

BAB VI PENUTUP

6.1. Simpulan

Berdasarkan pemaparan pada bab sebelumnya, maka dapat diperoleh simpulan sebagai berikut:

1. Ruang barisan Orlicz $\ell_\Phi(\mathbb{Z})$ adalah himpunan semua barisan $X := (x_n): \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ sedemikian sehingga

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Phi\left(\frac{|x_k|}{\alpha}\right) < \infty$$

untuk suatu $\alpha > 0$. Selanjutnya, ruang barisan Orlicz $\ell_\Phi(\mathbb{Z})$ adalah ruang Banach yang dilengkapi dengan norma

$$\|X\|_{\ell_\Phi(\mathbb{Z})} := \inf \left\{ b > 0: \sum_{k=1}^{\infty} \Phi\left(\frac{|x_k|}{b}\right) \leq 1 \right\} < \infty.$$

Selanjutnya, struktur dari ruang barisan Orlicz terkait ketaksamaan norma pada ruang tersebut dapat dilihat pada Lema 5.1.4. hingga Teorema 5.1.10. dimana hasil tersebut serupa dengan hasil yang telah diperoleh pada ruang Orlicz.

2. Syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang barisan Orlicz diperoleh dengan memanfaatkan norma barisan karakteristik pada \mathbb{Z} . Berdasarkan Teorema 4.2.2. dan Akibat 5.2.5., diperoleh bahwa $\Phi_1(t) \leq \Phi_2(Ct)$ untuk suatu $C > 0$ dan sembarang $t > 0$ merupakan kondisi agar berlaku syarat cukup sifat inklusi pada ruang Orlicz dan juga pada ruang barisan Orlicz.

Namun, syarat perlu sifat inklusi pada ruang barisan Orlicz hanya berlaku untuk $t = C\Phi_2^{-1}\left(\frac{1}{2N_0+1}\right)$, berbeda dengan syarat cukup sifat inklusi pada ruang Orlicz yang berlaku untuk sembarang $t > 0$. Lebih jauh lagi, berdasarkan hal tersebut maka diperoleh syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang barisan Orlicz.

3. Berdasarkan Lema 4.3.1. dan Lema 5.3.1., keberlakuan ketaksamaan Hölder pada ruang barisan Orlicz dapat diperoleh dengan cara pembuktian yang serupa pada ruang Orlicz.

Berdasarkan Teorema 4.3.3. dan Teorema 5.3.3., diperoleh bahwa $\prod_{i=1}^m \Phi_i^{-1}(t) \leq \Phi^{-1}(t)$ untuk sembarang $t \geq 0$ merupakan kondisi agar

berlaku syarat cukup perumuman ketaksamaan Hölder pada ruang Orlicz dan juga pada ruang barisan Orlicz.

Kemudian berdasarkan Teorema 5.3.4., syarat perlu perumuman ketaksamaan Hölder pada ruang barisan Orlicz diperoleh dengan memanfaatkan norma barisan karakteristik pada \mathbb{Z} , namun hal tersebut hanya berlaku untuk $t = \frac{1}{2N_0+1}$, berbeda dengan kondisi pada ruang Orlicz yang berlaku untuk sembarang $t \geq 0$ sebagaimana yang terdapat pada Teorema 4.3.3. Lebih jauh lagi, berdasarkan hal tersebut maka diperoleh syarat cukup dan perlu perumuman ketaksamaan Hölder pada ruang barisan Orlicz.

Hasil penelitian mengenai sifat inklusi pada ruang barisan Orlicz telah dipublikasikan pada *Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar (MSCEIS)* tahun 2019 dengan judul “*Several Properties of Discrete Orlicz Spaces*”.

6.2. Saran

Banyak hal yang bisa diteliti lebih lanjut dari hasil penelitian ini. Untuk penelitian lanjutan yang berkaitan dengan penelitian ini, maka terdapat beberapa saran yang disampaikan oleh penulis bagi yang tertarik untuk melakukan penelitian yang serupa. Saran tersebut adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji keberlakuan syarat perlu sifat inklusi dan ketaksamaan Hölder pada ruang barisan Orlicz sehingga dapat berlaku untuk $t \geq 0$.
2. Mengembangkan kajian penelitian ini sehingga dapat berlaku untuk ruang barisan Orlicz yang diperlemah, ruang barisan Orlicz yang diboboti, dan ruang barisan Orlicz-Morrey.