

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Graf merupakan suatu pasangan himpunan simpul dan sisi (Munir, 2014). Pengaitan simpul-simpul pada graf membentuk sisi dan dapat dipresentasikan pada suatu gambar sehingga membentuk pola suatu graf tertentu.

Teori graf menjadi salah satu cabang matematika yang memiliki perkembangan sangat cepat, hal ini terjadi setelah dikenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, Ia membuktikan masalah jembatan Königsberg dengan memodelkan masalah tersebut ke dalam bentuk graf. Walaupun relatif baru jika dibandingkan dengan cabang-cabang lainnya, teori Graf dengan cepat menemukan banyak aplikasi di dunia digital saat ini (Issaac, 2017). Contoh aplikasinya seperti mendapatkan solusi atas masalah-masalah yang berkaitan dengan jaringan untuk mendapatkan lintasan terpendek, solusi terhadap masalah penjadwalan yang dapat mempermudah kehidupan manusia modern saat ini, dan solusi-solusi lainnya.

Kotzig dan Rosa (1982), memperkenalkan mengenai pelabelan suatu graf yang merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum dipresentasikan oleh simpul dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf dapat diaplikasikan pada sektor sistem transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan pemancar frekuensi radio. Contoh pada sektor sistem komunikasi ini seperti pelabelan graf dalam mengurangi resiko vulnerabilitas topologi jaringan, yang elemen dalam jaringan digambarkan sebagai simpul dan koneksi antar dua elemen digambarkan sebagai sisi. Untuk contoh pada sektor penyimpanan data komputer seperti aplikasi pelabelan graf anti ajaib pada strategi pengamanan data di server komputer.

Berdasarkan Gallian A. Joseph (1997), ada banyak konsep pelabelan yang dikenalkan oleh Kotzig dan Rosa tahun 1970, diantaranya pelabelan *cordial* dan *e-cordial*. Pada tahun 1987, I. Cahit menulis jurnal yang berjudul "*Cordial Graphs: A Weaker Version Of Graceful and Harmonious Graphs.*". Di dalam jurnalnya Cahit (1987) mendefinisikan suatu pelabelan dinamakan *cordial* jika ada pemetaan biner  $f: V(G) \rightarrow \{0,1\}$  yang menginduksi pelabelan pada sisi  $e = uv$  dinyatakan dengan  $f': E(G) \rightarrow$

Fitri Rokhmatillah, 2020

*Pelabelan E-Cordial Pada Graf Kubah  $Cu(a,b,n)$*

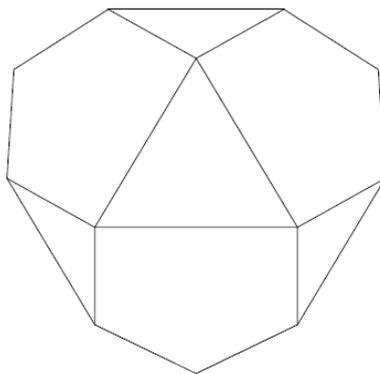
Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

$\{0,1\}$  dan didefinisikan dengan  $f'(e = uv) = |f(u) - f(v)|$  sehingga memenuhi syarat  $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$  dan  $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$ , dimana  $e_f(0), e_f(1)$  berturut-turut menyatakan banyaknya sisi yang berlabel 0 dan 1,  $v_f(0), v_f(1)$  berturut-turut menyatakan banyaknya titik yang berlabel dengan 0 dan 1. Penentuan kekordialan suatu graf hanya dilakukan secara *heuristic* untuk kelas-kelas graf tertentu. Sejak diperkenalkan oleh Cahit(1987), sudah banyak sekali kelas-kelas graf yang diselidiki sifat kekordialannya, termasuk graf siklus, graf pohon, graf lengkap, dan graf bipartit.

Yilmaz (1997) mengembangkan pelabelan *cordial* menjadi pelabelan *e-cordial*. Mereka menulis jurnal yang berjudul "*E-Cordial Graphs*" yang membahas beberapa jenis graf sederhana. Pelabelan *cordial* adalah penginduksian pelabelan simpul pada pelabelan sisi, sedangkan pelabelan *e-cordial* adalah penginduksian pelabelan sisi pada simpul.

Rahadjeng dan Widyawati(2014) membuktikan bahwa graf komplit, graf sikel, graf bintang, dan graf roda dapat dilabeli secara *e-cordial*. Dalam penelitiannya, mereka terlebih dahulu menentukan sifat-sifat umum pada graf-graf tersebut termasuk jumlah simpul, sisi, juga kegenapan jumlah sisi serta siklusnya. Kemudian sifat-sifat tersebut digunakan untuk menentukan apakah graf-graf tersebut dapat dilabeli secara *e-cordial* atau tidak.

Pada penelitian ini akan dikaji mengenai pelabelan pada graf kubah  $Cu(a, b, n)$ , dengan  $a, b$  dan  $n$  merupakan bilangan bulat,  $3 \leq a < b$  dan  $n \geq 3$ . Bilangan  $a$  ini adalah graf sikel dengan banyak simpul  $a$  yang tepat satu simpulnya beririsan dengan setiap simpul pada graf sikel  $n$ , bilangan  $b$  adalah graf sikel dengan banyak simpul  $b$  yang tepat satu sisinya beririsan dengan setiap sisi pada graf sikel  $n$ , dan  $n$  adalah graf sikel dengan banyak simpul  $n$  yang dikelilingi oleh graf sikel  $a$  dan graf sikel  $b$ . Contoh graf kubah  $Cu(3,5,3)$  terdapat pada Gambar 1.1. Berdasarkan teorema-teorema yang telah ada, akan ditentukan apakah graf kubah  $Cu(a, b, n)$  dapat dilabeli secara *e-cordial* atau tidak.



**Gambar 1. 1** Graf Kubah  $Cu(3,5,3)$

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis dapat merumuskan masalah yaitu:

1. Bagaimana algoritma dalam melabeli graf kubah  $Cu(a, b, n)$  secara *E-cordial*?
2. Apa karakteristik graf kubah yang tidak dapat dilabeli secara *E-Cordial*?

## 1.3 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah yang digunakan dalam tugas ini adalah:

1. Banyak simpul dan sisi pada graf yang digunakan berhingga.
2. Untuk Graf yang digunakan yaitu graf kubah  $Cu(a, b, n)$  dengan  $b > a = 3$  dan  $n \geq 3$ .

## 1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, penulis dapat merumuskan tujuan penulisan yaitu:

1. Membangun algoritma dalam melabeli graf kubah  $Cu(a, b, n)$  secara *E-cordial*.
2. Mengkarakterisasi graf kubah  $Cu(a, b, n)$  yang tidak dapat dilabeli secara *E-cordial*.

## 1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penulisan adalah sebagai berikut.

1. Bagi penulis
  - a. Sebagai sumber ilmu pengetahuan untuk memperluas wawasan tentang cara menemukan suatu pelabelan *e-cordial* pada suatu graf.
  - b. Secara umum dapat digunakan sebagai acuan bagi penelitian berikutnya yang menggunakan metode pelabelan *e-cordial*.
2. Bagi pembaca
  - a. Sebagai bahan bacaan yang dapat menambah ilmu pengetahuan dan sebagai referensi.
  - b. Dapat mengetahui dan memahami pelabelan *e-cordial* secara lebih luas.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika dari penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut:

### 1. BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisi: Latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

### 2. BAB II LANDASAN TEORI

Bab kedua ini berisi materi yang menjadi landasan masalah, yaitu mengenai konsep dasar graf, graf sikel  $C_n$ , graf kubah  $Cu(a, b, n)$ , aritmatika modulo, kongruen, dan pelabelan *e-cordial*.

### 3. BAB III METODE PENELITIAN

Fitri Rokhmatillah, 2020

*Pelabelan E-Cordial Pada Graf Kubah  $Cu(a, b, n)$*

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam membahas penelitian.

#### 4. BAB IV PELABELAN E-CORDIAL PADA GRAF KUBAH $Cu(a, b, n)$

Bab empat membahas algoritma yang telah dikonstruksi untuk pelabelan pada graf kubah  $Cu(a, b, n)$  dengan cara pelabelan *e-cordial*, mengilustrasikan pelabelan *e-cordial* pada beberapa graf kubah  $Cu(3, b, n)$ , dan karakterisasi pelabelan *e-cordial* pada graf kubah  $Cu(3, b, n)$  yang tidak dapat dilabeli secara *e-cordial*.

#### 5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab lima ini berisi kesimpulan dan hasil penelitian yang telah dilakukan dan saran bagi pembaca yang ingin melanjutkan dalam skripsi ini.