BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Sajian matematika dalam pembelajaran di perguruan tinggi yang paling utama adalah analitik, yaitu berciri: simbolik, menggunakan logika deduktif secara ketat, dan penyajiannya bersifat verbalistik atau naratif. Sajian analitik dengan cirinya tersebut digunakan dalam rangka membangun sistem matematika, yaitu sistem aksiomatik. Kegiatan matematika yang menonjol dalam sajian itu adalah mengerjakan matematika secara praktis, memanipulasi simbol-simbol, serta menekankan kepentingan penggunaan logika deduktif.

Sebagai contoh, pengerjaan soal bahwa $\sqrt{ab} \leq \frac{1}{2}(a+b)$ apabila a dan b positif adalah sebagai berikut.

1. Jika a > 0, b > 0, dan a ≠ b, maka $\sqrt{a} > 0$, $\sqrt{b} > 0$ dan $\sqrt{a} \neq \sqrt{b}$ Karena itu, $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 > 0$. Dengan menjabarkan bentuk kuadrat tersebut, diperoleh bahwa $a - 2\sqrt{ab} + b > 0$, dan karenanya didapat hubungan $\sqrt{ab} < \frac{1}{2}(a+b)$.
2. Jika a > 0, b > 0, dan a = b, maka $\sqrt{ab} = \frac{1}{2}(a+b)$

   Dari langkah (1) dan (2) disimpulkan bahwa jika a > 0 dan b > 0, maka $\sqrt{ab} \leq \frac{1}{2}(a+b)$.

Pada langkah (1), penyimpulkan bahwa $\sqrt{a} > 0$, $\sqrt{b} > 0$ jika a > 0 dan b > 0 hanya dapat dilakukan dengan terlebih dahulu menunjukkannya karena, kesimpulan tersebut bukan fakta, juga bukan konsep, tetapi merupakan prinsip. Dengan demikian,

kesimpulan tersebut harus ditunjukkan, misalnya dengan menggunakan cara: Misalkan 0 < a < b. Kemudian, dengan sedikit kemampuan dalam aljabar, dapat dihitung bahwa $(\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = b - a$. Karena selisih dari b - a > 0 dan $(\sqrt{b} + \sqrt{a})$ juga positif, maka berakibat bahwa $(\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 0$. Jadi $(\sqrt{b} > \sqrt{a})$. Meskipun demikian, untuk menyimpulkan bahwa $(\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 0$ masih diperlukan prinsip, jika ab > 0 maka salah satu berlaku, yaitu a > 0 dan b > 0 atau a < 0 dan b < 0.

Begitu pula dalam menyimpulkan bahwa $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 > 0$. Dalam menyimpulkannya, diperlukan prinsip bahwa jika $a \in \Re$ dan $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$. Prinsip tersebut juga harus ditunjukkan kebenarannya sebelum digunakan. Salah satu cara untuk menunjukkan keberlakuan prinsip tersebut adalah dengan menggunakan sifat urutan bilangan real $\Re$, yaitu jika a > 0 maka $a.a = a^2 > 0$.

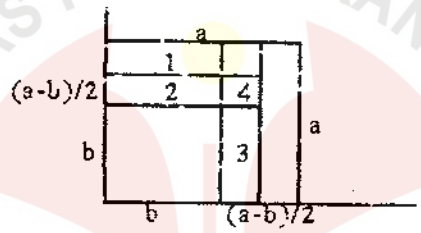
Dari contoh tersebut, tampak bahwa sajian matematikanya adalah analitik dengan kegiatan yang praktis, seperti penerapan algoritma dalam aljabar; memanipulasi simbol; menggunakan logika deduktif, seperti implikasi, konjungsi dan disjungsi; dan dengan ketat menggunakan komponen sistem aksiomatik, seperti prinsip-prinsip atau sifat yang berlaku.

Dalam penelitian ini, melalui pembelajaran, ditunjukkan jenis sajian lain, yaitu sajian visual. Kalau pada sajian analitik, tampak jelas kegiatan memanipulasi simbol, verbalistik, dan penggunaan logika deduktif, yang semuanya mengandalkan kemampuan otak belahan kiri, maka pada sajian visual, kegiatan bermatematika diarahkan dalam rangka mendayagunakan otak belahan kanan, yang ditandai dengan sajian visual yang dapat dimanipulasi serta dikonstruksi. Hal ini dapat dipahami karena, belahan otak

kanan terutama mengambil informasi yang disimpan secara analog, yaitu visualistik dan suatu informasi terutama tersimpan secara analog daripada proposisional (Matlin, 1994, h. 195).

Sebagai contoh, informasi visual bahwa a mewakili suatu ruas garis tertentu lebih mudah tersimpan daripada informasi proposisional, misalnya, a > 0. Dengan demikian, seseorang akan cenderung menyimpan informasi sebagai akibat logis dari sajian visual, misalnya jika a adalah suatu ruas garis tertentu maka, a lebih pendek daripada 2a daripada informasi proposisional, jika a > 0 maka a < 2a.

Sajian visual berkaitan dengan contoh pada alinea pertama halaman 1 dapat dibuat menggunakan gambar persegi dan persegipanjang, sebagai berikut.



Gambar 1.1. Sajian Visual untuk Menunjukkan bahwa $\sqrt{ab} < \frac{1}{2}(a+b)$

Dalam Gambar 1.1, persegipanjang berluas ab lebih kecil daripada luas persegi $\{b + (a - b)/2\}^2$ karena, persegi tersebut mencakup luas daerah persegi nomor 4, sementara luas daerah persegipanjang 1 sama dengan luas daerah persegipanjang 2 sama dengan luas daerah persegipanjang 3. Hal itu bearti bahwa $\sqrt{ab} < \frac{1}{2}(a+b)$. Jika a = b, maka diperoleh persamaannya, yaitu luas persegipanjang sama dengan luas persegi..

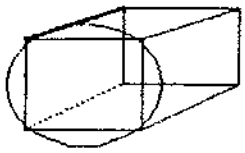
Menyelesaikan masalah matematika melalui sajian visual seperti digambarkan pada Gambar 1.1 tersebut bukan hanya mengurangi ciri kegiatan dalam sajian analitik, tetapi juga bahwa sajian visual lebih mungkin tersimpan dalam memori. Kegiatan

mengkonstruksi gambar merupakan salah satu perlakuan yang diberikan dalam penelitian ini. Kegiatan tersebut dinamakan *pembelajaran kemampuan visual 3*.

Dalam mengkonstruksi suatu gambar untuk menyelesaikan masalah diperlukan pula kemampuan menggambar secara tepat dan melengkapi atau memanipulasi gambar yang dibuat sehingga penyelesaian dapat disusun. Sebagai contoh, untuk Gambar 1.1 diperlukan persegi dengan rusuk a dan persegipanjang dengan panjang a dan lebar b satuan, serta melengkapinya dengan persegi lain yang berusuk sama dengan (a + b)/2. Kemampuan menggambar secara tepat tersebut, dalam penelitian ini, dinamakan *kemampuan visual 1*, sedangkan melengkapi gambar untuk dapat menyelesaikan masalah dinamakan *kemampuan visual 2*. Kedua jenis kemampuan tersebut juga diberikan sebagai perlakuan dalam pembelajaran. Dengan demikian ada tiga pola kemampuan visual yang merupakan perlakuan dalam penelitian ini, dan ketiganya diberikan secara terpisah pada tiga kelompok yang homogen.

Dalam pembelajaran yang mengutamakan sajian analitik atau yang secara langsung digunakan dalam rangka meningkatkan kemampuan analitik, sajian visual terutama berperan sebagai alat bantu atau pendekatan, yaitu pendekatan induktif (Ruseffendi, 1991_a, h. 220-221). Sebagai alat bantu, gambar biasanya tidak dibuat secara baik dan benar, karena gambar tersebut hanya digunakan untuk membantu seseorang agar dapat menyusun penyelesaian analitik.

Sebagai contoh, dalam studi pendahuluan penelitian ini ditemukan bahwa, bola yang melalui titik-titik suatu kubus digambarkan sebagai lingkaran, seperti Gambar 1.2. Gambar yang dibuat salah, tetapi dengan gambar seperti itu ada juga mahasiswa yang menjawab benar untuk jari-jari bola yang melalui kubus tersebut.



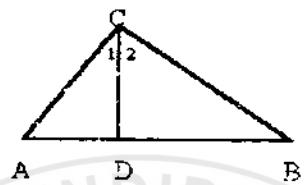
Gambar 1.2. Bola yang melalui Titik-Titik Kubus Digambarkan sebagai Lingkaran yang melalui Sisi Kubus

Sedangkan sebagai pendekatan, gambar biasanya digunakan untuk memudahkan seseorang dalam memahami suatu gagasan yang analitik. Dalam keadaan demikian, setelah gagasan analitik tersebut dipahami, gambar tidak lagi diperlukan. Sebagai contoh, untuk memahami konsep segitiga, dibuatlah gambar segitiga, dan untuk menunjukkan rumus luas segitiga, digunakan juga gambar segitiga. Setelah konsep dan rumus dipahami melalui gambar segitiga tersebut, diharapkan bahwa pebelajar mengingat konsep segitiga secara proposisional, dan rumus luas daerah diingat sebagai fakta dalam bentuk sajian analitik.

Dalam penelitian ini dikaji segi-segi kevisualan dalam rangka menjadikan gambar sebagai strategi atau cara atau alat berpikir dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika. Sebagai alat berpikir, gambar perlu dibuat dengan baik dan benar, gambar dipentingkan agar dilengkapi dan dimanipulasi, serta diperlukan pengkonstruksian gambar dari sajian analitik yang antara lain dimaksudkan dalam rangka melihat konsistensi dari sistem matematika. Misalnya, gambar juga harus dipahami sebagai suatu sajian yang disepakati sebagaimana sajian analitik, sehingga orang yang belajar matematika berkeleluasaan mengaitkan berbagai informasi menggunakan berbagai sajian.

Dalam pembelajaran yang mengutamakan sajian analitik, gambar terutama berperan sebagai ilustrasi dari masalah. Padahal, menurut Tadao (2000), dari tahapan

ilustrasi, masih ada tahap lain sebelum mencapai tahap analitik, yakni manipulatif. Pada tahap manipulatif, gambar tidak sekedar dijadikan sebagai alat bantu, tetapi perlu dimanipulasi sehingga diperoleh hubungan antargambar. Setelah hubungan tersebut diperoleh, penyelesaian masalah disusun dari berbagai hubungan yang dapat dimunculkan. Sebagai contoh: Diketahui segitiga ABC yang siku-siku di C. CD adalah garis tinggi pada AB, seperti pada gambar berikut. Tunjukkan bahwa $AB^2 = AC^2 + BC^2$.



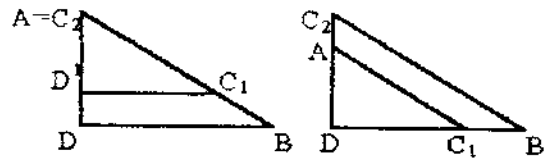
Gambar 1.3. Segitiga ABC Siku-Siku di C dan CD Garis Tinggi pada AB

Kemampuan memanipulasi gambar yang diharapkan muncul dari Gambar 1.3 tersebut adalah melihat bahwa terdapat tiga segitiga siku-siku yang sebangun, dan masalah diselesaikan menggunakan kesebangunan segitiga itu. Untuk mendapatkan segitiga-segitiga sebangun tidak selalu mudah karena sudut-sudut yang sama tidak serta merta tampak dari gambar tersebut. Dalam hal ini, secara analitik harus ditunjukkan bahwa besar sudut C_1 sama dengan besar sudut B, dan sudut C_2 sama dengan sudut A, misalnya dengan cara seperti berikut.

Perhatikan dua segitiga siku-siku di titik D, yaitu ADC_1 dan BDC_2. Besar sudut ADC_1 sama dengan besar sudut BDC_2, yaitu sama dengan 90^0. Karena sudut ACB sama dengan 90^0, maka sudut B sama dengan 90^0 dikurangi besar sudut C_2, dan besar sudut C_1 sama dengan 90^0 dikurangi besar sudut C_2. Jadi besar sudut B sama dengan besar sudut C_1. Karena jumlah sudut suatu segitiga sama, yaitu 180^0, maka

besar sudut A sama dengan besar sudut C_2. Dengan demikian, kedua segitiga sebangun dari prinsip kesamaan ketiga sudut-sudutnya.

Melalui manipulasi visual, dibuat Gambar 1.4 dari Gambar 1.3.



Gambar 1.4. Manipulasi Segitiga ADC Menjadi CD^1C_1 atau Segitiga ADC_1 dari Segitiga ABC

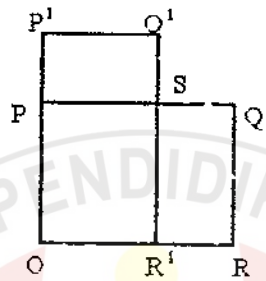
Dalam bermatematika, kegiatan berpikir tidak hanya dapat dilakukan melalui sajian analitik, tetapi juga melalui dan dari sajian visual. Menurut Sheehan (dalam Suwarsono, 1998, h. 4), terdapat tujuh macam proses berpikir yang terjadi dalam otak, yaitu: (1) **visual**, yaitu secara mental *melihat* sesuatu, (2) **auditory**, yaitu secara mental *mendengar* suara atau bunyi, (3) **custaneous**, yaitu secara mental *merasakan* suatu benda, (4) **kinaesthetic**, yaitu secara mental *menggerakkan* otot atau organ tubuh, (5) **gustatoty**, yaitu secara mental *mengecap* sesuatu, (6) **olfactory**, yaitu secara mental *mencium* sesuatu, dan (7) **organic**, yaitu secara mental *merasakan* sesuatu dalam tubuh, seperti lapar dan sakit.

Dari semua kegiatan mental tersebut, yang paling menonjol adalah proses berpikir visual, seperti dilaporkan oleh Matlin (1994, h. 172-192), dan tahapan visual dapat membangkitkan proses berpikir menjadi lebih baik bagi tahapan analitik (Susanna, dalam Schoenfeld, 1994, h. 257-258).

Contoh: Jika $x > 0$, $y > 0$, dan $x + y$ diberikan, maka xy terbesar apabila $x = y$. Secara analitik: Misalkan $x + y = a$, maka $xy = x(x - a) = x^2 - ax$. Nilainya maksimum

apabila 2x - a = 0 atau jika x = 1/2 a. Dengan demikian, xy adalah paling besar apabila x = y = 1/2a.

Contoh soal tersebut dapat juga dikerjakan secara visual, misalnya mengaitkan simbol perkalian xy dengan luas daerah. Kemudian, kalau x = y, maka luas daerah yang diperhatikan adalah luas daerah persegi dan luas tersebut perlu dibandingkan dengan luas daerah untuk x yang tidak sama dengan y, yaitu luas daerah persegipanjang, seperti digambarkan berikut ini.



Gambar 1.5. Visualisasi untuk Menunjukkan bahwa xy Paling Besar Apabila x = y

Pada Gambar 1.5 tersebut, OR = OP = x = y. Dari gambar tersebut dapat dipahami bahwa apabila nilai x dikurangi sebesar R^1R, maka OP bertambah juga sebesar R^1R, yang dalam gambar ditunjukkan dengan PP^1. Kemudian, untuk menunjukkan kebenaran soal, yang dilakukan adalah membandingkan luas daerah persegi OPQR dengan luas daerah persegipanjang $OP^1Q^1R^1$ atau membandingkan luas daerah persegipanjang PP^1Q^1S dengan R^1SQR. Karena PP^1 sama dengan R^1R dan PS lebih pendek daripada RQ, maka luas daerah persegipanjang PP^1Q^1S lebih kecil daripada luas daerah persegipanjang R^1SQR. Jadi soal telah diselesaikan dari sajian visual.

Pembelajaran matematika yang mengutamakan sajian analitik berkecenderungan pada kegiatan berlatih praktis menggunakan prinsip matematika yang berlaku. Sebagai

misal, dari sajian visual yang digunakan sebagai pendekatan atau alat bantu, diturunkan berbagai aturan matematika, seperti luas daerah, kemudian aturan tersebut digunakan untuk menyelesaikan masalah. Setelah aturan dipahami, biasanya gambar tidak diperankan lagi dalam menyelesaikan masalah lain. Sedangkan gambar yang berperan sebagai alat berpikir dapat digunakan untuk menyusun sajian analitik bahkan sebaliknya, yaitu dari sajian analitik dapat dikonstruksi suatu gambar, dalam rangka menyelesaikan masalah. Secara diagramatik, jenis sajian visual sebagai kegiatan berpikir tersebut peneliti gambarkan sebagai berikut.

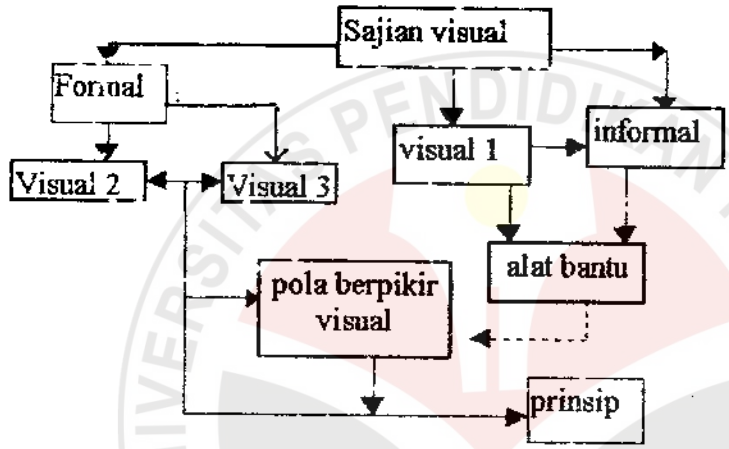
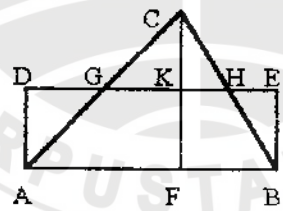


Diagram 1.1. Diagram Pola Visual dalam Menyelesaikan Soal Matematika

Diagram 1.1 tersebut dapat dibaca sebagai berikut. Kalau gambar atau sajian visual dijadikan sebagai pendekatan, maka gambar tersebut merupakan sajian informal. Gambar yang dijadikan sebagai sajian informal tidak mesti terikat dengan suatu bentuk visual tertentu. Sebagai misal, untuk memahami konsep perkalian dapat digunakan persegi atau persegipanjang. Dari sajian visual tersebut, diharapkan pebelajar menguasai konsep perkalian serta dapat mengilustrasikannya dengan gambar-gambar. Setelah selesai memahami konsep perkalian, selesai pula peran gambar.

Gambar yang dibuat sesuai dengan situasi masalah adalah seperti pada soal: Diketahui bahwa alas segitiga sama dengan panjang dari persegipanjang, sedangkan tinggi segitiga itu sama dengan dua kali lebar persegipanjang, tunjukkan bahwa luas daerah segitiga sama dengan luas daerah persegipanjang. Apabila setelah gambar dibuat, penyelesaian disusun secara analitik, yaitu menggunakan rumus luas daerah, maka gambar tersebut peneliti namakan visual 1. Dengan demikian, gambar tidak mesti tepat atau baik, karena gambar itu hanya digunakan untuk mempermudah pebelajar mengingat rumus luas daerah dan menggunakannya dalam menyelesaikan soal, misalnya, dengan meletakkan tinggi segitiga sejajar dengan lebar persegipanjang, serta meletakkan alas sejajar dengan panjang.

Apabila dari soal untuk menunjukkan kesamaan luas daerah segitiga dan persegipanjang tersebut pebelajar memanipulasi gambar maka, sajian tersebut peneliti namakan sajian visual 2. Dalam hal ini, gambar harus dibuat dengan tepat sesuai dengan situasi masalah sehingga ia dapat dimanipulasi. Misalnya, kedua bangun geometri tersebut ditransformasikan sehingga keduanya ada pada satu gambar, seperti Gambar 1.6 berikut.



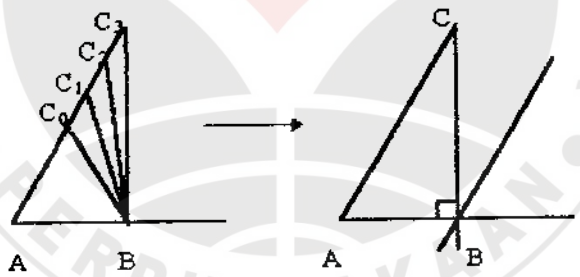
Gambar 1.6. Visualisasi Masalah Kesamaan Luas Daerah Segitiga dan Persegipanjang

Dari Gambar 1.6, melalui sajian visual 2, dapat ditunjukkan bahwa luas daerah segitiga BEH sama dengan luas daerah segitiga CKH, begitu juga dengan segitiga ADG dan segitiga CKG, misalnya dengan transformasi atau kongruensi.

Visual 3 merupakan sajian visual dari sajian analitik. Dari sajian gambar yang bersifat informal dan visual 1, tidak selalu menghasilkan pola berpikir visual, karena sajian tersebut hilang sejalan dengan munculnya pemahaman konsep serta telah selesainya sajian analitik dalam menjawab soal.

Dari sajian visual 2, gambar yang dihasilkan digunakan terus, karena kesimpulan akan diambil dari gambar tersebut. Begitu pula dengan sajian visual 3, bahkan, dari sajian visual ini, tampak adanya kemampuan dalam membuat hubungan antara sajian analitik dengan visual. Dengan demikian, kegiatan berpikir dalam menyelesaikan soal terikat dengan situasi gambar yang dibuat. Setelah pola berpikir visual terbentuk, dapat muncul kemampuan membangun prinsip-prinsip matematika dari sajian visual, misalnya, prinsip kesamaan sudut-sudut pada garis-garis sejajar.

Contoh pembentukan prinsip dari manipulasi gambar ditunjukkan oleh Clairaut (dalam Barbin, 1993) yaitu bahwa, jumlah sudut suatu segitiga sama dengan dua sudut siku-siku, seperti pada gambar berikut.



Gambar 1.7. Manipulasi Visual Segitiga ABC_0 Menjadi Segitiga ABC untuk Mendapatkan Prinsip bahwa Jumlah Sudut Segitiga Sama Dengan Dua Sudut Siku-Siku

Dari Gambar 1.7 tersebut dapat dipahami bahwa besar sudut C_0 dikurangi terus menerus, menjadi C_1 hingga C_3, dan karena sudut tersebut berkurang, maka terjadi penambahan besar sudut B. Sebagai contoh, besar sudut C_0 pada segitiga ABC_0 berkurang menjadi sudut C_1 pada segitiga ABC_1 dan besar sudut B pada segitiga ABC_0

bertambah menjadi sudut ABC_1 pada segitiga ABC_1. Dengan demikian, besar sudut C_0BC_1 ditambah dengan besar sudut C_0C_1B sama dengan besar sudut AC_0B.

Dari proses visual tersebut, didapat prinsip bahwa jumlah dua sudut suatu segitiga sama dengan sudut luar dari sudut yang lain. Kemudian, apabila proses mengurangi besar sudut C_0 diteruskan dan sejalan dengan itu terjadi penambahan besar sudut B, maka akan didapat bahwa sudut sehadap sama besar dan jumlah sudut segitiga sama dengan dua sudut siku-siku.

Pembelajaran matematika yang berkecenderungan pada sajian analitik, secara umum menampakkan dua jenis kesalahan pada penyelesaian, yaitu: (1) kesalahan menggunakan prosedur, konsep, dan prinsip dan (2) kesalahan menggunakan logika deduktif. Talyzina dan Brumfield (dalam Clements dan Battisda, 1992, h. 438-445); Zazkis, Dubinsky, dan Dautermann (1996); Rif'at (1997) menyatakan bahwa, mahasiswa tidak memisahkan sajian analitik dengan visual, selalu mengabaikan kepentingan penalaran, sulit menyusun deduksi analitik, susunan deduksi masih merupakan gabungan antara sajian visual dengan manipulasi aljabar, dan kesulitan dalam bahasa dan logika.

Sajian analitik yang dibuat mahasiswa belum menampakkan kemampuan formal secara *holistik,* yakni logika bernalar dalam susunan analitik yang dibuat belum benar dan sajian analitik masih disertai gambar. Seperti dinyatakan oleh Ruseffendi (1991_b) bahwa, masih ada orang yang belum dapat mencapai tahap berpikir analitik bahkan sampai kuliah. O'Daffer dan Thornquist (dalam Wilson, 1993, h. 50-51) dan Clements, Battisda, dan Brumfield (dalam Grouws, 1992, h. 438-439) menyatakan bahwa: (1) rata-rata 25% dari suatu kelompok pebelajar tidak mampu berdeduksi

secara analitik dan (2) sekitar 20% dari mereka hanya berdeduksi secara *ilustratif*. Mereka melaporkan pula bahwa, walaupun telah diajar menyusun deduksi secara analitik, hanya 30% dari mereka dengan angka penguasaan 75%, serta hanya antara 20% hingga 30% yang mempunyai pemahaman dasar dalam menyusun deduksi secara analitik.

Sajian visual dalam pembelajaran matematika memang penting. Vinner (dalam Tall, 1992, h. 507) menyatakan bahwa, deduksi dari sajian visual lebih meyakinkan mahasiswa daripada susunan analitik, dan kecenderungan mahasiswa memilih atau mengembangkan susunan analitik tidak menunjukkan peningkatan pemahaman aljabar, tetapi karena kebiasaan, rutinitas, dan sesuatu yang menyenangkan.

Begle (1979) menyatakan bahwa, keanalitikan dalam pembelajaran matematika merupakan variabel kritis. Ia juga menyatakan bahwa, tuntutan akan sajian analitik tidak menjadi indikator keampuhan dari sajian matematika. Karena itu, meskipun mahasiswa belum berkecenderungan menuliskan deduksi berdasarkan aturan yang berlaku dalam objek visual dan memanipulasinya, kepentingan gambar dalam rangka berpikir (*visual-thinking*) menjadi penting. Seperti dinyatakan oleh Clairaut (dalam Barbin, 1993) bahwa, deduksi dari gambar dengan cara memanipulasinya memungkinkan orang yang belajar mengetahui proses bagaimana mengetahui.

Kepentingan pembelajaran visual bukan sekedar variasi sajian, tetapi juga berkenaan dengan kemampuan atau pilihan. Galindo (1995, h. 324) menyatakan bahwa, metode penyelesaian yang disusun mahasiswa mencerminkan orientasi visual. Ia juga menyatakan, ''Students who obtained high Mathematical Processing Instruments (MPI) score tended to use graphic methods of solution and preferred to use the plotting

capabilities, whereas students with low MPI scores used numeric and symbolic methods of solution." (h. 325)

Hasil penelitian dalam bidang psikologi kognitif juga menunjukkan keutamaan proses dan kegiatan visual daripada jenis proses dan kegiatan otak yang lain. Matlin (1994, h. 173-210), misalnya, menuliskan beberapa hasil penelitian berkenaan dengan kegiatan dan proses visual sebagai berikut,

1. Representasi visual dalam pikiran terutama berkode analog daripada proposisional, artinya bahwa, proses berpikir dalam otak manusia cenderung menggunakan sajian visual daripada sajian analitik.
2. Stimuli visual dapat, bahkan mudah diperiksa dan diinterpretasi kembali. Syer (dalam Suwarsono, 1998, h. 9) menyatakan bahwa apabila kembali kepada perumusan dari suatu konsep yang analitik, maka dapat diamati bahwa landasan pengembangan konsep itu berbasis perseptual. Bahkan dinyatakannya pula bahwa matematikawan seringkali cepat-cepat kembali kepada pemahaman perseptif sewaktu sajian analitik menjadi tidak jelas dan membingungkan. Dalam keadaan demikian terjadi lagi proses berpikir lanjut yang bertambah aktif.

Kemampuan visual yang dimaksudkan dalam penelitian ini merupakan proses dan kegiatan berpikir dalam rangka menyelesaikan masalah. Dalam hal ini, proses dan kegiatan berpikir tersebut dilihat dari sajian visual yang dibuat, dilengkapi, serta yang sengaja dikonstruksi.

Sebagai proses berpikir, penyelesaian dari sajian visual mempunyai dua peran, sebagai: (1) alat bantu, yaitu membantu seseorang dalam memahami masalah sehingga ia dapat menyelesaikannya dan (2) strategi berpikir, yaitu dalam rangka menyelesaikan

masalah, membangun dan mengembangkan penalaran, mengaktifkan kegiatan kognisi, simbolisasi dari kegiatan berpikir, serta proses pengkonstruksian dari kegiatan berpikir.

Sebagai alat bantu, sajian visual sangat membantu pebelajar yang ''kurang cerdas''. Dalam hal ini, pebelajar tersebut menjadi paham atau mengerti tentang suatu gagasan yang disajikan secara analitik. Kemampuan mereka yang dapat muncul karena visual tersebut adalah kemampuan berkenaan dengan sajian analitik. Setelah sajian analitik tersebut dipahami, sajian visual tidak mereka perlukan lagi. Hal seperti ini menampakkan matematika yang menekankan pada isi atau *content- oriented*.

Apabila pebelajar kurang cerdas tadi menemukan masalah lain atau baru dan memerlukan visual untuk memahaminya, maka mereka belum tentu secara serta merta dapat membuat atau menganalisis suatu sajian visual karena, masalah baru itu mungkin lebih kompleks atau berbeda dengan masalah terdahulu yang mereka temui.

Sebagai strategi berpikir, visual tidak sekedar membantu seseorang dalam memahami suatu sajian analitik, tetapi juga merupakan kemampuan menyajikan sajian analitik tersebut dalam bentuk sajian lain, dalam hal ini adalah visual. Dalam keadaan demikian, sajian visual yang dibuat dapat dicari dan dilengkapi dalam rangka menyelesaikan masalah. Hal tersebut menampakkan matematika yang mementingkan kemampuan atau *competencies-oriented*.

Sajian visual sebagai strategi atau proses berpikir dalam matematika hanya dapat dilakukan oleh pebelajar yang cerdas. Alasannya adalah bahwa, strategi berpikir dalam sajian visual memerlukan: (1) proses berpikir yang aktif dan yang dapat diaktifkan kembali, (2) kemampuan membuat hubungan antara sajian analitik dengan

visual, (3) pengertian dan pemahaman, (4) pengembangan penalaran, dan (5) kemampuan berpikir terstruktur.

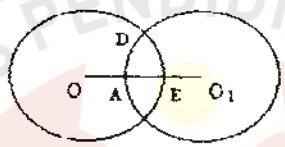
Kemampuan dalam sajian analitik ada yang dapat dibandingkan dan ada pula yang sulit dibandingkan dengan kemampuan pada sajian visual. Apabila pebelajar tidak memerlukan suatu penyajian secara visual dalam menyelesaikan masalah analitik maka, bearti bahwa pebelajar tersebut dapat dikatakan lebih cerdas daripada yang memerlukan sajian visual dalam menyelesaikan masalah itu. Alasannya adalah bahwa, sajian visual dalam masalah tersebut terutama berperan sebagai alat bantu. Dan dapat diterima pernyataan bahwa, pebelajar cerdas tidak memerlukan atau paling tidak memerlukan lebih sedikit alat bantu daripada pebelajar yang kurang cerdas.

Apabila bekerja dengan suatu masalah matematika yang memerlukan kemampuan pada sajian analitik, kemudian mengalami kesulitan untuk menyelesaikannya maka, pebelajar yang kurang cerdas atau yang kurang dalam kemampuan *problem solving* cenderung secara terus-menerus bekerja pada sajian analitik tersebut. Salah satu alasannya adalah bahwa, pebelajar berkekurangan tersebut belum menjadikan sajian visual sebagai strategi berpikirnya. Sedangkan pebelajar yang cerdas atau berkemampuan dalam problem solving berkecenderungan membangun rantai penalarannya menggunakan berbagai macam sajian serta dapat membuat hubungan-hubungan antara sajian tersebut.

Dalam khasanah pendidikan matematika, pebelajar yang cerdas sebagaimana dimaksud dikatakan telah memiliki pemahaman dan pengertian. Contoh tidak munculnya pemahaman dan pengertian tersebut disampaikan oleh 5 dosen pendidikan matematika FKIP UNTAN Pontianak, yaitu bahwa mereka tidak dapat menjawab dengan benar pertanyaan dari penguji, Prof. H. E.T. Ruseffendi, S.Pd., M.Sc., Ph.D.

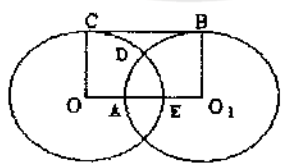
sewaktu mengikuti seleksi pra-S2. Soal yang ditanyakan adalah mencari rumus umum banyak diagonal segi-n. Kelima dosen tersebut menyatakan bahwa mereka mengerjakannya secara analitik, yaitu upaya untuk menemukan pola dari barisan bilangan yang suku-sukunya menyatakan banyak diagonal, dari segitiga, segiempat, segilima, segienam, dan seterusnya, dan mereka belum dapat menyelesaikannya.

Sajian visual 2 sebagai strategi berpikir bukan merupakan alat bantu, tetapi sarana pengembangan kegiatan dan proses berpikir. Sebagai contoh, mencari panjang ruas garis OO_1 dari dua lingkaran yang berjari-jari sama, yaitu 1 satuan seperti pada gambar berikut.



Gambar 1.8. Visualisasi Masalah untuk Mencari Panjang Ruas Garis OO_1

Dengan kemampuan analitik saja, misalnya menggunakan aturan yang berlaku dalam matematika, soal tersebut sulit diselesaikan. Agar mudah diselsaikan, gambar tersebut perlu dilengkapi dan dimanipulasi. Misalnya, membuat persegipanjang dengan panjang sama dengan OO_1 dan lebarnya adalah jari-jari dari lingkaran tersebut. Kemampuan memanipulasi visual dapat muncul dari gambar yang telah dilengkapi itu, seperti pada gambar berikut.



Gambar 1.9. Gambar yang Dilengkapi dari Masalah pada Gambar 1.8

Sajian visual 3 atau pengkonstruksi suatu gambar dari sajian analitik tidak sekedar sebagai alat bantu maupun strategi berpikir, tetapi juga merupakan macam kemampuan lain dalam bermatematika. Kemampuan yang dimaksud adalah mengkomunikasi dan mengembangkan matematika. Mengkomunikasikan matematika bearti bahwa, sajian visual 3 berperan sebagai suatu bentuk sajian informasi dan landasan dari pengetahuan objektif mengingat kemungkinan keterbatasan dalam menyampaikan makna secara analitik. Pengkomunikasian matematika menggunakan sajian visual 3 tersebut diharapkan merupakan perluasan dari bentuk komunikasi, setidaknya untuk keberhasilan pebelajar dalam membangun kembali berbagai aturan matematika bagi diri mereka sendiri.

Kemampuan yang diukur dalam menyelesaikan masalah visual adalah kinerja dalam menyusun penyelesaian melalui sajian visual, yang mencakup: (1) ketepatan visual, (2) kelengkapan visual dan atau manipulasinya, serta (3) konstruksi visual dari sajian analitik. Ketiga kemampuan tersebut dihubungkan dengan penyelesaian yang disusun.

Kemampuan visual yang diteliti dikaitkan juga dengan semester perkuliahan dan lembaga tempat subjek berkuliah sebagai peubah kontrol, serta jenis-jenis kesalahan visual yang nampak pada susunan jawaban. Semester perkuliahan dijadikan peubah kontrol karena, perkuliahan matematika selama ini meningkat kepada kemampuan analitik, apabila dilihat dari karakteristik mata kuliah. Sebagai contohnya adalah mata kuliah kalkulus, yaitu dari Kalkulus, Kalkulus Lanjut hingga Analisis. Kalau pada kuliah Kalkulus masih tampak sajian visual dan analitik, pada kuliah Kalkulus Lanjut

(di ruang vektor dan R^n) sajian visualnya berkurang, sedangkan pada kuliah Analisis sajian visual hampir tidak muncul.

Rif'at (1997) menyatakan bahwa, penyelesaian masalah-masalah matematika yang disusun mahasiswa dari tahun pertama hingga keempat meningkat menurut kekuatan pada sajian analitik dengan penggunaan logika deduktif, tetapi sajian yang mereka susun seringkali tidak tepat, terutama dalam menerapkan logika deduktif. Dengan demikian, dapat diduga bahwa, ada interaksi antara lama berkuliah dengan pola-pola pembelajaran visual yang merupakan peubah bebas terhadap kemampuan visual mahasiswa.

Telah menjadi fakta, lembaga tempat berkuliah seringkali dikait-kaitkan dengan kemampuan matematika berkenaan dengan mutu masukan dari lembaga tersebut. Pada sebagian besar PTS, sering dilaporkan bahwa kemampuan matematika mahasiswa sangat rendah. Rif'at (1997, h. 1) menyatakan bahwa, setiap kali ujian negara, paling banyak 5-10% mahasiswa yang dapat lulus untuk setiap matakuliah yang diujikan, terutama apabila soal yang diujikan memerlukan kemampuan analitik dengan penggunaan logika deduktif, seperti kemampuan membuktikan.

Masoem (1996) menemukan bahwa mutu masukan LPTK melalui UMPTN berbeda antara mereka yang memasuki LPTK luar pulau jawa dengan yang masuk LPTK di pulau jawa, dilihat dari NEM dan nilai UMPTN. Sebagai contoh, pada tahun 1995, yang masuk UNTAN dari kelompok IPA sebanyak 71% memiliki NEM rendah dan dengan skor UMPTN rendah. Sedangkan yang masuk ke IKIP Bandung, untuk kedua indikator mutu tersebut hanya 27%. Secara lengkap disajikan pada Tabel 1.1.

Tabel 1.1. Sebaran PTN Berdasarkan NEM dan Nilai UMPTN Mahasiswa Baru Kelompok IPA Tahun 1995

NEM > 50 (tinggi)		USU (14) UNAIR (12) UNIBRAW (12) UNUD (16) UNHAS (12)	USU (23) UI (62) IPB (18) ITB (76) UNPAD (27) UNDIP (38) UNS (28) UGM (55) ITS (66) UNAIR (39) UNIBRAW (26) UNUD (15)
45 < NEM < 51 (sedang)	UNSYIAH (11) IKIP MEDAN (17) IKIP SURABAYA (13) IKIP MALANG (13) UNEJ (11) IKIP U. PANDANG (11) UNHAS (18) UNTAD (12) UNHALU (24) IKIP MENADO (11) UNSRAT (20) UNPATI (18) IKIP GORONTALO (19)	UNSYIAH (13) USU (21) UNAND (12) UNSRI (11) IPB (17) IKIP BANDUNG (10) UNSUD (28) UNDIP (16) UNS (16) IKIP YOGYA (16) UNAIR (29) UNIBRAW (20) UNEJ (18) UNUDF(13) UNHAS (17)	UI (23) IPB (12) ITB (17) UNPAD (28) UNDIP (20) UNS (15) UGM (18) ITS (16) UNAIR (12) UNIBRAW (15)
NEM < 46 (rendah)	UNSYIAH (55) IKIP MEDAN (72) IKIP PADANG (74) UNAND (30) UNRI (73) UNJA (84) UNSRI (58) UNIB (79) UNILA (52) IKIP JAKARTA (41) IPB (10) IKIP BANDUNG (27) IKIP SEMARANG (59) UNS (11) IKIP YOGYA (28) UNTAN (71) UNPAR (64) UNLAM (82) UNMUL (81) IKIP SURABAYA (60) IKIP MALANG (62) UNEJ (45) UNUD (27) UNRAM (84) UNDANA (90) IKIP U. PANDANG (84) UNHAS (29) UNTAD (86) UNHALU (65) IKIP MENADO 983) UNSRAT (58) UNPATI (73) UNCEN (92) IKIP GORONTALO (75) IKIP SINGARAJA (83)	UNSYIAH (10) USU (20) IKIP PADANG (16) UNAND (27) UNRI (11) UNSRI (31) UNIB (13) UNILA (36) IKIP JAKARTA (42) IPB (26) IKIP BANDUNG (55) UNPAD (21) UNSUD (53) IKIP SEMARANG (23) UNDIP (14) UNS (20) IKIP YOGYA (47) UNTAN (15) UNLAM (10) UNAIR (13) UNIBRAW (16) UNEJ (12) UNUD (13) UNHAS (11)	UNPAD (14)
	Skor UMPTN < 551 (rendah)	550 <skor < 651 (sedang)	Skor 650 (tinggi)

Keterangan: angka dalam kurung adalah prosentase mahasiswa baru hanya yang 10% atau lebih.

Selain dikaitkan dengan semester perkuliahan serta lembaga tempat berkuliah, juga dilihat kesulitan atau kesalahan dalam menyusun penyelesaian soal yang berciri visual. Kalau pada sajian analitik, hingga saat ini telah ditemukan bahwa, kesulitan yang menonjol berhubungan dengan kekeliruan dalam menggunakan aturan matematika serta penggunaan logika deduktif, maka berkenaan dengan sajian visual, kesalahan apa saja yang muncul layak diketahui melalui suatu penelitian. Hal ini menjadi penting, karena seringkali kesalahan visual disebabkan karena kekeliruan persepsi seseorang dari gambar (Schoenfeld, 1985) dan keyakinan seseorang bahwa gambar hanya berperan sebagai alat bantu, belum sebagai alat berpikir (Suwarsono, 1998).

Ada tiga alasan yang mendasari penelitian ini, seperti dinyatakan oleh Scott (1972), yaitu: (1) memahami bahwa perihal analitik bukanlah tujuan, tetapi merupakan

ikhwal sajian, (2) orang yang memiliki kemampuan khusus dalam matematika juga mempunyai kesulitan khusus dalam ukuran kecakapan analitik, dan (3) diperlukan upaya yang lebih keras dari pengajar, karena sajian analitik lebih mudah disiapkan dalam pembelajaran daripada sajian lain, seperti visual.

B. Masalah Penelitian

Berdasarkan uraian pada latar belakang, masalah penelitian ini adalah:

1. Apakah terdapat perbedaan kemampuan visual dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika yang visualistik, antara mahasiswa yang diajar dengan pola pembelajaran visual 1, 2, dan 3?
   a) Apakah kemampuan visual yang muncul dari ketiga perlakuan pola pembelajaran visual tersebut hirarkis?
   b) Manakah dari ketiga pola perlakuan pembelajaran tersebut yang secara signifikan dapat meningkatkan kemampuan visual dalam rangka menyelesaikan masalah-masalah matematika yang visualistik?
2. Apakah terdapat perbedaan kemampuan visual mahasiswa menurut interaksi antara pola pembelajaran visual dengan semester perkuliahan mereka?
3. Apakah terdapat perbedaan kemampuan visual mahasiswa menurut interaksi antara pola pembelajaran visual dengan lembaga tempat kuliah?
4. Apakah terdapat perbedaan kemampuan visual mahasiswa menurut interaksi antara faktor pola-pola pembelajaran visual, semester perkuliahan, dan lembaga tempat mereka berkuliah.
5. Apakah terdapat kesalahan-kesalahan yang beragam dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika yang visualistik?

a) Apa saja kesalahan visualistik yang muncul setelah masing-masing perlakuan pola-pola pembelajaran visual?

b) Apakah kesalahan-kesalahan visualistik pada bagian a) berbeda menurut masing-masing pola pembelajaran visual?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menelaah secara komprehensif tentang perbedaan kemampuan visual dan kemampuan-kemampuan matematika lainnya, menurut pola pembelajaran visual serta kaitan antara pola pembelajaran tersebut dengan semester perkuliahan dan tempat kuliah dalam rangka kemampuan visual itu.
2. Menelaah secara komprehensif tentang variasi kesalahan serta kaitannya dengan pola pembelajaran visual, semester perkuliahan, dan lembaga tempat berkuliah dalam menyelesaikan masalah matematika yang visualistik?
3. Memberikan informasi kepada calon guru, guru, dan dosen LPTK, khususnya pada Jurusan Pendidikan Matematika tentang pengaruh pembelajaran pola-pola visual terhadap kemampuan visual, serta mengenai macam kesalahan yang muncul dalam rangka kemampuan visual tersebut.

D. Definisi Istilah

1. **Kemampuan visual:** kemampuan menyelesaikan masalah dari gambar, gambar yang dimanipulasi, atau dari pengkonstruksian gambar (Bendick dan Levin, 1980:51).

2. **Kemampuan visual 1:** kemampuan memvisualisasikan masalah secara tepat sehingga jawaban yang disusun dapat dikaitkan dengan keadaan gambar. Contohnya adalah butir instrumen nomor 1 dan 2, h. 217.
3. **Kemampuan visual 2:** kemampuan memvisualisasikan, melengkapi dan atau manipulasi sajian visual untuk suatu penyelesaian. Contohnya seperti butir instrumen nomor 3 dan 4 pada halaman 217.
4. **Kemampuan visual 3:** kemampuan mengkonstruksi gambar dari suatu sajian analitik sehingga jawaban dapat disusun berdasarkan kontruksi gambar tersebut. Contohnya adalah butir instrumen nomor 5 dan 6, h. 217.
5. **Kesalahan visualistik:** kesalahan yang disebabkan karena gambar tidak tepat, atau kerena gambar tidak dilengkapi dan atau tidak dimanipulasi, atau karena konstruksi gambar dari sajian analitik tidak benar sehingga jawaban tidak dapat disusun.

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA PERPUSTAKAAN