

**BAB III**  
**OPTIMISASI PENDISTRIBUSIAN DANA**  
**BANTUAN OPERASIONAL SEKOLAH (BOS) DENGAN PENDEKATAN**  
***FUZZY GOAL PROGRAMMING***

Bab ini membahas optimisasi pendistribusian dana Bantuan Operasional Sekolah (BOS) SMK di Kota Bandung. Karena tujuan akhir dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan penyelesaian masalah optimisasi pendistribusian dana BOS, maka perlu dibentuk model optimisasi yang sesuai dengan data dana BOS. Model optimisasi yang digunakan pada permasalahan optimisasi pendistribusian dana BOS ini adalah model *goal programming* dengan penyelesaiannya menggunakan pendekatan *fuzzy*.

### **3.1 Masalah Pendistribusian Dana BOS**

Pendistribusian dana BOS merupakan program dari pemerintah yang pada dasarnya digunakan untuk penyediaan pendanaan biaya operasi nonpersonalia bagi satuan pendidikan dasar sebagai pelaksanaan wajib belajar selama 9 tahun. Pendanaan tersebut akan diterima oleh sekolah tiap triwulannya. Namun yang terjadi pada kehidupan nyata atau prakteknya bahwa pendistribusian dana BOS itu tidak mengikuti aturan ketentuan pemerintah dimana harus sesuai dengan jumlah siswanya. Pendistribusian dana BOS itu setiap triwulannya berbeda-beda. Sekalipun ada juga jumlah siswa yang sama. Bahkan ada pada suatu kondisi pada triwulan tertentu beberapa sekolah itu tidak menerima dana BOS.

Berdasarkan permasalahan tersebut penulis tertarik untuk melihat optimalisasi dari pendistribusian dana BOS ini. Dana BOS itu digunakan tujuannya untuk terpenuhinya jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah dan terpenuhinya jumlah dana BOS yang akan didistribusikan tiap triwulannya. Sehingga karena pendistribusian itu memiliki fungsi tujuan maka masalah optimalisasi pendistribusian dana BOS ini termasuk optimalisasi dengan multiobjektif.

### 3.2 Model Optimisasi

Subbab ini membahas mengenai proses pembangunan model matematika yang sesuai dengan masalah optimisasi pendistribusian dana BOS Kota Bandung Tahun 2019. Pembangunan model optimisasi masalah ini dimulai dengan terlebih dahulu membangun model multi objektif awal. Setelah terbentuk model multi objektif awal, model tersebut akan dipergunakan untuk membangun model *goal programming*. Sebelum mulai membangun model optimisasi, terlebih dahulu penulis mendefinisikan variabel-variabel keputusan serta parameter-parameter yang akan dipergunakan dalam model optimisasi tersebut.

Variabel-variabel keputusan pada model optimisasi pendistribusian dana BOS yaitu jumlah dana yang didistribusikan tiap tahun, jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah, jumlah siswa sasaran tiap sekolah, jumlah siswa tiap triwulan dan jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulan. Pendefinisian parameter-parameter pada model optimisasi pendistribusian dana BOS adalah sebagai berikut :

$I$  : Himpunan tahun

$J$  : Himpunan triwulan

$N$  : Himpunan sekolah

$X_{ni}$  : Jumlah dana yang didistribusikan tiap triwulan untuk sekolah  $n$  pada tahun ke- $i$

$W_{ni}$  : Jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah untuk tiap sekolah  $n$  pada tahun ke- $i$

$A_{ni}$  : Jumlah siswa sasaran untuk tiap sekolah  $n$  pada tahun ke- $i$

$T_{nj}$  : Jumlah siswa sasaran untuk tiap sekolah  $n$  pada triwulan ke- $j$

$S_{nj}$  : Jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap sekolah  $n$  pada triwulan ke- $j$

Tahap selanjutnya yaitu menentukan fungsi tujuan dari model optimisasi.

Fungsi tujuan tersebut adalah sebagai berikut :

1. Fungsi tujuan untuk maksimumkan jumlah siswa sasaran per tahun.

Maka banyaknya jumlah dana yang didistribusikan  $X_{ni}$  bergantung pada jumlah siswa  $a_i$ . Secara matematis, tujuan ini dapat dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

**Maksimumkan**

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni} \quad (3.1)$$

2. Fungsi tujuan untuk maksimumkan jumlah siswa sasaran per triwulan. Maka banyaknya jumlah dana yang didistribusikan  $X_{ni}$  bergantung pada jumlah siswa  $t_j$ . Secara matematis, tujuan ini dapat dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

**Maksimumkan**

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni} \quad (3.2)$$

Setelah mendefinisikan variabel keputusan, parameter model, serta fungsi tujuan, langkah selanjutnya yaitu penentuan kendala-kendala yang dihadapi. Adapun kendala-kendala yang dihadapi pada model optimisasi pendistribusian dana BOS yaitu terkait kondisi-kondisi berikut:

1. Jumlah dana BOS yang dihasilkan berdasarkan jumlah sasaran siswa per tahun untuk tiap sekolah  $A_i$  tidak melebihi atau sama dengan jumlah total dana bos yang dikeluarkan (didistribusikan) oleh pemerintah kepada sekolah-sekolah.

Secara matematis, kendala ini dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut.

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni} \leq W_{ni} \quad (3.3)$$

2. Jumlah dana BOS yang dihasilkan berdasarkan jumlah sasaran siswa per tahun untuk tiap sekolah  $t_j$  tidak melebihi atau sama dengan jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulannya. Secara sistematis, kendala ini dapat dinyatakan dengan :

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni} \leq S_j \quad (3.4)$$

Selengkapnya, model multi objektif masalah pendistribusian dana BOS adalah sebagai berikut :

**Maksimumkan:**

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni}$$

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni}$$

terhadap:

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni} \leq W_{ni}$$

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni} \leq S_j \quad (3.5)$$

$$X_{ni} \geq 0, \forall i \in I$$

### 3.3 Model Goal Programming dari Masalah Pendistribusian dana BOS

Seperti telah dikemukakan sebelumnya pada model multi objektif (3.5) melibatkan beberapa tujuan dari adanya jumlah pendistribusian dana BOS dan jumlah siswa yang dijadikan sebagai dasar untuk mengambil keputusan dan membuat solusi optimal. Oleh karena itu, masalah pendistribusian dana BOS ini dapat di modelkan dengan model *goal programming* untuk memaksimalkan pendistribusian dana BOS dengan meminimumkan penyimpangan tujuan yang ditetapkan.

Tahapan pertama untuk mengonversikan model multi objektif menjadi model *goal programming* adalah dengan mendefinisikan *variabel deviasi*. *Variabel deviasi* digunakan untuk menunjukkan ketidaksamaan hasil optimisasi dengan suatu tujuan yang ingin dicapai, sehingga *variabel deviasi* dimasukkan pada setiap fungsi kendala dalam model *goal programming*. *Varibel deviasi* memiliki dua jenis yaitu nilai penyimpangan di bawah *goal* ( $d_i^-$ ) dan nilai penyimpangan di atas *goal* ( $d_i^+$ ). Berdasarkan pendefinisian tersebut, maka fungsi tujuan dari model multi objektif berubah menjadi meminimumkan total setiap *variabel*

*deviasi* agar target tercapai. Secara matematis, fungsi tujuan dapat dinyatakan dengan,

### Meminimumkan

$$Z = \sum_{i \in I} P_i \sum_{k=1}^2 (w_{ik}^+ d_i^+ + w_{ik}^- d_i^-) \quad (3.6)$$

dengan  $w_{ik}$  adalah bobot variabel simpangan  $i$  yang diberikan ke masing-masing  $k$  tingkat prioritas yang berbeda  $P_i$  dan  $m$  adalah banyaknya fungsi kendala. Ada dua jenis model *goal programming* yaitu dengan prioritas dan tanpa prioritas.

Tahap selanjutnya dalam mengonversi model *multi objektif* menjadi model *goal programming* adalah mengubah fungsi tujuan pada *multi objektif* menjadi kendala-kendala pada model *goal programming*. Pada perubahan tersebut melibatkan *variabel deviasi*  $d_i^-$  dan  $d_i^+$  yang sesuai dengan masing-masing kendala sasaran Tabel (2.1). Secara matematis, pembentukan kendala-kendala pada model *goal programming* dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Kendala sasaran meminimalkan jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah

Fungsi tujuan untuk memenuhi jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah untuk masing-masing sekolah yang jumlahnya maksimal sama atau lebih kecil dari anggaran biaya yang telah ditetapkan. Secara matematis dapat dinyatakan dengan:

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni} \leq W_{ni} \quad (3.7)$$

Jika  $d_1^-$  dan  $d_1^+$  menyatakan *variabel deviasi* negatif dan positif dari jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah, maka perumusannya dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum_{i \in I} A_{ni} X_{ni} + (d_1^- - d_1^+) = W_{ni} \quad (3.8)$$

2. Kendala sasaran meminimalkan jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan

Fungsi tujuan untuk memenuhi jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulan yang jumlahnya maksimal sama atau lebih kecil dari anggaran biaya yang ditetapkan. Secara sistematis dapat dinyatakan dengan:

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni} \leq S_j \quad (3.9)$$

Jika  $d_2^-$  dan  $d_2^+$  menyatakan *variabel deviasi* negatif dan positif dari jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulannya, maka perumusannya dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum_{i \in I} T_{nj} X_{ni} + (d_2^- - d_2^+) = S_j \quad (3.10)$$

Perumusan fungsi pencapaian untuk masing-masing tujuan adalah sebagai berikut:

1. Fungsi pencapaian tujuan 1, yaitu meminimalkan jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah:

**Meminimumkan  $d_1^+$**

2. Fungsi pencapaian tujuan 2, yaitu meminimalkan jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulan:

**Meminimumkan  $d_2^+$**

### 3.3.1 Model Goal Programming Tanpa Prioritas

Dalam model *goal programming* tanpa prioritas, koefisien masing-masing *variabel deviasi* pada fungsi tujuan adalah sama karena tidak diberikan prioritas pada masing-masing tujuan. Sehingga, model *goal programming* dapat dirumuskan sebagai berikut:

**Minimumkan:**

$$\sum_{i \in I} d_i^+ + d_i^-$$

$$d_1^+ + d_2^+$$

dengan kendala:

$$A_{ni} X_{ni} - d_1^+ = W_{ni}$$

$$\begin{array}{r}
 \cdot \\
 \cdot \\
 A_{nn}X_{nn} - d_1^+ = W_{nn} \\
 T_{nj}X_{ni} - d_2^+ = S_{nj} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 T_{jj}X_{nn} - d_2^+ = S_{jj}
 \end{array} \tag{3.11}$$

$$X_{ni}, W_{ni}, d_i^+, d_i^- \geq 0, j = 1, \dots, 4 \text{ dan } n = 1, \dots, 16$$

### 3.3.2 Model Goal Programming dengan Prioritas

#### Meminimumkan

$$\sum_{i=1}^m P_i \sum_{k=1}^{m_i} (w_{ik}^+ d_i^+ + w_{ik}^- d_i^-)$$

$$P_1(W_1 d_1^+) + P_2(W_2 d_2^+)$$

Dengan kendala :

$$\begin{array}{r}
 A_{ni}X_{ni} - d_1^+ = W_{ni} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 A_{nn}X_{nn} - d_1^+ = W_{nn} \\
 T_{nj}X_{ni} - d_2^+ = S_{nj} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 T_{jj}X_{nn} - d_2^+ = S_{jj}
 \end{array} \tag{3.12}$$

$$X_{ni}, W_{ni}, d_i^+, d_i^- \geq 0, j = 1, \dots, 4 \text{ dan } n = 1, \dots, 16$$

Tabel 3.1 Prioritas Tujuan

Prioritas	Bobot	Tujuan
Prioritas 1	$W_1$	Meminimumkan jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah

Prioritas 2	$W_2$	Meminimalkan jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan
-------------	-------	--

Berbeda dengan model *goal programming* tanpa prioritas, model *goal programming* dengan prioritas memberikan bobot prioritas di setiap *variabel deviasi* pada fungsi tujuan. Bobot yang bersesuaian dengan tingkat prioritas dinyatakan pada Tabel 3.1.

### 3.4 Teknik Penyelesaian Model *Goal Programming* dengan Pendekatan *Fuzzy*

Model *goal programming* di atas dapat diklasifikasikan sebagai model *linear programming* karena persamaannya berupa linear. Pada penelitian ini, model diselesaikan dengan pendekatan *fuzzy*. Konsep *fuzzy* digunakan untuk menangani suatu nilai yang tidak dapat diketahui secara pasti nilainya dan bertujuan mencari nilai yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian sehingga batasan-batasan dimodelkan dengan himpunan *fuzzy*.

Penyelesaian model *goal programming* dengan pendekatan *fuzzy* adalah untuk memenuhi dua tujuan atau *goal fuzzy* yang ditandai dengan fungsi keanggotaan yang didefinisikan sebagai batas toleransi dan tingkat aspirasi dari kendala. Oleh karena itu masalah pendistribusian dana BOS yang dimodelkan dengan *goal programming* dapat diselesaikan dengan pendekatan *fuzzy*.

Tahapan pertama dalam mengonversi model *goal programming* menjadi model *fuzzy* adalah mengubah fungsi kendala pada *goal programming* menjadi kendala-kendala pada model *fuzzy*. Perubahan tersebut melibatkan tanda pertidaksamaan “ $\leq$ ” yang merupakan bentuk *fuzzy* dari tanda pertidaksamaan “ $\leq$ ” yang menginterpretasikan “pada dasarnya kurang dari atau sama dengan”. Demikian pula, tanda pertidaksamaan “ $\geq$ ” merupakan bentuk *fuzzy* dari tanda pertidaksamaan “ $\geq$ ” yang menginterpretasikan “pada dasarnya lebih dari atau sama dengan”. Secara matematis, pembentukan kendala-kendala pada model *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai berikut :

1. Kendala sasaran meminimalkan jumlah dana BOS yang disediakan pemerintah



Untuk jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah untuk masing-masing sekolah yang jumlahnya maksimal sama atau lebih kecil dari anggaran biaya yang telah ditetapkan. Secara matematis dapat dinyatakan dengan:

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{n=1}^{16} A_{ni} X_{ni} \lesssim W_{ni} \quad (3.13)$$

2. Kendala sasaran meminimalkan jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan

Untuk memenuhi jumlah dana BOS yang didistribusikan tiap triwulan yang jumlahnya maksimal sama atau lebih kecil dari anggaran biaya yang ditetapkan. Secara sistematis dapat dinyatakan dengan:

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{16} T_{nj} X_{ni} \lesssim S_{nj} \quad (3.14)$$

Tahapan selanjutnya dalam mengonversi model *goal programming* menjadi model *fuzzy* adalah mengubah fungsi tujuan model *goal programming* menjadi fungsi tujuan *fuzzy*. Perubahan pada *fuzzy* digunakan tanda pertidaksamaan " $\cong$ " yang merupakan bentuk *fuzzy* dari tanda pertidaksamaan " $=$ " yang menginterpretasikan pada dasarnya "sama dengan". Agar tidak ada kelebihan maupun kekurangan dari hasilnya, maka pada model ini tetap menggunakan variabel deviasi  $d_i^-$  dan  $d_i^+$  agar sesuai dengan fungsi tujuannya. Secara matematis, pembentukan fungsi-fungsi tujuan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai berikut :

1. Terpenuhinya jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah

Fungsi *goal* pertama bertujuan untuk memenuhi jumlah dana yang disediakan oleh pemerintah. Untuk mencapai target tersebut dapat menggunakan model fungsi tujuan *goal programming* (3.8)

$$\sum_{i=1}^m A_{ni} X_{ni} + (d_1^- - d_1^+) = W_{ni}$$

Lalu mengonversikannya dalam bentuk *fuzzy*, maka persamaannya dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{n=1}^{16} A_{ni}X_{ni} + (d_1^- - d_1^+) \cong W_{ni} \quad (3.15)$$

2. Terpenuhinya jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan

Fungsi *goal* kedua bertujuan untuk memenuhi jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan. Untuk mencapai target tersebut dapat menggunakan model fungsi tujuan *goal programming* (3.10)

$$\sum_{i=1}^m T_{nj}X_{ni} + (d_2^- - d_2^+) = S_{nj}$$

Lalu mengonversikannya dalam bentuk fuzzy, maka persamaannya dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{16} T_{nj}X_{ni} + (d_2^- - d_2^+) \cong S_{nj} \quad (3.16)$$

Dari persamaan 3.13 sampai dengan 3.16 yang telah disediakan, maka dapat dibentuk model *crisp-fuzzy goal programming* dengan fungsi keanggotaan *fuzzy* kurva trapesium (2.10) untuk optimasi pada masing-masing kendala permasalahan pendistribusian dana BOS. Secara matematis, pembentukan model *crisp-fuzzy goal programming* dapat dinyatakan sebagai berikut :

### Memaksimalkan

$$\lambda_1 + \lambda_2 \quad (3.17)$$

dengan kendala:

$$\frac{A_{ni}X_{ni}}{t_i^u} + (d_1^- - d_1^+) = \frac{W_{ni}}{t_i^u}$$

$$\frac{(W_{ni} + t_i^u) - A_{ni}X_{ni}}{t_i^u} > \lambda_1$$

$$\frac{T_{nj}X_{ni}}{t_i^u} + (d_2^- - d_2^+) = \frac{S_j}{t_i^u}$$

$$\frac{(S_j + t_i^u) - T_{nj}X_{ni}}{t_i^u} > \lambda_2$$

$$A_{ni}X_{ni} \leq W_{ni}$$

$$T_{nj}X_{ni} \leq S_j$$

$$\lambda \in [0,1]$$

$$d_i^-, d_i^+ \leq 1$$

Keterangan :

$t_i^u$  : batas toleransi maksimal untuk tahun ke- $i$

$\lambda_1$  : variabel *goal* terpenuhinya jumlah dana BOS yang disediakan oleh pemerintah

$\lambda_2$  : variabel *goal* terpenuhinya jumlah dana BOS yang di distribusikan tiap triwulan

$d_i^-$  : jumlah penyimpangan dibawah target untuk tahun ke- $i$

$d_i^+$  : jumlah penyimpangan diatas target untuk tahun ke- $i$

### 3.5 Teknik Penyelesaian Model *Fuzzy Goal Programming*

Model *fuzzy goal programming* diatas termasuk dalam klarifikasi model linier programming. Pada penelitian ini, model *fuzzy goal programming* pada pendistribusian dana BOS akan diselesaikan dengan mengadaptasi teknik penyelesaian *fuzzy goal programming* pada Lotfi A. Zadeh (1965), yaitu menggunakan metode *crisp*. Metode *crisp* digunakan pada persamaan yang masih bersifat *fuzzy*, maka dari itu pada persamaan tersebut perlu disubstitusi ke model *crisp* melalui pendekatan fungsi keanggotaan *fuzzy* trapesium. Sedangkan untuk model *goal programming* pada pendistribusian dana BOS dapat diselesaikan dengan mengadaptasi teknik penyelesaian GP pada Yuwono B.(2007), yaitu menggunakan metode simpleks. Langkah-langkah untuk menyelesaikan model *goal programming*, sebagai berikut:

1. Membentuk tabel simpleks awal.
2. Pilih kolom kunci dimana  $Z_j - C_j$  memiliki nilai negatif terbesar.
3. Pilih baris kunci yang berpedoman pada  $b_i/a_{ij}$  dengan rasio terkecil.
4. Mencari sistem kanonikal yaitu sistem dimana nilai elemen pivot bernilai 1 dan elemen lain bernilai nol dengan cara menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE). Dengan demikian diperoleh tabel simpleks iterasi  $i$ .
5. Pemeriksaan optimalisasi, yaitu melihat apakah solusi sdah layak atau tidak. Solusi dikatakan layak bila variabel adalah positif atau nol ( $Z_j - C_j \geq 0$ ).

Jika pada iterasi 1 nilai pada baris  $Z_j - C_j < 0$ , maka dikatakan solusi belum optimal. Sehingga perhitungan akan dilanjutkan sampai mendapatkan nilai yang layak atau optimal ( $Z_j - C_j \geq 0$ ). Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Tabel Simpleks untuk *Goal Programming*

		$C_j$	0	0	...	0	$W_1 P_1$	$W_2 P_2$	...	$W_m P_m$	$W_m P_m$	$b_i$
$P_k$	$C_i$	$X_i/X$	$X_1$	$X_2$	...	$X_m$	$d_1^-$	$d_1^+$	...	$d_m^-$	$d_m^+$	
$P_1$	$W_1 P_1$	$d_1^-$	$a_{11}$	$a_{21}$	...	$a_{1m}$	1	-1	...	0	0	$b_1$
$P_2$	$W_2 P_2$	$d_1^+$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2m}$	0	0	...	0	0	$b_2$
...	...	...	...	...	...	...			...			...
$P_m$	$W_m P_m$	$d_m^-$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mm}$	0	0		1	-1	$b_m$
		$d_m^+$	$a_{mm}$	$a_{mm}$	...	$a_{mm}$	0	0		1	-1	$b_m$
		$Z_j$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	$Z$
		$Z_j - C_j$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	$Z$

Keterangan :

$W_m P_m$  : koefisien ke- $m$  dari prioritas ke- $m$

$X_i$  : variabel basis

$C_i$  : koefisien dari  $X_i$

$C_j$  : koefisien fungsi tujuan

$a_{mm}$  : koefisien  $X_m$

$Z_j$  :  $\sum_{i=1}^m C_i \cdot a_{ij}$

$Z$  :  $\sum_{i=1}^m C_i \cdot b_i$ , adalah nilai fungsi tujuan

$b_i$  : nilai yang menunjukkan ketersediaan jumlah pendistribusian dana BOS dari pemerintah.