BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai ilmu dasar yang telah memberikan banyak kemajuan dalam berbagai bidang. Terdapat salah satu cabang matematika yang turut memberikan kontribusi pada kemajuan tersebut yaitu Teori Graf. “Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini” (Munir, 2014: 353). Contoh dari penerapan teori graf adalah pada penentuan jalur terpendek, misal penentuan jalur terpendek bus dari kota A ke kota B.

Graf direpresentasikan sebagai hubungan antara titik dengan sisi. Sehingga dapat diartikan bahwa graf adalah sebagai pasangan himpunan titik dengan sisi dapat ditulis $G = (V, E)$. Secara geometris, graf dapat digambarkan sebagai titik yang dihubungkan dengan sisi-sisi (Munir, 2014:356).

Dalam klasifikasi graf terdapat graf-graf khusus, salah satunya adalah Graf lengkap. Graf lengkap (K_n) merupakan graf sederhana dengan n titik, di mana setiap titiknya saling bertetangga ke titik lainnya. Setiap titik dari Graf lengkap (K_n) berderajat $n - 1$.

Terdapat salah satu topik teori graf yang pemanfaatannya dirasakan pada beberapa bidang yaitu tentang pelabelan graf. Pemanfaatan pelabelan graf dirasakan pada sektor sistem komunikasi, transportasi dan radar. Pada sektor komunikasi, pelabelan, dimanfaatkan untuk jaringan komunikasi di mana titik mewakili terminal pengguna dan sisi mewakili penghubung yang menerima label berbeda untuk terminal pengguna lainnya (Prasanna dkk. 2014). Pada sektor transportasi, pelabelan dimanfaatkan untuk mencari jalur tercepat seperti jalur bus di mana titik mewakili terminal antar kota dan sisi mewakili jalur yang dilalui bus (Paryanti, 2019). Dalam suatu perang modern, sinyal radar dapat digunakan untuk mendeteksi keberadaan pesawat tempur. Hal ini ekuivalen dengan pelabelan pada graf lengkap, di mana setiap titik yang ada dihubungkan dengan satu sisi yang mempunyai label yang selalu berbeda. Label titik menggambarkan posisi suatu benda yang memancarkan dan memantulkan sinyal radar, sedangkan label sisinya merupakan panjang gelombang elektromagnetik yang dipancarkan radar atau jarak antar titik (Irawati dan Heri, 2010).

Pelabelan graf direpresentasikan dengan titik dan sisi serta himpunan bilangan asli yang disebut label. Menurut Faizasari dkk. (2016), bahwa pelabelan graf

merupakan pemetaan yang memetakan unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan bulat positif. Pelabelan suatu graf tidak hanya sebatas memberi label pada titik atau sisi, terdapat pula beberapa cara untuk melabeli suatu graf dengan bilangan dari pelabelan. Terdapat jenis-jenis pelabelan dalam graf seperti pelabelan harmoni, pelabelan *graceful*, pelabelan total tak beraturan, pelabelan anti ajaib, dan pelabelan ajaib. Pelabelan ajaib merupakan pemetaan bijektif λ dari himpunan sisi ke himpunan bilangan bulat positif berbeda, sehingga untuk setiap $v \in V$, penjumlahan semua label sisi e yang bersisian terhadap titik v bernilai sama.

Berdasarkan Gallian (2018), pelabelan ajaib pertama kali muncul pada tahun 1964 yang diperkenalkan oleh Sedláček. Selanjutnya, konsep pelabelan ajaib dikembangkan oleh Stewart pada tahun 1966 tentang pelabelan sisi titik ajaib, kemudian oleh Kotzig dan Rosa pada tahun 1970 tentang konstanta ajaib. MacDougall, Miller, Slamini, dan Wallis memperkenalkan gagasan tentang pelabelan total titik ajaib pada tahun 1999. Pelabelan total titik ajaib pada Graf Lengkap dibuktikan oleh Gray, MacDougall dan Wallis (2003). Kemudian Krishnappa dkk. (2009) memberikan bukti lain bahwa graf lengkap memiliki pelabelan total titik ajaib. Selanjutnya Irawati dan Heri mengkaji tentang pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap (K_n) dengan n ganjil (2010) dan pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap (K_n) dengan n genap (2011). Faizasari dkk. (2016) mengkaji tentang pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap dengan metode modifikasi matriks persegi ajaib dengan n ganjil.

Dalam penelitian ini, dibahas mengenai algoritma dan implementasi algoritma dari pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap (K_n) dengan metode persegi ajaib. Dalam algoritma pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap (K_n) terdapat perulangan sehingga proses pelabelan dengan cara manual akan menghabiskan waktu yang lama, terutama untuk n yang lebih besar. Oleh karena itu diperlukan program yang dapat menghemat waktu untuk mendapatkan hasil pelabelan total titik ajaibnya. Implementasi algoritma pelabelan total titik ajaib graf lengkap (K_n) dilakukan menggunakan program *Python*. Pemilihan bahasa *Python*, lebih didasarkan bahwa *Python* memiliki *library* yang banyak dan luas serta bahasa pemrograman yang cukup sederhana.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah atau algoritma untuk pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap dengan n titik?
2. Bagaimana implementasi algoritma pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap menggunakan program *Python*?

1.3 Pembatasan Masalah

Pada permasalahan ini, yang akan dibahas adalah mengenai pelabelan total titik ajaib graf lengkap dengan n ganjil, pelabelan total titik ajaib dengan m genap untuk $m \equiv 2(\text{mod } 4)$, dan pelabelan total titik ajaib dengan m genap untuk $m \equiv 4(\text{mod } 8)$. Output dari program pelabelan total titik ajaib berupa matriks insidensi.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan langkah atau algoritma untuk menentukan pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap.
2. Mengimplementasikan algoritma pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap ke dalam program *Python*.

1.5 Manfaat

Manfaat penulisan ini sebagai berikut:

1. Manfaat Teoritis

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan penjelasan mengenai topik pelabelan total titik ajaib pada graf lengkap serta implementasinya ke dalam bahasa *Python*.

2. Manfaat Praktis

Secara praktis penelitian ini dapat bermanfaat sebagai berikut:

- a. Bagi penulis, sebagai penerapan ilmu yang telah dipelajari serta menambah pengetahuan untuk memperluas wawasan mengenai pelabelan pada suatu graf.
- b. Bagi pembaca, sebagai referensi lain mengenai pelabelan graf serta hasil implementasinya dapat mempermudah dalam menentukan pelabelan.