumuskan sebagai:

Meminimumkan: z .

z dapat dipandang sebagai aliran balik dari simpul W ke simpul 0 (x_{W0}). Dengan demikian solusi diwakili oleh aliran yang terdiri dari lintasan yang menghubungkan simpul 0 ke simpul W dan busur x_{W0} .

Pada masalah aliran minimum, total aliran masuk pada setiap simpul harus sama dengan total aliran keluar dari simpul tersebut, kecuali simpul awal dan simpul akhir. Sifat ini dapat dirumuskan sebagai kendala berikut:

$$\sum_{(a,b) \in A} x_{ab} - \sum_{(b,c) \in A} x_{bc} = 0, b = 1, \dots, W - 1.$$

Untuk simpul 0 yang merupakan simpul awal, total aliran yang keluar dari simpul 0 sama dengan x_{W0} , yaitu $-z$. Sifat ini dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\sum_{(a,b) \in A} x_{ab} - \sum_{(b,c) \in A} x_{bc} = -z, b = 0$$

Untuk simpul W yang merupakan simpul akhir berlaku bahwa total aliran yang masuk ke simpul W sama dengan total aliran dari simpul 0 ke simpul W , yaitu z . Sifat ini dapat dirumuskan dalam persamaan berikut:

$$\sum_{(a,b) \in A} x_{ab} - \sum_{(b,c) \in A} x_{bc} = z, b = W$$

Untuk menjamin agar seluruh permintaan terpenuhi, maka perlu kendala tambahan yang mengharuskan jumlah aliran pada busur dari setiap permintaan harus lebih besar atau sama dengan jumlah permintaan dari ukuran tertentu. Kendala tambahan ini diformulasikan sebagai:

$$\sum_{(c,c+W_d) \in A} x_{c,c+W_d} \geq b_d \quad d = 1, 2, \dots, m.$$

Karena aliran x_{ab} menyatakan banyaknya pemotongan permintaan dengan panjang tertentu, maka variabel x_{ab} haruslah bernilai bilangan bulat dan non-negatif. Selengkapnya model *Arc-Flow* dari masalah *cutting stock* dirumuskan sebagai model optimisasi berikut.

Meminimumkan: z (3.1)

Rifky Anugerah Pratama, 2021

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK DENGAN PENGELASAN MENGGUNAKAN MODEL ARC-FLOW DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

$$\text{Terhadap: } \sum_{(a,b) \in A} x_{ab} - \sum_{(b,c) \in A} x_{bc} = \begin{cases} -z \\ 0 \\ z \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{jika } b = 0 \\ \text{jika } b = 1, 2, \dots, W-1 \\ \text{jika } b \in W \end{array} \quad (3.2)$$

$$\sum_{(c,c+l_d) \in A} x_{c,c+l_d} \geq b_d \quad d = 1, 2, \dots, m \quad (3.3)$$

$$x_{ab} \geq 0 \text{ dan integer, } \quad \forall (a, b) \in A \quad (3.4)$$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.2, model *Arc-Flow* pada Contoh 2 mempunyai variabel keputusan $x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{05}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{16}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{56}$. Dimana masing-masing variabel mewakili sebuah busur pada Gambar 3.2. Selanjutnya kendala-kendala dari model *Arc-Flow* diturunkan berdasarkan aliran masuk dan aliran keluar di setiap simpul G dan harus memenuhi Persamaan 3.2.

$$\text{Untuk simpul 0: } -x_{01} - x_{02} - x_{03} - x_{05} = -z.$$

$$\text{Untuk simpul 1: } x_{01} - x_{12} - x_{13} - x_{14} - x_{16} = 0.$$

$$\text{Untuk simpul 2: } x_{02} + x_{12} - x_{23} - x_{24} - x_{25} = 0.$$

$$\text{Untuk simpul 3: } x_{03} + x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} - x_{36} = 0.$$

$$\text{Untuk simpul 4: } x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} = 0.$$

$$\text{Untuk simpul 5: } x_{05} + x_{25} + x_{35} + x_{45} - x_{56} = 0.$$

$$\text{Untuk simpul 6: } x_{16} + x_{36} + x_{46} + x_{56} = z.$$

Kendala selanjutnya, menjamin bahwa semua permintaan terpenuhi, dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Permintaan 1: } x_{05} + x_{16} \geq 30.$$

$$\text{Permintaan 2: } x_{03} + x_{14} + x_{25} + x_{36} \geq 15.$$

$$\text{Permintaan 3: } x_{05} + x_{16} \geq 10.$$

Selengkapnya model *Arc-Flow* dari masalah pada Contoh 2, dituliskan sebagai model optimisasi berikut

$$\text{Minimumkan} \quad z \quad (3.5)$$

$$\text{Terhadap} \quad z - x_{01} - x_{02} - x_{03} - x_{05} = 0 \quad (3.6)$$

$$x_{01} - x_{12} - x_{13} - x_{14} - x_{16} = 0 \quad (3.7)$$

$$x_{02} + x_{12} - x_{23} - x_{24} - x_{25} = 0 \quad (3.8)$$

$$x_{03} + x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} - x_{36} = 0 \quad (3.9)$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} = 0 \quad (3.10)$$

$$x_{05} + x_{25} + x_{35} + x_{45} - x_{56} = 0 \quad (3.11)$$

$$x_{16} + x_{36} + x_{46} + x_{56} - z = 0 \quad (3.12)$$

$$x_{05} + x_{16} \geq 30 \quad (3.13)$$

$$x_{03} + x_{14} + x_{25} + x_{36} \geq 15 \quad (3.14)$$

$$x_{02} + x_{13} + x_{24} + x_{35} + x_{46} \geq 10 \quad (3.15)$$

$$x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{05}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{16}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, \quad (3.16)$$

$$x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{56} \geq 0$$

$$x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{05}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{16}, x_{23}, x_{24}, x_{25},$$

$$x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{56} \cdot \text{Integer}$$

3.4 Penyelesaian Masalah Cutting Stock dengan Pengelasan Menggunakan Algoritma Pattern Generation

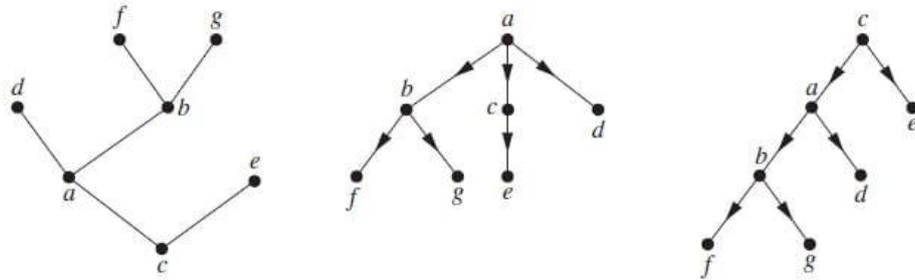
Pada bagian ini akan dibahas tentang implemementasi algoritma *Pattern Generation* untuk menyelesaikan masalah *cutting stock* dengan pengelasan. Berbeda dengan model *Arc-Flow*, implemementasi *Pattern Generation* pada masalah *cutting stock* dengan pengelasan memerlukan inputan pola pemotongan terlebih dahulu. Algoritma *Pattern Generation* pertama kali diusulkan oleh Suliman (2001) untuk menyelesaikan masalah *cutting stock* satu dimensi. Algoritma ini bekerja dengan cara membuat pohon pencarian. Pohon pencarian tersebut merupakan pohon berakar. Pohon berakar adalah pohon yang satu simpul dari pohon tersebut

Rifky Anugerah Pratama, 2021

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK DENGAN PENGELASAN MENGGUNAKAN MODEL ARC-FLOW DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

dijadikan sebagai akar dan setiap sisi mengarah keluar dari akar tersebut. Untuk memperjelas pemahaman pohon berakar, dapat dilihat pada Gambar 3.4 berikut.



Gambar 3. 4 Pohon berakar.

Pada Gambar 3.4, terdapat 3 pohon berakar. Pohon sebelah kiri merupakan pohon berarah yang menjadikan simpul c sebagai akarnya. Pohon pada bagian tengah menjadikan simpul a sebagai akarnya. Selanjutnya pohon sebelah kanan menjadikan simpul c sebagai akarnya.

Cara kerja algoritma *Pattern Generation* dapat digambarkan sebagai pohon berakar. Simpul yang berperan sebagai akar dan memiliki lintasan menuju salah satu simpul akhir meinterpretasikan sebuah pola pemotongan. Simpul awal yang berperan sebagai akar menjelaskan ukuran bahan baku dan pada setiap simpul akhir menjelaskan sisa pemotongan. Pohon berakar tersebut dapat memuat banyaknya pola pemotongan yang *feasible*.

Algoritma *Pattern Generation* membangkitkan pola pemotongan yang *feasible* diperoleh melalui sebuah pohon pencarian. Setiap level dari pohon menyatakan sebuah ukuran permintaan. Level pertama ditempati oleh permintaan ukuran terbesar. Demikian seterusnya permintaan dengan ukuran terkecil diletakan dilevel terendah dari pohon. Simpul awal merepresentasikan ukuran bahan baku. Percabangan pada level i menyatakan semua pemotongan ukuran permintaan i yang mungkin, dimana sisa pemotongannya dinyatakan sebagai simpul pada level ke i tersebut. Langkah ini diulang sampai level terakhir. Simpul pada level terakhir menyatakan sisa pemotongan dari sebuah pola pemotongan. Satu pola pemotongan

diwakili oleh sebuah lintasan dari simpul awal ke sebuah simpul pada level tertinggi.

Misalkan $l_1 > l_2 > l_3 > \dots > l_n$. Didefinisikan, sebuah matriks $[a_{ij}]$ sebagai berikut:

Untuk elemen pertama dikolom pertama:

$$a_{11} = \left\lfloor \frac{W}{l_1} \right\rfloor \quad (3.17)$$

Untuk elemen kedua dikolom pertama:

$$a_{21} = \left\lfloor \frac{W - a_{11}l_1}{l_2} \right\rfloor \quad (3.18)$$

Untuk elemen i di kolom ke j , dirumuskan:

$$a_{ij} = \left\lfloor \frac{W - \sum_{z=1}^{i-1} a_{zj}l_z}{l_i} \right\rfloor \quad (3.19)$$

Sisa dari pola pemotongan ditentukan oleh:

$$c_j = W - \sum_{i=1}^n a_{ij}l_i \quad (3.20)$$

Selengkapnya, langkah-langkah pada algoritma *Pattern Generation* diuraikan sebagai berikut :

1. Susun ukuran panjang yang diperlukan l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) dengan urutan menurun.
2. Gunakan persamaan (3.19) untuk mengisi kolom pertama ($j = 1$) dari matriks.
3. Gunakan persamaan (3.20) untuk mencari sisa pemotongan yang dihasilkan dari pola pemotongan.
4. Atur level indeks (indeks baris) $i = n - 1$.
5. Periksa matriks sekarang pada level i (dari *step* 4). Jika matriks memiliki nilai sama dengan nol ($a_{ij} = 0$), lanjut ke *step* 7. Jika tidak bangkitkan kolom baru $j = j + 1$ dengan elemen-elemen berikut :

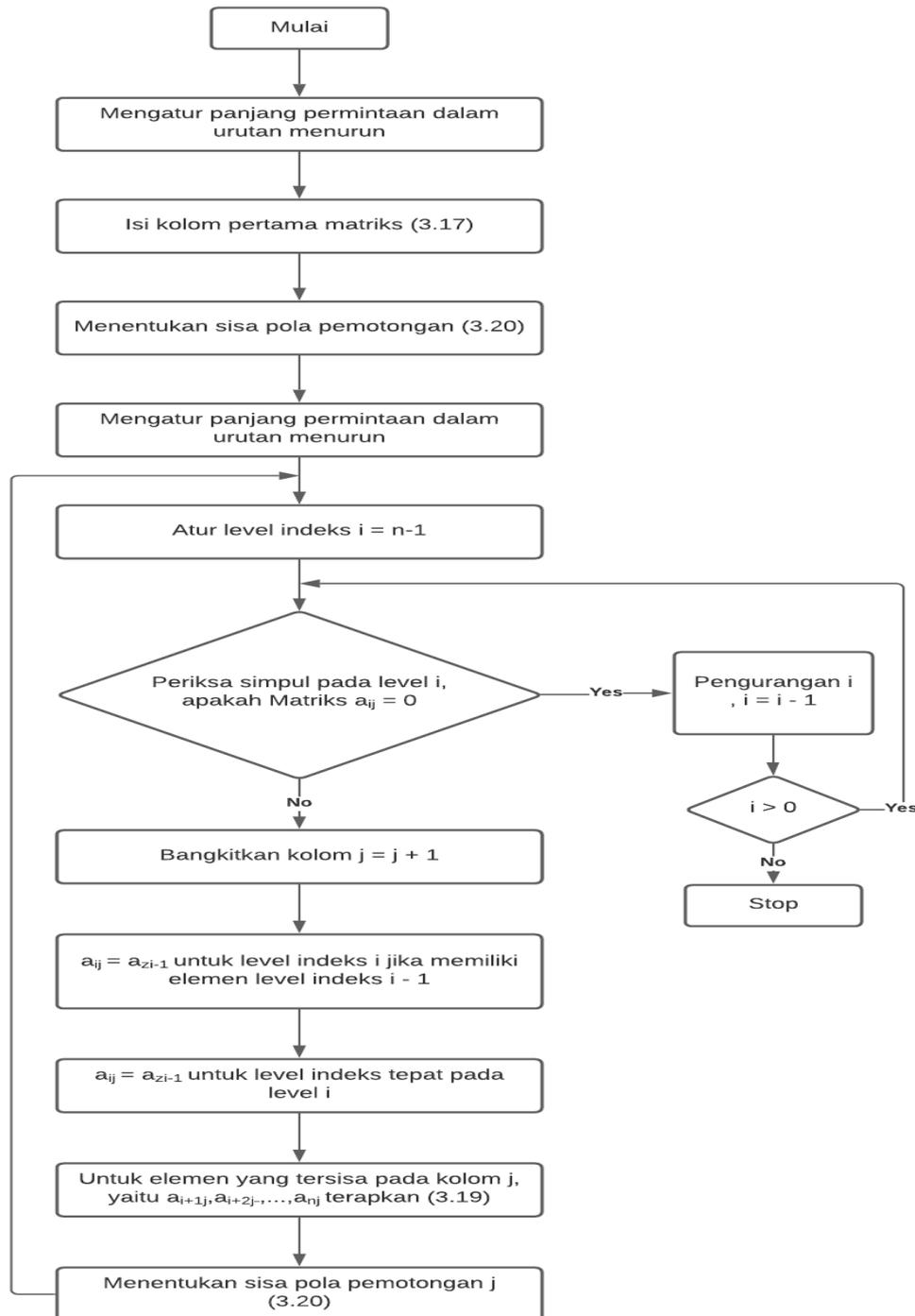
Rifky Anugerah Pratama, 2021

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK DENGAN PENGELASAN MENGGUNAKAN MODEL ARC-FLOW DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

- a. $a_{ij} = a_{zi-1}$ ($z = 1, \dots, i - 1$) elemen untuk mengisi indeks level i jika ada elemen sebelumnya yaitu elemen di level $i - 1$
 - b. $a_{ij} = a_{ij-1} - 1$ elemen untuk mengisi level indeks tepat pada level i .
 - c. Isi sisa elemen dari kolom j . Misalnya $a_{i+1j}, a_{i+2j}, \dots, a_{nj}$ dengan persamaan (3.19).
6. Gunakan persamaan (3.20) untuk mencari sisa pemotongan yang dihasilkan dari pola pemotongan ke j . Kembali ke *step* 4.
 7. Pengurangan i ., misal $i = i - 1$. Jika $i > 0$ ulangi ke *step* 5. Jika tidak , berhenti.

Flowchart algoritma *Pattern Generation* disajikan pada Gambar 3.5.



Gambar 3. 5 Diagram alir algoritma *Pattern Generation*.

Untuk memperjelas cara kerja algoritma *Pattern Generation*, masalah pada Contoh 2 akan diselesaikan menggunakan algoritma tersebut. Langkah-langkah algoritma *Pattern Generation* dalam membangkitkan pohon pencarian adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Menyusun panjang permintaan secara menurun: 5, 3, 2.

Langkah 2: Mengisi elemen kolom pertama ($j = 1$), yaitu

- $a_{11} = \lfloor (6 - 0)/5 \rfloor = 1$
- $a_{21} = \lfloor (6 - 5 \times 1)/3 \rfloor = 0$
- $a_{31} = \lfloor (6 - 5 \times 1 - 3 \times 0)/2 \rfloor = 0$

Langkah 3: Menghitung sisa pemotongan:

$$C_1 = 6 - (5 \times 1 + 3 \times 0 + 2 \times 0) = 1$$

Langkah 4: Mengatur level indeks i (indeks baris) $i = n - 1$ (n banyaknya permintaan).

$$n - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Langkah 5: Level indeks adalah 2 (dari Langkah 4). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{21} = 0$. Karena $0 = 0$ maka lanjutkan menuju *step 7*.

Langkah 6: Pengurangan indeks i sebanyak 1:

$i = i - 1 = 2 - 1 = 1$ dimana $i = 1 > 0$ maka ulangi menuju *step 5*.

Langkah 7: Level indeks adalah 1 (dari Langkah 6). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{11} = 1$. Karena $1 \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j = j + 1 = 2$ dengan elemen yang baru:

- $a_{12} = a_{11} - 1 = 1 - 1 = 0$ (Karena tepat indeks level 1 maka dikurangi satu)
- $a_{22} = \lfloor (6 - 5 \times 0)/3 \rfloor = 2$
- $a_{32} = \lfloor (6 - 5 \times 0 - 3 \times 2)/2 \rfloor = 0$

Langkah 8: Menghitung sisa pemotongan lalu ulangi *step 4*.

$$c_2 = 6 - (5 \times 0 + 3 \times 2 + 2 \times 0) = 0$$

Rifky Anugerah Pratama, 2021

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK DENGAN PENGELASAN MENGGUNAKAN MODEL ARC-FLOW DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Langkah 9: Mengatur level indeks i (indeks baris) $i = n - 1$ (n banyaknya permintaan).

$$n - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Langkah 10: Level indeks adalah 2 (dari Langkah 9). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{22} = 2$. Karena $2 \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j = j + 1 = 3$ dengan elemen yang baru:

- $a_{13} = a_{12} = 0$ (Karena indeks level 2 maka masih ada elemen sebelumnya yaitu elemen di level 1).
- $a_{23} = a_{22} - 1 = 1$ (Karena tepat indeks level 2 maka dikurangi satu)
- $a_{33} = \lfloor (6 - 5 \times 0 - 3 \times 1) / 2 \rfloor = 1$

Langkah 11: Menghitung sisa pemotongan lalu ulangi *step* 4.

$$c_3 = 6 - (5 \times 0 + 3 \times 1 + 2 \times 1) = 1$$

Langkah 12: Mengatur level indeks i (indeks baris) $i = n - 1$ (n banyaknya permintaan).

$$n - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Langkah 13: Level indeks adalah 2 (dari Langkah 4). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{23} = 1$. Karena $1 \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j = j + 1 = 4$ dengan elemen yang baru:

- $a_{14} = a_{13} = 0$ (Karena indeks level 2 maka masih ada elemen sebelumnya yaitu elemen di level 1).
- $a_{24} = a_{23} - 1 = 0$ (Karena tepat indeks level 2 maka dikurangi satu)
- $a_{34} = \lfloor (6 - 5 \times 0 - 3 \times 0) / 2 \rfloor = 3$

Langkah 14: Menghitung sisa pemotongan lalu ulangi *step* 4.

$$c_4 = 6 - (5 \times 0 + 3 \times 0 + 2 \times 3) = 0$$

Langkah 15: Mengatur level indeks i (indeks baris) $i = n - 1$ (n banyaknya permintaan).

$$n - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Langkah 16: Level indeks adalah 2 (dari Langkah 15). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{24} = 0$. Karena $0 = 0$ maka lanjutkan menuju *step* 7.

Langkah 17: Pengurangan indeks i sebanyak 1:

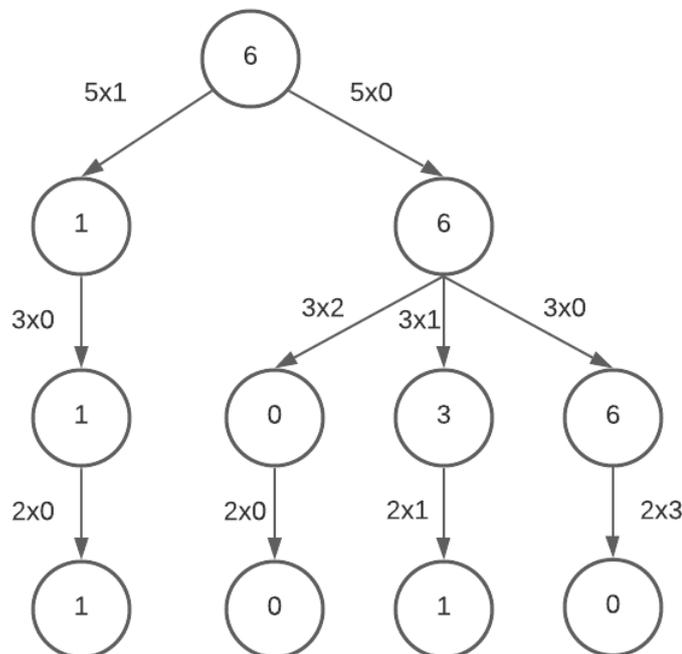
$i = i - 1 = 2 - 1 = 1$ dimana $i = 1 > 0$ maka ulangi menuju Langkah 5.

Langkah 18: Level indeks adalah 1 (dari Langkah 17). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{14} = 0$. Karena $0 = 0$ maka lanjutkan menuju *step* 7.

Langkah 19: Pengurangan indeks i sebanyak 1:

$i = i - 1 = 1 - 1 = 0$ dimana $i = 0 \not> 0$ maka stop.

Langkah-langkah di atas digambarkan sebagai pohon pencarian pada Gambar 3.6. Pohon pencarian tersebut memiliki simpul paling atas sebagai akar dan memiliki 4 lintasan menuju simpul paling bawah yang menjelaskan bahwa terdapat 4 pola pemotongan. Pola pemotongan yang telah diperoleh disajikan pada Tabel 3.1 berikut.



Gambar 3. 6 Pohon pencarian algoritma *Pattern Generation*.

Tabel 3. 1 Pola pemotongan bahan baku berukuran 6 meter.

Panjang Permintaan	Pola Pemotongan			
	1	2	3	4
5 meter	1	0	0	0
3 meter	0	2	1	0
2 meter	0	0	1	3
Sisa Pemotongan	1	0	1	0

Berdasarkan Tabel 3.2, pola pemotongan yang telah diperoleh menggunakan algoritma *Pattern Generation* adalah pola pemotongan yang belum optimal. Pola pemotongan ke-3 dapat kita buang, sehingga pola pemotongan optimal dan *feasible*. Pola pemotongan yang baru dapat dilihat pada Tabel 3.2.

Tabel 3. 2 Pola Pemotongan optimal untuk bahan baku 6 meter.

Panjang Permintaan	Pola Pemotongan		
	1	2	3
5 meter	1	0	0
3 meter	0	2	0
2 meter	0	0	3
Sisa Pemotongan	1	0	0

Selanjutnya akan dibuat model optimisasi Contoh 2. Terlebih dahulu perlu didefinisikan variabel keputusan dari model. Misal banyaknya pola pemotongan ke-1 disimbolkan oleh x_1 , banyaknya pola pemotongan ke-2 disimbolkan oleh x_2 , dan banyaknya pola pemotongan ke-3 disimbolkan oleh x_3 . Agar semua permintaan terpenuhi, maka perlu didefinisikan kendala-kendala berikut:

$$\text{Permintaan 1: } x_1 \geq 30$$

Permintaan 2: $2x_2 \geq 15$

Permintaan 3: $3x_3 \geq 10$

Selengkapnya model optimisasi dari masalah pada Contoh 2, dituliskan sebagai model berikut.

$$\text{Minimumkan} \quad x_1 + x_2 + x_3 \quad (3.21)$$

$$\text{Terhadap} \quad x_1 \geq 30 \quad (3.22)$$

$$2x_2 \geq 15 \quad (3.23)$$

$$3x_3 \geq 10 \quad (3.24)$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2,3 \quad (3.25)$$

x_i Integer

Penyelesaian model optimisasi di atas akan menghasilkan banyaknya bahan baku yang harus dipotong mengikuti pola 1, 2, dan 3 sehingga semua permintaan terpenuhi.