BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Distribusi Weibull-normal{log-logistik} memiliki empat buah parameter yaitu $\mu, \sigma^2, c,$ dan γ yang merupakan gabungan dari parameter distribusi Weibull dan normal.

1) Karakteristik Distribusi Weibull-normal{log-logistik}

a. Fungsi Distribusi Kumulatif

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka fungsi distribusi kumulatifnya dituliskan sebagai berikut:

$$F_X(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\}, -\infty < x < \infty$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

b. Fungsi Kepadatan Peluang

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka fungsi kepadatan peluangnya dituliskan sebagai berikut:

$$f_X(x) = \frac{c}{\gamma^c}\left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2}\right)\left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\}, -\infty < x < \infty,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

c. Fungsi Pembangkit Momen

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka fungsi pembangkit momennya dituliskan sebagai berikut:

$$M_X(t) = \frac{c}{\gamma^c}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(tX)\left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2}\right)\left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\} dx,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

d. Momen Ke-*r*

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka momen ke-*r*-nya dituliskan sebagai berikut:

$$E(X^r) = \frac{c}{\gamma^c} \int_{-\infty}^{\infty} x^r \left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2} \right) \left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]} \right)^{c-1} \exp\left\{ - \left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]} \right)^c \right\} dx,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

e. Ekspektasi

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka ekspektasinya dituliskan sebagai berikut:

$$E(X) = \frac{c}{\gamma^c} \int_{-\infty}^{\infty} x \left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2} \right) \left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]} \right)^{c-1} \exp\left\{ - \left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]} \right)^c \right\} dx,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

f. Variansi

Misalkan $X \sim Wnll(\mu, \sigma^2, c, \gamma)$, maka variansinya dituliskan sebagai berikut:

$$E[(X-\mu)^2] = \frac{c}{\gamma^c} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2} \right) \left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]} \right)^{c-1}$$

$$\exp\left\{ - \left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]} \right)^c \right\} dx,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

2) Pengestimasian Parameter

Pengestimasian parameter pada distribusi Weibull-normal{log-logistik} dilakukan dengan metode *maximum likelihood estimation*. Berikut fungsi *likelihood* distribusi Weibull-normal{log-logistik}:

$$\ln L(x; c, \gamma, \mu, \sigma)$$

$$= \left(\frac{c}{\gamma^c} \right)^n \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\varphi(x_i)}{[1-\Phi(x_i)]^2} \right) \left(\frac{\Phi(x_i)}{[1-\Phi(x_i)]} \right)^{c-1} exp\left\{ - \left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]} \right)^c \right\}.$$

dan turunan parsial fungsi *ln-likelihood* untuk memperoleh nilai estimasi parameter:

- Turunan parsial pertama terhadap c

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{c}-\ln\gamma-\ln[1-\Phi(x_i)]+\ln\Phi(x_i)-\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c}\ln\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)\right\}=0$$

- Turunan parsial pertama terhadap γ

$$\sum_{i-1}^{n}\left\{\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c}-1\right\}\frac{c}{\gamma}=0$$

- Turunan parsial pertama terhadap μ

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{x_i-\mu}{\sigma^2}+\frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\mu}\left[\frac{c+1}{1-\Phi(x_i)}+\frac{c-1}{\Phi(x_i)}-\frac{c}{\gamma[1-\Phi(x_i)]^2}\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c-1}\right]\right\}=0$$

- Turunan parsial pertama terhadap σ

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{\sigma}\left[\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^{2}-1\right]+\frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\sigma}\left[\frac{c+1}{1-\Phi(x_i)}+\frac{c-1}{\Phi(x_i)}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{c}{\gamma[1-\Phi(x_i)]^2}\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c-1}\right]\right\}=0,$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

3) Pengaplikasian Distribusi Weibull-normal{log-logistik}

Distribusi Weibull-normal{log-logistik} adalah distribusi terbaik untuk data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* dengan nilai AIC sebesar 213,1929 dan nilai estimasi parameter $\mu=$ 125,3639, $\sigma^2=$ 48,1648, $c=$ 0,0303, dan $\gamma=$ 1,7546.

Data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* memiliki bentuk grafik estimasi fungsi distribusi kumulatif yang terus meningkat seiring dengan bertambahnya lama waktu bertahan hidupnya. Grafik estimasi fungsi kepadatan peluang yang mula-mula meningkat, kemudian menurun pada waktu ± 78 bulan, kemudian kembali meningkat pada waktu ± 116 bulan, dan kemudian kembali menurun pada waktu ± 173 bulan. Kuantil untuk $p=$ 0,5 atau median berada pada $x=$ 95,7326 ≈ 96 bulan. Nilai ekspektasi atau rata-rata hidup dalam rentang waktu 0 – 182 bulan sebesar 95,54 ≈ 96 bulan dengan nilai variansi sebesar 2.653. Grafik estimasi fungsi *survival* yang terus menurun seiring dengan bertambahnya lama waktu bertahan hidup. Dan grafik estimasi fungsi Hazard yang mula-mula meningkat, kemudian menurun pada ± 87 bulan, kemudian kembali meningkat pada waktu ± 116 bulan, dan kembali menurun pada waktu ± 178 bulan.

5.2. Saran

Terdapat beberapa lemma yang berlaku pada distribusi Weibull-normal{log-logistik} yang tidak dibahas pada penulisan skripsi ini. Dan penulis juga menyarankan untuk mengaplikasikan distribusi Weibull-normal{log-logistik} pada lebih banyak kasus.