BAB III
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

3.1 Data Spasial

Data spasial memuat informasi tentang atribut dan informasi lokasi. Sedangkan data bukan spasial (*aspatial data*) hanya memuat informasi tentang atribut saja. Sebagai ilustrasi, data produk yang dihasilkan oleh suatu perusahaan berdasarkan banyaknya karyawan merupakan contoh data bukan spasial. Banyaknya orang yang bertahan dari suatu penyakit di berbagai daerah di suatu negara merupakan contoh data spasial (Fotheringham *et al*, 2002).

Data spasial merupakan sebuah data yang berorientasi geografis, memiliki sistem koordinat tertentu sebagai dasar referensinya dan mempunyai dua bagian penting yang membuatnya berbeda dari data lain, yaitu informasi lokasi (*spatial*) dan deskriptif (*attribute*) yang dijelaskan berikut ini :

1. Informasi lokasi (*spatial*) berkaitan dengan suatu koordinat geografi yaitu lintang (*latitude*) dan bujur (*longitude*).
2. Informasi deskriptif (*attribute*) atau informasi non-spasial, suatu lokasi yang memiliki beberapa keterangan seperti populasi dan jenis vegetasi (Fikri dkk, 2009) .

Data spasial secara sederhana dapat diartikan sebagai data yang memiliki referensi keruangan (geografi). Setiap bagian dari data tersebut selain memberikan gambaran tentang suatu fenomena, juga dapat memberikan informasi mengenai lokasi dan juga persebaran dari fenomena tersebut dalam suatu ruang (wilayah). Apabila dikaitkan dengan cara penyajian data, maka peta merupakan bentuk/cara penyajian data spasial yang paling tepat.

Analisis terhadap data spasial memerlukan perhatian lebih dibandingkan dengan analisis terhadap data bukan spasial. Kondisi dari suatu lokasi pengamatan akan berbeda dengan lokasi pengamatan yang lain. Meskipun demikian, kondisi di suatu lokasi pengamatan akan memiliki hubungan yang erat dengan lokasi pengamatan lain yang berdekatan.

Hal tersebut sesuai dengan Hukum I Tobler yang dikemukakan oleh Tobler (Tobler's *fisrt law of geography*) dalam Schanbenberger dan Gotway (2005), yaitu "*Everything is related to everything else, but near thing are more related than distant things*" yang berarti "Segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh".

Hubungan tersebut dinamakan efek spasial. Efek spasial di sini terkait dengan perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar lokasi pengamatan sehingga masing-masing pengamatan kemungkinan memiliki variasi yang berbeda atau terdapat perbedaan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon untuk setiap lokasi pengamatan. Efek spasial ini kemudian disebut sebagai keragaman spasial atau heterogenitas spasial.

Oleh karena itu, diperlukan sebuah metode statistika yang diharapkan dapat mengantisipasi heterogenitas spasial. Metode statistika tersebut yaitu metode regersi terboboti geografis atau *Geographically Weighted Regression* (GWR) (Fotheringham *et al*, 2002).

3.2 Geographically Weighted Regression (GWR)

Model regresi terboboti geografis (RTG) atau *Geographically Weighted Regression* (GWR) pertama kali diperkenalkan oleh Fotheringham pada tahun 1967. Model GWR adalah pengembangan dari model regresi linear klasik atau *Ordinary Linear Regression* (OLR). Model GWR adalah model regresi yang dikembangkan untuk memodelkan data dengan variabel respon yang bersifat kontinu dan mempertimbangkan aspek spasial atau lokasi.

Pendekatan yang dilakukan dalam GWR adalah pendekatan titik. Setiap nilai parameter ditaksir pada setiap titik lokasi pengamatan, sehingga setiap titik lokasi pengamatan mempunyai nilai parameter yang berbeda-beda.

Model dari *Geographically Weighted Regression* (GWR) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k \,(u_i, v_i) X_{ik} + \varepsilon_i \tag{3.1}$$

dimana

Y_i	:	nilai variabel respon pada titik lokasi pengamatan ke-*i*
X_{ik}	:	nilai variabel prediktor ke-*k* pada titik lokasi pengamatan ke-*i*
u_i, v_i	:	koordinat titik lokasi pengamatan ke-*i* (*longitude*, *latitude*)
$\beta_0(u_i, v_i)$	:	konstanta/*intercept* GWR
$\beta_k(u_i, v_i)$	:	koefisien regresi ke-*k* pada titik lokasi pengamatan ke-*i*
ε_i	:	*error* pada titik lokasi ke-*i* yang diasumsikan independen, identik, dan berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians σ^2

Persamaan (3.1) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$Y = (X \otimes \beta)1 + \varepsilon \tag{3.2}$$

dengan $\otimes$ merupakan operator perkalian logika dimana setiap elemen dari β dikalikan dengan elemen dari X secara berpasangan. Jika terdapat n data pengamatan dan p buah variabel prediktor, maka hasil kali antara X dengan β akan menghasilkan matriks berukuran $n \times (p+1)$, dan 1 adalah vektor satuan berukuran $(p+1) \times 1$. Matriks β memuat n himpunan parameter lokal dan dinyatakan sebagai berikut :

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0(u_1, v_1) & \beta_1(u_1, v_1) & \beta_2(u_1, v_1) & \cdots & \beta_p(u_1, v_1) \\ \beta_0(u_2, v_2) & \beta_1(u_2, v_2) & \beta_2(u_2, v_2) & \cdots & \beta_p(u_2, v_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0(u_n, v_n) & \beta_1(u_n, v_n) & \beta_2(u_n, v_n) & \cdots & \beta_p(u_n, v_n) \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

3.2.1 Penkasiran Koefisien Regresi GWR

Penaksiran koefisien regresi pada *Geographically Weighted Regression* (GWR) dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti atau *Weighted Least Square* (WLS), yaitu metode kuadrat terkecil dengan memberikan pembobot yang berbeda pada setiap titik lokasi pengamatan. Pembobot tersebut berupa matriks diagonal dimana elemen-elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari titik lokasi pengamatan.

Misalkan pembobot untuk setiap titik lokasi pengamatan (u_i, v_i) adalah w_{ij} , $j = 1,2, \cdots, n$, maka koefisien regresi pada titik lokasi pengamatan (u_i, v_i) ditaksir dengan menambahkan pembobot w_{ij} pada Persamaan (3.1) dan meminumkan jumlah kuadrat *error*-nya seperti pada penaksiran koefisien regresi linear klasik sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ij}\, \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \left[Y_l - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) X_{ik}\right]^2 \qquad (3.4)$$

Misalkan matriks pembobot pada titik lokasi pengamatan ke-i adalah $W(u_i, v_i)$ dan dinyatakan sebagai berikut :

$$W(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{in} \end{bmatrix} \qquad (3.5)$$

$W(u_i, v_i)$ merupakan matriks diagonal $(n \times n)$ dengan setiap elemen diagonalnya adalah pembobot untuk masing-masing titik lokasi pengamatan (u_i, v_i) atau w_{ij} .

Persamaan (3.4) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\varepsilon' W(u_i, v_i)\varepsilon = Y' W(u_i, v_i) Y - 2\beta'(u_i, v_i) X' W(u_i, v_i) Y + \beta'(u_i, v_i) X' W(u_i, v_i) X \beta(u_i, v_i) \qquad (3.6)$$

Jumlah kuadrat *error* akan minimum dengan mendiferensialkan Persamaan (3.6) terhadap $\beta'(u_i, v_i)$ sebagai berikut :

$$\frac{\partial}{\partial \beta'(u_i, v_i)} \varepsilon' W(u_i, v_i)\varepsilon = 0 - 2X' W(u_i, v_i) Y + 2X' W(u_i, v_i) X \hat{\beta}(u_i, v_i) = 0 \qquad (3.7)$$

Penyelesaian Persamaan (3.7) sebagai berikut :

$$0 - 2X' W(u_i, v_i) Y + 2X' W(u_i, v_i) X \hat{\beta}(u_i, v_i) = 0$$

$$-2X' W(u_i, v_i) Y + 2X' W(u_i, v_i) X \hat{\beta}(u_i, v_i) = 0$$

$$2X'W(u_i,v_i)X\hat{\beta}(u_i,v_i) = 2X'W(u_i,v_i)Y$$

$$X'W(u_i,v_i)X\hat{\beta}(u_i,v_i) = X'W(u_i,v_i)Y \quad (3.8)$$

Untuk memperoleh nilai taksiran koefisien regresi $\hat{\beta}(u_i,v_i)$, kalikan kedua ruas dari sebelah kiri pada Persamaan (3.8) dengan invers dari $X'W(u_i,v_i)X$ sehingga :

$$[X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)X\hat{\beta}(u_i,v_i) = [X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)Y \quad (3.9)$$

karena $[X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)X = I$, maka :

$$I\hat{\beta}(u_i,v_i) = [X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)Y$$

atau

$$\hat{\beta}(u_i,v_i) = [X'W(u_i,v_i)X]^{-1}\,X'W(u_i,v_i)Y \quad (3.10)$$

$\hat{\beta}(u_i,v_i)$ merupakan penaksir yang tak bias, efisien, dan konsisten bagi $\beta(u_i,v_i)$.

Misalkan $x_i' = (1, x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{ip})$ adalah elemen baris ke-i dari matriks X, maka nilai taksiran untuk Y pada titik lokasi pengamatan (u_i,v_i) adalah :

$$\hat{Y}_i = x_i'\hat{\beta}(u_i,v_i)$$

$$\hat{Y}_i = x_i'[X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)Y \quad (3.11)$$

Misalkan $x_i'[X'W(u_i,v_i)X]^{-1}X'W(u_i,v_i)$ adalah elemen baris ke-i dari matriks S_1, sehingga nilai taksiran Y untuk n buah pengamatan dapat ditentukan sebagai berikut :

$$\hat{Y} = S_1Y \quad (3.12)$$

dengan

$$S_1 = \begin{bmatrix} x_1'[X'W(u_1,v_1)X]^{-1}X'W(u_1,v_1) \\ x_2'[X'W(u_2,v_2)X]^{-1}X'W(u_2,v_2) \\ \vdots \\ x_n'[X'W(u_n,v_n)X]^{-1}X'W(u_n,v_n) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.2.2 Pembobot Model GWR

Peran pembobot dalam GWR merupakan aspek penting. Pembobot tersebut bergantung pada jarak antar titik lokasi pengamatan. Seperti penjelasan sebelumnya, pembobot tersebut berupa matriks diagonal dimana elemen-elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari setiap titik lokasi pengamatan. Fungsi dari matriks pembobot adalah untuk menentukan atau menaksir parameter yang berbeda pada setiap titik lokasi pengamatan.

Matriks pembobot pada GWR merupakan matriks pembobot berbasis pada kedekatan titik lokasi pengamatan ke-i dengan titik lokasi pengamatan lainnya. Pengamatan terdekat ke titik lokasi pengamatan ke-i umumnya diasumsikan memiliki pengaruh paling besar terhadap penaksiran parameter di titik lokasi pengamatan ke-i. Oleh karena itu, matriks pembobot $W(u_i, v_i)$ akan semakin besar seperti jarak yang semakin dekat.

Terdapat beberapa cara yang dapat digunakan untuk menentukan nilai pembobot. Salah satu cara yang paling sederhana adalah dengan memberikan bobot sebesar 1 untuk setiap titik lokasi pengamatan *i* dan *j* sebagai berikut :

$$w_{ij} = 1 \quad , \forall\ i\ dan\ j \tag{3.14}$$

Sehingga, model yang dihasilkan apabila menggunakan fungsi pembobot ini adalah model regresi linear klasik atau *Ordinary Linear Regression* (OLR).

Pembobot dalam GWR juga dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi invers jarak sebagai berikut :

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & , jika\ d_{ij} < b \\ 0 & , jika\ d_{ij} \geq b \end{cases} \tag{3.15}$$

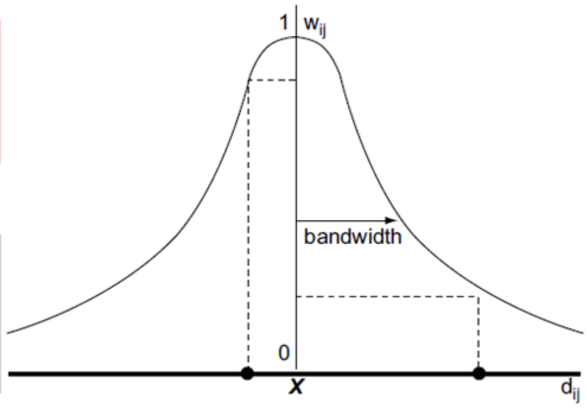
d_{ij} adalah jarak *euclidean* antara titik lokasi pengamtan ke-i dengan titik lokasi pengamatan ke-*j* (Fotheringham *et al*, 2002).

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \tag{3.16}$$

dan b adalah *bandwidth* atau lebar jendela yang dianalogikan sebagai radius (b) suatu lingkaran, sehingga sebuah titik lokasi pengamatan yang berada dalam radius lingkaran masih dianggap berpengaruh dalam membentuk parameter di titik lokasi pengamatan ke-*i*.

Fungsi invers jarak akan memberikan bobot = 1, jika titik lokasi ke-*j* berada di dalam radius b. Sedangkan jika titik lokasi ke-*j* berada di luar radius b dari titik lokasi ke-*i*, maka fungsi invers jarak akan memiliki bobot = 0.

Selain itu, matriks pembobot $W(u_i, v_i)$ dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi Kernel. Fungsi Kernel memberikan pembobot sesuai *bandwidth* optimum yang nilainya bergantung pada kondisi data.



X : titik lokasi pengamatan ke-*i* (*regression point*)

● : titik lokasi pengamatan lainnya (*data point*)

w_{ij} : pembobot dari titik lokasi pengamatan ke-*j* terhadap titik lokasi pengamatan ke-*i*

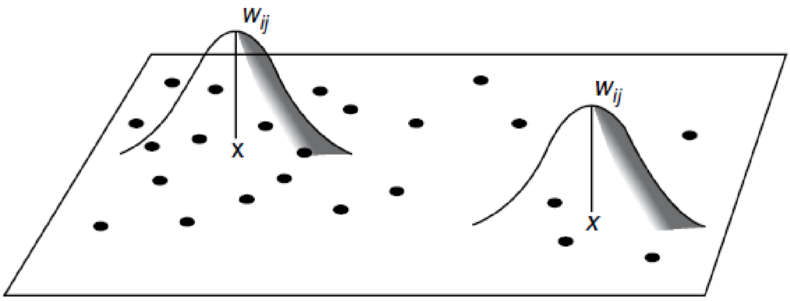
d_{ij} : jarak antara titik lokasi pengamatan ke-*i* terhadap titik lokasi pengamatan ke-*j*

Gambar 3. 1 Kernel Spasial

Terdapat dua jenis fungsi Kernel dalam GWR, yaitu fungsi Kernel tetap atau *fixed Kernel* dan fungsi Kernel adaptif atau *adaptive Kernel* (Wheeler dan Antonio, 2010).

a. Fungsi Kernel tetap (*fixed Kernel*)

Fungsi Kernel tetap memiliki *bandwidth* yang sama pada setiap titik lokasi pengamatan.



X : titik lokasi pengamatan ke-*i* (*regression point*)
● : titik lokasi pengamatan lainnya (*data point*)

Gambar 3. 2 GWR dengan Kernel Tetap

Dua jenis fungsi Kernel tetap yang digunakan dalam GWR adalah :

1. Fungsi Kernel *Gaussian*

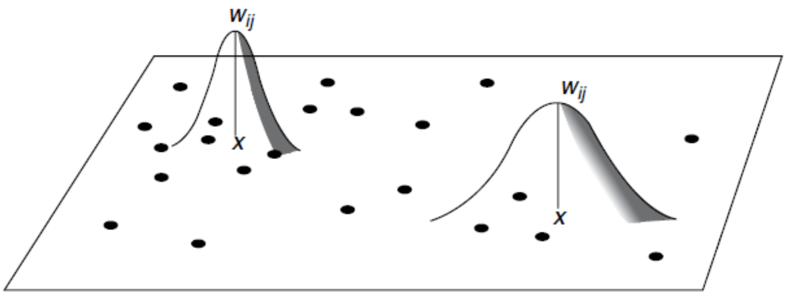
$$w_{ij} = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right] \quad (3.17)$$

2. Fungsi Kernel *Bi-square*

$$w_{ij} = \begin{cases} \left[1-\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right]^2 & , jika\ d_{ij} < b \\ 0 & , lainnya \end{cases} \quad (3.18)$$

b. Fungsi Kernel adaptif (*adaptive Kernel*)

Fungsi Kernel adaptif memiliki *bandwidth* yang berbeda untuk setiap titik lokasi pengamatan. Hal ini disebabkan kemampuan fungsi Kernel adaptif yang dapat disesuaikan dengan kondisi titik-titik pengamatan. Bila titik-titik lokasi pengamatan tersebar secara padat disekitar lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh relatif sempit. Sebaliknya jika titik-titik lokasi pengamatan memiliki jarak yang relatif jauh dari titik lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh akan semakin luas (Dwinata, 2012).



X : titik lokasi pengamatan ke-*i* (*regression point*)
● : titik lokasi pengamatan lainnya (*data point*)

Gambar 3. 3 GWR dengan Kernel Adaptif

Dua jenis fungsi Kernel adaptif yang digunakan dalam GWR adalah :

1. Fungsi Kernel adaptif *Gaussian*

$$w_{ij} = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{b_{i(q)}}\right)^2\right] \quad (3.19)$$

2. Fungsi Kernel adaptif *Bi-square*

$$w_{ij} = \begin{cases} \left[1-\left(\frac{d_{ij}}{b_{i(q)}}\right)^2\right]^2 & , jika\ d_{ij} < b \\ 0 & , lainnya \end{cases} \quad (3.20)$$

dengan $b_{i(q)}$ adalah *bandwidth* adaptif yang menetapkan q sebagai jarak tetangga terdekat dari titik lokasi pengamatan ke-*i*.

3.2.3 Bandwith pada GWR

Dalam fungsi pembobot Kernel di atas, terdapat parameter *bandwidth* yang nilainya tidak diketahui. Sehingga, perlu dilakukan penaksiran terhadap parameter *bandwidth* tersebut. *Bandwidth* dapat dianalogikan sebagai radius (b) suatu lingkaran, sehingga sebuah titik lokasi pengamatan yang berada dalam radius lingkaran masih dianggap berpengaruh dalam membentuk parameter di titik lokasi pengamatan ke-*i*. Pemilihan *bandwidth* optimum dalam GWR merupakan hal yang penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data.

Nilai *bandwidth* yang sangat kecil akan mengakibatkan penaksiran parameter di lokasi pengamatan ke-i semakin bergantung pada titik lokasi pengamatan lain yang memiliki jarak terdekat dengan lokasi pengamatan ke-i, sehingga varians yang dihasilkan akan semakin besar. Sebaliknya, jika nilai *bandwidth* sangat besar maka akan mengakibatkan bias yang semakin besar, sehingga model yang diperoleh terlalu halus (Dwinata, 2012).

Metode yang digunakan untuk menentukan *bandwidth* optimum adalah metode validasi silang atau *Cross Validation* (CV) sebagai berikut :

$$CV = \sum_{i=1}^{n}[y_i - \hat{y}_{i\neq i}(b)]^2 \tag{3.21}$$

dengan $\hat{y}_{i\neq i}(b)$ adalah nilai penaksir y_i , dimana pengamatan di titik lokasi pengamatan ke-i dihilangkan dari proses penaksiran. Nilai *bandwidth* optimum diperoleh ketika CV minimum (Fotheringham *et al*, 2002).

3.3 Uji Keberartian Model GWR

Uji keberartian model GWR dilakukan untuk menentukan apakah model GWR lebih baik secara signifikan dalam memodelkan data daripada model OLR atau tidak.

Perumusan hipotesisnya adalah :

H_0 : Tidak ada pengaruh faktor geografis pada model

H_1 : Ada pengaruh faktor geografis pada model

atau

H_0 : $\beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$ untuk setiap $k = 1,2,\cdots,p$ dan $i = 1,2,\cdots,n$

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$, $k = 1,2,\cdots,p$

Penentuan statistik uji untuk uji keberartian model GWR didasarkan pada jumlah kuadrat residual atau *residual sum of square* yang diperoleh dari model OLR dan GWR.

Misalkan $\hat{Y} = \left(\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \cdots, \hat{Y}_n\right)'$ adalah verktor dari nilai taksiran Y dan $\hat{\varepsilon} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \cdots, \hat{\varepsilon}_n)'$ adalah vektor dari nilai taksiran residual. Maka diperoleh nilai taksiran untuk variabel respon Y sebagai berikut :

$$\hat{Y} = S_z Y \tag{3.22}$$

dan nilai taksiran residual dari model OLR atau GWR dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y} = Y - S_z Y = (I - S_z)Y \tag{3.23}$$

I merupakan matriks identitas dan S_z merupakan matriks topi dengan z bernilai 0 atau 1 yang masing-masing menunjukkan model OLR atau GWR.

Jumlah kuadrat residual dari kedua model tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$$\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = Y'(I - S_z)'(I - S_z)Y$$

$$\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = Y' P_z Y \tag{3.24}$$

dengan $P_z = (I - S_z)'(I - S_z)$.

Ketika $z = 0$, maka diperoleh S_0 yaitu matriks topi untuk model OLR yang dinyatakan sebagai berikut :

$$S_0 = X(X'X)^{-1}X' \tag{3.25}$$

Sehingga, jumlah kuadrat residual atau *residual sum of square* untuk model OLR adalah :

$$JK(S)_{OLR} = Y'(I - S_0)'(I - S_0)Y \tag{3.26}$$

dan ketika $z = 1$, maka diperoleh S_1 yaitu merupakan matriks topi untuk model GWR yang dinyatakan pada Persamaan (3.13) sebagai berikut :

$$S_1 = \begin{bmatrix} x_1'[X'W(u_1, v_1)X]^{-1}X'W(u_1, v_1) \\ x_2'[X'W(u_2, v_2)X]^{-1}X'W(u_2, v_2) \\ \vdots \\ x_n'[X'W(u_n, v_n)X]^{-1}X'W(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

Sehingga, jumlah kuadrat residual atau *residual sum of square* untuk model GWR adalah :

$$JK(S)_{GWR} = Y'(I - S_1)'(I - S_1)Y \tag{3.27}$$

Selisih antara jumlah kuadrat residual model OLR dan model GWR disebut sebagai GWR *improvement* dan dinyatakan sebagai berikut :

$$GWR_{IMP} = JK(S)_{OLR} - JK(S)_{GWR} \tag{3.28}$$

Adapun statistik uji yang digunakan untuk uji keberartian model GWR adalah :

$$F = \frac{Jumla\ h\ Kuadrat\ \ Residual\ \ Model\ \ OLR}{Jumla\ h\ Kuadrat\ \ Residual\ \ Model\ \ GWR} \tag{3.29}$$

dengan n adalah banyak lokasi pengataman.

Kriteria uji yang digunakan yaitu, jika $F \geq F_{\alpha;(dk_1,dk_2)}$, maka H_0 ditolak. Artinya, ada perbedaan yang signifikan antara model OLR dan model GWR dalam memodelkan data. Nilai $F_{\alpha;(dk_1,dk_2)}$, diperoleh dari Tabel Distribusi F dengan taraf signifikansi α, dk pembilang $= dk_1 = n - p - 1$, dan dk penyebut $= dk_2 = n - 2tr(S_1) + tr(S_1'S_1)$ (Brunsdon, Fotheringham & Charlton, 2002, 91-92).

3.4 Uji Keberartian Koefisien GWR

Pengujian parameter model GWR dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kasus gizi anak balita di setiap kota/kabupaten di Jawa Barat.

Perumusan hipotesis yang digunakan adalah :

H_0 : $\beta_k(u_i, v_i) = 0 ; k = 1,2,\cdots,p$

H_1 : $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i,v_i)}{SE[\hat{\beta}_k(u_i,v_i)]} \tag{3.30}$$

dimana $SE[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)]$ merupakan standar *error* yang diperoleh dari akar positif varians $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$.

Perhatikan Persamaan (3.10), yaitu penaksir paramater lokal untuk model GWR . Persamaan (3.10) dapat ditulis dalam bentuk sederhana sebagai berikut :

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = CY \tag{3.31}$$

dimana

$$C = [X' W(u_i, v_i) X]^{-1} X' W(u_i, v_i) \tag{3.32}$$

Varians dari penaksir parameter GWR adalah :

$$Var[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)] = CC' \sigma^2 \tag{3.33}$$

dengan σ^2 adalah jumlah kuadrat residual normal dari regresi lokal dan didefinisikan sebagai berikut :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n - 2v_1 + v_2)} \tag{3.34}$$

dengan

$$v_1 = tr(S_1) \tag{3.35}$$

dan

$$v_2 = tr(S_1' S_1) \tag{3.36}$$

Sehingga,

$$SE[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)] = \sqrt{Var[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)]} = \sqrt{CC' \sigma^2} \tag{3.37}$$

Kriteria pengujian yang digunakan yaitu, jika $|t_{hit}| > t_{1-\frac{\alpha}{2},(n-p-1)}$ maka H_0 ditolak. Artinya $\hat{\beta}_k(u_i, v_i) \neq 0$ atau dengan dengan kata lain koefisien regresi lokal $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ yang diperoleh untuk model GWR tersebut berarti. Nilai $t_{1-\frac{\alpha}{2},(n-p-1)}$ diperoleh dari Tabel Distribusi *t-Student* dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dan $dk = (n - p - 1)$.

3.5 Koefisien Determinasi (R^2) Lokal

Dalam model regresi global yaitu model regresi linear klasik, koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur proporsi dari variasi dalam data pengamatan yang dapat dijelaskan oleh model. Sedangkan dalam GWR, koefisien determinasi lokal (R_i^2) ditentukan untuk menentukan baik tidaknya sebuah model pada suatu titik lokasi pengamatan. R_i^2 dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$R_i^2 = \frac{JK\,(T)_{GWR} - JK\,(S)_{GWR}}{JK\,(T)_{GWR}} \tag{3.38}$$

dengan $JK(T)_{GWR}$ adalah jumlah kuadrat total model GWR yang dinyatakan sebagai berikut :

$$JK(T)_{GWR} = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(Y_j - \bar{Y}\right)^2 \tag{3.39}$$

dan $JK(S)_{GWR}$ adalah jumlah kuadrat residual model GWR yang dinyatakan sebagai berikut :

$$JK(S)_{GWR} = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(Y_j - \hat{Y}_j\right)^2 \tag{3.40}$$

sedangkan w_{ij} adalah pembobot pada titik lokasi pengamatan ke-*j* dari titik lokasi pengamatan ke-*i*, dengan $i, j = 1,2, \cdots, n$ (Fotheringham *et al*, 2002).

3.6 Langkah-Langkah Analisis

Adapun langkah-langkah analisis yang dilakukan untuk menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi kasus gizi buruk anak balita di Jawa Barat dengan menggunakan *Geographically Weighted Regression* (GWR) adalah :

1. Mendeskripsikan variabel respon dan variabel-variabel prediktor kasus gizi buruk anak balita di Jawa Barat.
2. Menganalisis model regresi linear klasik atau *Ordinary Linear Regression* (OLR) untuk kasus gizi buruk anak balita di Jawa Barat dengan langkah-langkah sebagai berikut :
    a. Melakukan uji asumsi residual kasus gizi buruk anak balita di Jawa Barat.

b. Menaksir parameter model regresi klasik dengan metode kuadrat terkecil atau *Ordinary Least Square* (OLS).

c. Melakukan uji keberartian model regresi linear berganda.

3. Menganalisis model *Geographically Weighted Regression* (GWR) untuk kasus gizi buruk anak balita di Jawa Barat dengan langkah-langkah sebagai berikut :

   a. Menentukan koordinat *longitude latitude* tiap kota/ kabupaten di Jawa Barat.

   b. Menghitung jarak *euclidean* antar kota/ kabupaten di Jawa Barat.

   c. Menentukan *bandwidth* berdasarkan kriteria CV minimum.

   d. Menghitung matriks pembobot tiap kota/kabupaten di Jawa Barat dengan fungsi Kernel.

   e. Menaksir parameter GWR dengan menggunakan *bandwidth* optimum.

4. Membandingkan jumlah kuadrat residual atau *residual sum of sqaure* dan koefisien determinasi R^2 model dari OLS, model GWR dengan pembobot *fixed* Kernel Gaussian, dan GWR dengan pembobot *adaptive* Kernel Gaussian.

5. Menginterpretasi dan menyimpulkan hasil yang diperoleh.