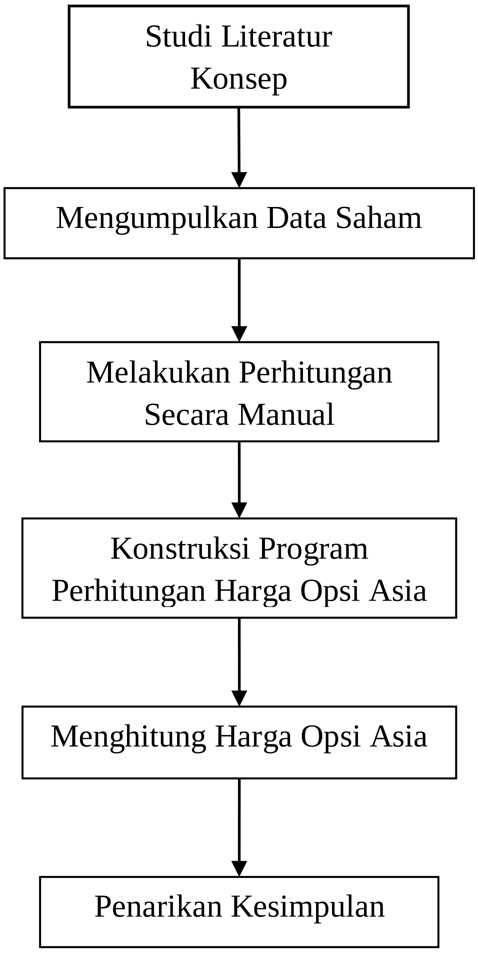
BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dibahas mengenai metode binomial yang digunakan untuk mengetahui harga opsi Asia

3.1 Metodologi Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah studi literatur. Secara umum langkah-langkah yang digunakan dalam skripsi ini ditunjukkan pada Gambar (3.1)



Gambar 3. 1 Diagram Alur Metode Penelitian

3.2 Opsi Asia

Opsi Asia adalah suatu kontrak antara *writer* dan *holder* yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada *holder* untuk membeli atau menjual suatu *underlying asset* pada atau sebelum *maturity time* dengan *strike price* pada saat *maturity time* (Pramuditya & Sidarto, 2013). Nilai *payoff* opsi Asia ditentukan oleh rata-rata harga *underlying asset* baik selama sebagian atau seluruh masa berlakunya opsi.

Seperti telah dikemukakan sebelumnya bahwa penentuan harga opsi Asia dilakukan dengan merata-ratakan harga saham selama masa berlakunya opsi. Terdapat dua pendekatan yang dapat dilakukan untuk menentukan nilai *payoff* dari opsi Asia yaitu (Pramuditya S. A., 2017):

1. *Average price*

   Average price option adalah *payoff* dari opsi Asia yang nilainya bergantung pada perbedaan antara rata-rata harga saham selama masa berlakunya opsi dengan *strike price* yang telah ditentukan. Harga opsi Asia dengan pendekatan *average price* ditentukan dengan perumusan sebagai berikut:

$$C_{AP} = \max\ (0, S_{ave} - K) \qquad \text{...........(3.1)}$$

$$P_{AP} = \max(0, K - S_{ave}) \qquad \text{...........(3.2)}$$

   dimana C_{AP} menyatakan *Average price call payoff*, P_{AP} menyatakan *Average price put payoff*, S_{ave} menyatakan nilai rata-rata dari *underlying asset* yang dihitung selama periode rata-rata yang telah ditentukan, dan K menyatakan *strike price* atau harga eksekusi yang telah disepakati.

2. *Average strike*

   Average strike option adalah *payoff* dari opsi Asia yang nilainya bergantung pada perbedaan antara rata-rata harga saham selama masa berlakunya opsi dengan nilai rata-rata dari *underlying asset* yang dihitung selama periode rata-rata yang telah ditentukan. Harga opsi Asia dengan pendekatan *average strike* ditentukan dengan perumusan sebagai berikut:

$$C_{AS} = \max\ (0, S_t - S_{ave}) \qquad \text{...........(3.3)}$$

$$P_{AS} = \max(0, S_{ave} - S_t) \qquad \text{...........(3.4)}$$

   dimana C_{AS} menyatakan *Average Strike call payoff*, P_{AP} menyatakan *Average strike put payoff*, S_{ave} menyatakan nilai rata-rata dari *underlying asset* yang dihitung selama periode rata-rata yang telah ditentukan, dan S_t menyatakan harga saham pada waktu t.

Pada penelitian ini, penentuan nilai *payoff* opsi Asia dilakukan dengan menggunakan pendekatan *average strike*. Persamaan (3.3) yang merupakan rumus untuk penentuan *payoff* opsi beli Asia dapat ditulis sebagai berikut (Pramuditya S. A., 2017):

$$C_{As} = \max(0, S_t - S_{ave})$$

$$C_{As} = \max\left(0, S_t - \left(\sum_{i=1}^{M} \frac{S(t_i)}{M}\right)\right)$$

dimana C_{As} menyatakan *payoff* opsi beli Asia, S_{t_i} menyatakan harga saham pada waktu t_i, dan M menyatakan waktu keseluruhan.

Persamaan (3.4) yang merupakan rumus untuk penentuan *payoff* opsi jual Asia dapat ditulis sebagai berikut (Pramuditya S. A., 2017)

$$P_{As} = \max(0, S_{ave} - S_t)$$

$$P_{As} = \max\left(0, \left(\sum_{i=1}^{M} \frac{S(t_i)}{M}\right) - S_t\right)$$

dimana P_{As} menyatakan *payoff* opsi jual Asia, S_{t_i} menyatakan harga saham pada waktu t_i, dan M menyatakan waktu keseluruhan.

3.3 Harga Saham dengan Dividen

Pada penelitian ini diasumsikan bahwa harga saham mengikuti gerak Brown geometri, model gerak Brown geometri dapat ditentukan sebagai berikut

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.5)$$

dimana dS_t adalah perubahan harga saham pada waktu ke-*t*, denga, S_t merupakan harga saham pada waktu ke–*t*, μ merupakan harapan tingkat pendapatan, σ merupakan volatilitas dari harga saham, dt merupakan periode waktu, dan dW_t merupakan peubah acak dengan *drift rate* 0 dan *variance rate* 1 dengan W_t

merupakan proses stokastik yang mengikuti gerak Brown. Dalam investasi saham terdapat faktor dividen yang merupakan pembagian keuntungan yang diberikan perusahaan kepada pemegang saham.

Fang, Shu, Kan, Zhang, & Zheng (2017) mengungkapkan bahwa pembayaran dividen harga saham (D_i) pada waktu diskrit t_i, dimana $t_i = ih$ (h adalah konstanta positif tetap) maka mengambil bentuk

$$D_i = \lambda X_{t_i}$$

dimana λ merupakan konstanta positif tetap dan X merupakan proses Levy exponensial. Diasumsikan pula dividen diskrit (X_t) mengikuti gerak Brown geometri, maka Persamaan (3.5) menjadi

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t \qquad \text{…………(3.6)}$$

3.4 Harga Saham dengan Dividen Pendekatan Markov-*Modulated*

Pada model harga saham dengan dividen akan dilakukan dengan pendekatan Markov-*modulated* yang mana akan digunakan model Markov-*modulated* rantai Markov untuk mencari volatilitas, maka model harga saham dengan dividen menggunakan pendekatan Markov-*modulated* adalah sebagai berikut

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma(\xi_t)\, X_t dW_t$$

dimana $\sigma(*)$ merupakan volatilitas dari proses dividen dan ξ_t merupakan rantai Markov.

Menurut Korn & Rogers (2005) harga saham dalam proses dividen D_i pada waktu t_i dapat diperoleh dengan rumus

$$S_t = \frac{E\left[\sum_{t_m > t} \beta(t_m) D_m\right]}{\beta_t} \qquad \text{………………....(3.7)}$$

Dimana D_m adalah proses dividen dan $\beta(t) = exp\left(-\int_0^t r_s ds\right)$ adalah faktor diskon dengan suku bunga r_s

Asumsi :

1. Pengumuman dan waktu pembayaran selalu bertepatan untuk dividen
2. Proses dividen memenuhi pertumbuhan yang sesuai $(r > \mu)$ sehingga jumlah pada Persamaan (3.7) selalu terbatas

Fang, Shu, Kan, Zhang, & Zheng (2017) mengungkapkan bahwa Jika proses dividen X_t mengikuti gerak Brown geometri dengan volatilitas Markov-*modulated*, maka didapatkan persamaan sebagai berikut

$$dX_t = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma(\xi_s)^2\right) X_0 ds + \sigma(\xi_s)\, X_0 dw_s \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.8)$$

Integralkan kedua ruas pada Persamaan (3.1)

$$\int_0^t \frac{dX_t}{X_0} = \int_0^t \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma(\xi_s)^2\right) ds + \int_0^t \sigma(\xi_s)\, dw_s$$

$$\ln X_t - lnX_0 = \int_0^t \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma(\xi_s)^2\right) ds + \int_0^t \sigma(\xi_s)\, dw_s$$

$$\ln X_t = lnX_0 + \int_0^t \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma(\xi_s)^2\right) ds + \int_0^t \sigma(\xi_s)\, dw_s$$

$$X_t = X_0 exp\left\{\mu t - \int_0^t \frac{1}{2}\sigma(\xi_s)^2 ds + \int_0^t \sigma(\xi_s) dw_s\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.9)$$

dengan mengambil ekspektasi bersyarat pada kedua sisi persamaan (3.9), maka akan diporelah

$$E[X_t \mid \mathcal{F}_s] = X_s e^{(t-s)}$$

dari Persamaan (3.7) didapatkan harga saham dalam proses dividen

$$S_t = \frac{E\left[\sum_{t_m > t} \beta(t_m) D_m\right]}{\beta_t}$$

$$= \frac{E_t\left(\sum_{t_m > t} exp\left(-\int_0^{t_m} r_s ds\right) D_m\right)}{exp\left(-\int_0^t r_s ds\right)}$$

$$S_t = \frac{E\left(\sum_{t_m > t} exp\left(-\int_0^{t_m} r_s ds\right) \lambda X_{t_m}\right)}{exp\left(-\int_0^t r_s ds\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.10)$$

Diketahui bahwa

$$\frac{EX_t}{X_0} = e^{\mu(t-0)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.11)$$

karena $t_m > t$, maka

$$\frac{EX_t}{X_0} = e^{\mu(t_m - t)} = e^{\mu(mh-t)}$$

$$S_t = \sum_{m \geq k} e^{-r(mh-t)} \lambda E_t X_{mh}$$

$$= \sum_{m \geq k} e^{-r(mh-t)} \lambda X_t e^{\mu(mh-t)}$$

$$S_t = \frac{\lambda X_t e^{-(r-\mu)(kh-t)}}{1 - e^{-(r-\mu)h}}$$

untuk $t \in [(k-1)h, kh)$, dari asumsi 1 diatas maka didapatkan

$$S_t = \frac{E_t[\sum_{i>m} \beta(t_i) D_i]}{\beta_t}$$

$$S_t = \sum_{i \geq m} e^{-r(ih-t)} \lambda E_t X_{ih}$$

Diketahui bahwa S_{t-} harga saham sebelum dibagikan dividen dan S_t adalah harga saham setelah dibagikan dividen, maka diperoleh persamaan berikut :

$$S_t = S_{t-} - D_m$$

$$S_{t-} = S_t - D_m$$

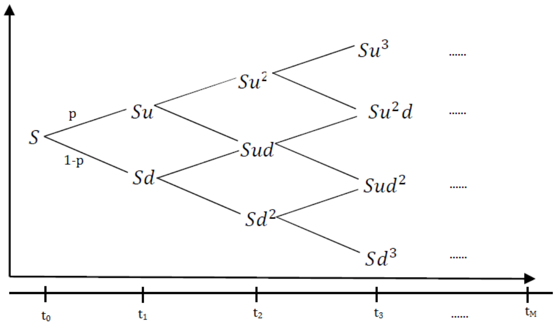
$$S_{t-} = \sum_{i \geq m} e^{-r(ih-t)} \lambda X_t e^{\mu(ih-t)} - \lambda X_t$$

$$= \frac{\lambda X_t e^{-(r-\mu)h}}{1 - e^{-(r-\mu)h}} - \lambda X_t$$

$$S_{t-} = \frac{\lambda X_t}{1 - e^{-(r-\mu)h}}$$

3.5 Metode Binomial

Dalam metode binomial ada dua kemungkinan harga saham, yaitu harga saham naik dan turun. Pada Gambar (3.2) terlihat pada saat t_0 harga saham awal adalah S_0 naik dengan P_u peluang harga saham naik dan P_d peluang harga saham turun, kemudian $S_0 u$ adalah perkiraan harga saham naik dan $S_0 d$ adalah perkiraan harga saham turun.



Gambar 3. 2 Pohon Binomial Harga Saham

Metode Binomial dimulai dengan diskritisasi periode waktu $[0, T]$ atau mengubah waktu kontinu t menjadi diskrit dengan menggantikan t oleh waktu yang sama lamanya dengan t_i. Selang waktu $[0, T]$ dibagi menjadi M sub selang yang sama panjang dengan titik-titik bagi $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_M = T$ dengan $t_i = i\Delta t \ \ (i = 0,1, \dots, M),\ \Delta t = \frac{T}{M}$ dan $S_i = S(t_i)$ harga saham pada saat t_i.

Dalam selang waktu Δt harga saham dapat naik atau turun menjadi $S \to Su$ atau $S \to Sd$ dengan $0 < d < 1 < u$

3.6 Penerapan Metode Binomial Untuk Menentuka Harga Opsi Beli Asia

Ketika harga saham $S_{t_{i-1}}$ pindah ke S_{t_i} melalui periode $[t_{i-1}, t_i]$, presentasi perubahan harga saham dilambangkan dengan $Y_i = \frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}}$. Momen pertama dan kedua dari Y_i dalam model asi didapatkan dari

$$E[Y_i] = E\left[\frac{X_{t_i}}{X_{t_{i-1}}} e^{(r-\mu)\Delta t}\right]$$

$$= E\left[\frac{X_0 exp\left\{\mu i\Delta t - \int_0^{i\Delta t} \frac{1}{2}\sigma^2(\xi_t)ds + \int_0^{i\Delta t} \sigma(\xi_t)dw_s\right\}}{X_0 exp\left\{\mu(i-1)\Delta t - \int_0^{(i-1)\Delta t} \frac{1}{2}\sigma^2(\xi_t)ds + \int_0^{(i-1)\Delta t} \sigma(\xi_t)dw_s\right\}}\right] e^{(r-\mu)\Delta t}$$

$$= E\left[exp\left\{\mu\Delta t - \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} \frac{1}{2}\sigma^2(\xi_t)\, ds + \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} \sigma(\xi_t)dw_s\right\}\right] e^{(r-\mu)\Delta t}$$

$$= E[e^{\mu\Delta t}]E\left[exp\left\{\int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} -\frac{1}{2}\sigma^2(\xi_t)\, ds + \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} \sigma(\xi_t)dw_s\right\}\right] e^{(r-\mu)\Delta t}$$

$$= e^{\mu\Delta t}e^{(r-\mu)\Delta t}$$

$$= e^{\mu\Delta t+(r-\mu)\Delta t}$$

$$E[Y_i] = e^{r\Delta t}$$

$$E[Y_i]^2 = E\left[\frac{X_{t_i}}{X_{t_{i-1}}}e^{(r-\mu)\Delta t}\right]^2$$

$$= E\left[\frac{X_0^2 exp\left\{2\mu i\Delta t - \int_0^{i\Delta t}\sigma^2(\xi_t)ds + \int_0^{i\Delta t}2\sigma(\xi_t)dw_s\right\}}{X_0^2 exp\left\{2\mu(i-1)\Delta t - \int_0^{(i-1)\Delta t}\sigma^2(\xi_t)ds + \int_0^{(i-1)\Delta t}2\sigma(\xi_t)dw_s\right\}}\right]e^{2(r-\mu)\Delta t}$$

$$= E\left[exp\left\{2\mu\Delta t - \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}\sigma^2(\xi_t)\,ds + \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}2\sigma^2(\xi_t)dw_s\right\}\right]e^{2(r-\mu)\Delta t}$$

$$= E\left[exp\left\{2\mu\Delta t - \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}\sigma^2(\xi_t)\,ds + \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}2\sigma^2(\xi_t)ds\right\}\right]$$

$$E\left[exp\left\{-\int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}2\sigma^2(\xi_t)\,ds + \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}2\sigma(\xi_t)dw_s\right\}\right]e^{2(r-\mu)\Delta t}$$

$$= e^{2\mu\Delta t}E\left[exp\left\{\int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t}\sigma^2(\xi_t)\,ds\right\}\right]e^{2(r-\mu)\Delta t}$$

$$= e^{2\mu\Delta t}\sum_{j=0}^{k}p_{oj}(i-1)e^{\sigma^2(j)\Delta t}e^{2(r-\mu)\Delta t}$$

$$E[Y_i]^2 = e^{2r\Delta t}\sum_{j=0}^{k}p_{oj}(i-1)e^{\sigma^2(j)\Delta t}$$

3.6.1 Pentuan Nilai Parameter

Misalkan p dan q berurutan adalah peluang harga saham naik dan turun, r adalah tingkat suku bunga, Δt adalah jarak, σ adalah volatilitas, dengan asumsi parameter $ud = 1$ dan $pu + qd = 1$.

Dari asumsi-asumsi di atas, diperoleh:

1. Model Diskrit

   $E(S_{i+1}) = pS_iu + qS_id$

$$S_i e^{r\Delta t} = pS_i u + qS_i d$$

$e^{r\Delta t} = pu + qd$

$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$ ....(3.12)

$Var(S_{i+1}) = E\left({S_{i+1}}^2\right) - [E(S_{i+1})]^2$

$= p(S_i u)^2 + q(S_i d)^2 - (pS_i u + qS_i d)^2$

$= p(S_i u)^2 + q(S_i d)^2 - ({S_i}^2(pu + qd)^2)$

$= p(S_i u)^2 + q(S_i d)^2 - ({S_i}^2(e^{r\Delta t})^2)$

$= {S_i}^2(pu^2 + pd^2 - e^{2r\Delta t})$ ....(3.13)

2. Model Kontinu

$Var(S_{i+1}) = {S_i}^2 e^{2r\Delta t} \sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t}$ ....(3.14)

Momen pertama dan kedua dari Y_i dibawah model pohon binomial, maka dapat ditulis seperti berikut :

$$E[Y_i] = pu + qd$$

$$E[Y_i]^2 = pu^2 + qd^2$$

Sebagaimana mean dan varians dari Y_i dibawah model pohon binomial harus sama dengan model asli selama periode $[t_{i-1}, t_i]$.

$$pu + qd = e^{r\Delta t}$$

$$pu^2 + qd^2 = e^{2r\Delta t} \sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t}$$

dengan menyamakan Persamaan (3.14) dan Persamaan (3.13) diperoleh

$${S_i}^2 e^{2r\Delta t} \sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t} = {S_i}^2(pu^2 + pd^2 - e^{2r\Delta t})$$

$$e^{2r\Delta t} \sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t} = (pu^2 + pd^2 - e^{2r\Delta t})$$

$$e^{2r\Delta t} + e^{2r\Delta t} \sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t} = pu^2 + qd^2$$

$$e^{2r\Delta t}\left(\sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t} + 1\right) = pu^2 + qd^2$$

$$p = \frac{e^{2r\Delta t}\left(\sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1) e^{\sigma^2(j)\Delta t} + 1\right) - d^2}{u^2 - d^2}$$ ....(3.15)

Selanjutnya dipilih persamaan lain:

$ud = 1$ ……………………….(3.16)

$pu + qd = 1$ …………………..(3.17)

Dengan menyamakan Persamaan (3.8) dan (3.9) maka diperoleh

$$\frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{2r\Delta t}(a+1) - d^2}{u^2 - d^2}$$

$$\frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{2r\Delta t}(a+1) - d^2}{(u-d)(u+d)}$$

$$e^{r\Delta t} - d = \frac{e^{2r\Delta t}(a+1) - d^2}{(u+d)}$$

$$(u+d)(e^{r\Delta t} - d) = e^{2r\Delta t}(a+1) - d^2$$

$$ue^{r\Delta t} + de^{r\Delta t} - ud - d^2 = e^{2r\Delta t}(a+1) - d^2$$

$$(u+d)e^{r\Delta t} - 1 = e^{2r\Delta t}(a+1)$$

$$(u+d)e^{r\Delta t} - 1 = e^{r\Delta t}(a+1)e^{r\Delta t}$$

$$(u+d-e^{-r\Delta t})e^{r\Delta t} = e^{r\Delta t}(a+1)e^{r\Delta t}$$

$$u + d - e^{-r\Delta t} = e^{r\Delta t}(a+1)$$

$$u + \frac{1}{u} - e^{-r\Delta t} = e^{r\Delta t}(a+1) \qquad \text{………..(3.18)}$$

Kalikan Persamaan (3.18) dengan u, maka diperoleh

$$u^2 + 1 - ue^{-r\Delta t} = ue^{r\Delta t}(a+1)$$

$$u^2 + 1 - ue^{-r\Delta t} - ue^{r\Delta t}(a+1) = 0$$

$$u^2 - u\left(e^{-r\Delta t} + ue^{r\Delta t}(a+1)\right) + 1 = 0 \qquad \text{………..(3.19)}$$

misalkan lagi $\beta = \frac{1}{2}(e^{-r\Delta t} + e^{r\Delta t}(a+1))$ maka Persamaan (3.19) akan menjadi

$$u^2 - 2\beta u + 1 = 0$$

Dengan akar-akar $u = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1}$ dimana $\beta^2 - 1$, Karena faktor u merupakan perubahan naik maka haruslah $u > d$, sehingga diperoleh nilai u, d, p, yaitu: $u = \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}$, $d = \frac{1}{u}$, $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$, dengan $\beta = \frac{1}{2}(e^{-r\Delta t} + e^{r\Delta t}(a + 1)\,)$

Solusi untuk pilihan $p = \frac{1}{2}$, diberikan oleh

$$u = e^{r\Delta t} + e^{r\Delta t}\sqrt{\sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1)e^{\sigma^2 j \Delta t}}$$

$$d = e^{r\Delta t} - e^{r\Delta t}\sqrt{\sum_{j=0}^{k} p_{oj}(i-1)e^{\sigma^2 j \Delta t}}$$

Misalkan pada saat $t_0 = 0$ harga saham adalah S_0, maka menurut model binomial ini, harga saham saat $t_1 = 1\Delta t$ diberikan oleh $S_0 u$ atau $S_0 d$. Dengan meneruskan langkah ini maka, pada saat $t_i = i\Delta t$ akan terdapat $i + 1$harga saham yang mungkin terjadi, yang diberikan oleh $S_{ji} = S_0 u^j d^{i-j}$ dimana $j = 0,1, \dots, i + 1$ dengan S_{ji} menyatakan harga saham pada saat t_i, dihitung dari saat $t_0 = 0$.

Dalam waktu ke-t terdapat ekspektasi harga saham pada persamaan diskrit.

$$\begin{aligned}
E(S_1) &= pS_0u + qS_0d \\
&= S_0(pu + qd) \\
E(S_2) &= pS_1u + qS_1d \\
&= pu(pS_0u + qS_0d) + qd(pS_0u + qS_0d) \\
&= p^2S_0u^2 + pqS_0ud + pqS_0ud + q^2S_0d^2 \\
&= p^2S_0u^2 + 2pqS_0ud + q^2S_0d^2 \\
&= S_0(p^2u^2 + 2pqud + q^2d^2) \\
E(S_2) &= S_0(pu + qd)^2 \\
E(S_3) &= pS_2u + qS_2d \\
&= pu(p^2S_0u^2 + 2pqS_0ud + q^2S_0d^2) + qd(p^2S_0u^2 + 2pqS_0ud + \\
&\quad q^2S_0d^2) \\
&= p^3S_0u^3 + 2p^2qS_0u^2d + pq^2S_0ud^2 + p^2qS_0u^2d + 2pq^2S_0ud^2 + \\
&\quad q^3S_0d^3 \\
&= S_0(p^3u^3 + 2p^2qu^2d + pq^2ud^2 + p^2qu^2d + 2pq^2ud^2 + q^3d^3) \\
&= S_0(p^3u^3 + 3p^2qu^2d + 3pq^2ud^2 + q^3d^3)
\end{aligned}$$

$E(S_3) = S_0(P_u u + P_m + P_d d)^3$

Berdasarkan ekspektasi di atas didapatkan rumus ekspektasi harga saham pada waktu t_i sebagai berikut:

$$E\left(S_{t_i}\right) = S_0(pu + qd)^i$$

$$E\left(S_{t_i}\right) = S_0(pu + (1 - p)d)^i$$

Untuk mencari harga saham rata-rata pada opsi Asia adalah dengan menjumlahkan ekspektasi harga saham pada waktu t_1 sampai waktu t_M kemudian dibagi dengan banyaknya selang waktu M.

Jika $\{C_{jM}\}_{j=0,1,\dots,M}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* pada saat waktu jatuh tempo untuk sebuah opsi beli Asia dan jika $\{P_{jM}\}_{j=0,1,\dots,M}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* pada saat waktu jatuh tempo untuk sebuah opsi jual Asia, maka

$$C_{jM} = \max\left\{0, S_t - \left(\sum_{i=1}^{M} \frac{S(t_i)}{M}\right)\right\}$$

$$P_{jM} = \max\left\{0, \left(\sum_{i=1}^{M} \frac{S(t_i)}{M}\right) - S_t\right\}$$

3.6.2 Volatilitas Rantai Markov

Proses perubahan harga saham yang terjadi dalam waktu yang berbeda akan memberikan sebuah barisan yang menggambarkan kondisi harga saham tersebut setelah terjadinya suatu perubahan. Secara matematik, kasus tersebut dapat dianalisa menggunakan rantai Markov dengan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. Harga saham pada masa mendatang hanya bergantung pada kondisi harga harga saham pada hari ini.
2. Kondisi perekonomian berada pada kondisi stabil.

Dengan mengelompokan perubahan *state* harga saham menjadi dua *state* yaitu naik dan turun maka perubahan harga saham dapat dipandang sebagai proses rantai Markov dengan dua *state* yaitu naik dan turun. Jika t_i didefinisikan sebagai keadaan penutup harga saham pada hari ke-i dan t_{i-1} didefinisikan sebagai keadaan harga saham pada satu hari sebelum hari ke-i dimana kondisi harga saham didefinisikan sebagai berikut:

1. Harga saham dikatakan naik jika dan hanya jika $t_i > t_{i-1}$
2. Harga saham dikatakan tidak naik jika dan hanya jika $t_i \leq t_{i-1}$

Terdapat tiga tahapan utama yang akan dilakukan yaitu sebagai berikut:

1. Menyusun matriks peluang transisi.
2. Menghitung peluang suatu kejadian di waktu yang akan datang.
3. Menentukan kondisi (*state*)

   State yang digunakan pada penelitian ini adalah :

   State 0 : Harga saham Microsoft Corporation (MSFT) naik dari harga sebelumnya.

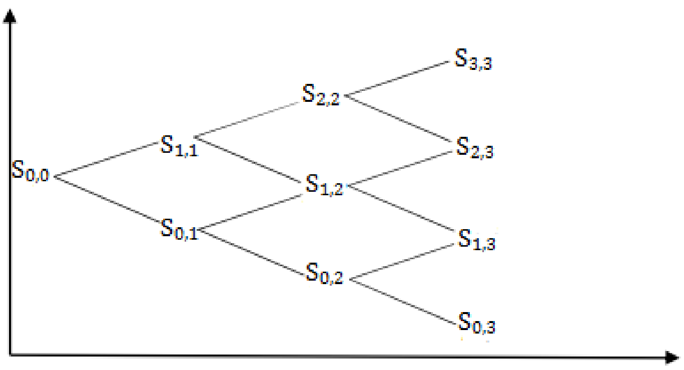
   State 1 : Harga saham saham Microsoft Corporation (MSFT) naik dari harga sebelumnya.

   Maka akan didapatkan matriks peluang transisi sebagai berikut :

$$P = \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix}$$

3.6.3 Penentuan Nilai Opsi

Dengan kemungkinan harga saham yang mungkin terjadi yang didapat dari $S_{ji} = S_0 u^j d^{i-j}$, dimana S_0 adalah harga saham awal, kemudian akan diperoleh harga saham dari setiap selang waktu. Terlebih dahulu dibuat pohon binomial seperti di bawah ini. Ketika $j = 0$ dan $i = 0$ maka dituils $S_{0,0}$, ketika $j = 0$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{0,1}$, ketika $j = 1$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{1,1}$, ketika $j = 2$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{2,1}$, dan seterusnya.



Gambar 3. 3 Pohon Binomial

Metode binomial selanjutnya bekerja secara mundur (dalam waktu) untuk memperoleh nilai opsi pada saat $t_0 = 0$. Nilai opsi pada saat t_i, yaitu $V_{ji}, V_{ji} = C_{ji}, V_{ji} = P_{ji}$.

Diketahui, nilai V_{ji} diberikan oleh

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t}(pC_{j+1,i+1} + (1-p)C_{j\ ,i+1})$$

Sehingga diperoleh opsi beli Asia dan opsi jual Asia:

$$C_{ji} = e^{-r\Delta t}(pC_{j+1,i+1} + (1-p)C_{j\ ,i+1})$$
$$P_{ji} = e^{-r\Delta t}(pC_{j+1,i+1} + (1-p)C_{j\ ,i+1})$$

dengan

C_{ji} = opsi beli Asia.

P_{ji} = opsi jual Asia.

$j = 0,1,\dots,i+1$ menunjukan indeks kenaikan harga saham.

$i = M-1, M-2, \dots, 1,0$ menunjukan interval waktu

3.7 Perancangan Program Aplikasi

Pada bagian ini akan dibahas mengenai rancangan data masukan, data keluaran dan algoritma dari program aplikasi perhitungan harga opsi beli Asia dan opsi jual Asia dengan menggunakan metode binomial dengan bantuan bahasa pemrograman Matlab.

3.7.1 Data Masukan

Data masukan yang akan diinput pada program aplikasi perhitungan harga opsi Asia yang akan dibuat disajikan pada tabel berikut ini:

Tabel 3. 1 Data Masukan

Data	Tipe Data
Harga saham awal	Integer
Suku bunga	Integer
Volatilitas (naik)	Integer

Volatilitas (turun)	Integer
Partisi selang waktu	Integer

3.7.2 Data Keluaran

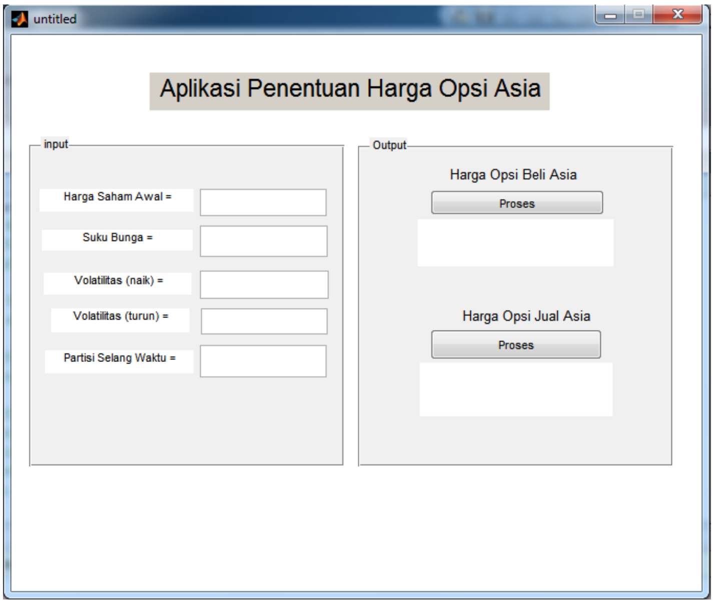
Data keluaran yang akan ditampilkan dari hasil program aplikasi perhitungan harga opsi Asia yang akan dibuat disajikan pada tabel sebagai berikut:

Tabel 3. 2 Data Keluaran

Data	**Tipe Data**
Harga opsi beli Asia	Integer
Harga opsi jual Asia	Integer

3.7.3 Rancangan Tampilan

Perancangan tampilan utama program aplikasi perhitungan harga opsi Asia dengan metode binomial disajikan pada Gambar 3.4 sebagai berikut:



Gambar 3. 4 Rancangan Tampilan Utama Program Aplikasi

3.7.4 Algoritma Pemrograman

Untuk perancangan program aplikasi perhitungan harga opsi Asia dengan metode binomial digunakan GUI yang terdapat dalam perangkat lunak Matlab. Dengan menggunakan GUI akan dibuat sebuah program aplikasi berupa *form* yang berisi harga saham awal, suku bunga, volatilitas (naik), volatilitas (turun), dan partisi selang waktu. *Form* tersebut nantinya akan diisi oleh pengguna kemudian diproses oleh sistem dan akhirnya akan diperoleh harga opsi beli Asia dan harga opsi jual Asia.

Proses yang terjadi dalam program aplikasi ini adalah pengguna memasukkan harga saham awal, suku bunga, volatilitas (naik), volatilitas (turun) dan partisi selang waktu. Setelah seluruh *form* terisi, maka pengguna akan memperoleh harga opsi beli Asia dan harga opsi jual Asia. Algoritma yang digunakan untuk menghitung harga opsi beli Asia menggunakan Matlab adalah sebagai berikut:

1. Memanggil program aplikasi perhitungan harga opsi beli Asia
2. Masukkan data harga saham awal, suku bunga, volatilitas (naik), volatilitas (turun), dan partisi selang waktu yang diinginkan.
3. Melakukan proses perhitungan perkiraan harga saham.
4. Melakukan proses perhitungan harga opsi beli Asia dan harga opsi jual Asia.
5. Menampillkan hasil perhitungan harga opsi beli Asia dan harga opsi jual Asia.

3.7.5 Langkah-Langkah Pembuatan Program Aplikasi

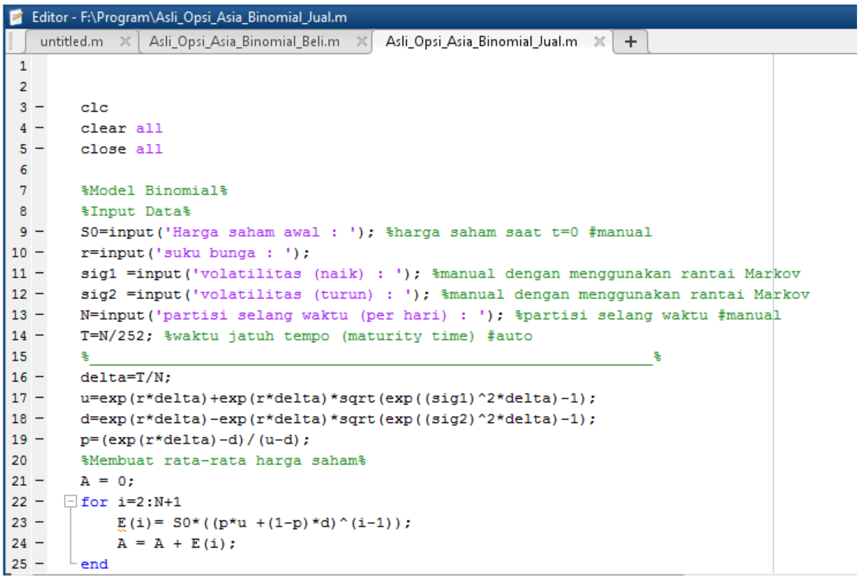
1. Penulisan algoritma opsi beli Asia dan opsi jual Asia ke dalam *coding* Matlab

```
Editor - F:\Program\Asli_Opsi_Asia_Binomial_Beli.m
untitled.m | Asli_Opsi_Asia_Binomial_Beli.m | Asli_Opsi_Asia_Binomial_Jual.m | +


clc
clear all
close all

%Model Binomial%
%Input Data%
S0=input('Harga saham awal : '); %harga saham saat t=0 #manual
r=input('suku bunga : ');
sig1 =input('volatilitas (naik) : '); %manual dengan menggunakan rantai Markov
sig2 =input('volatilitas (turun) : '); %manual dengan menggunakan rantai Markov
N=input('partisi selang waktu (per hari) : '); %partisi selang waktu #manual
T=N/252; %waktu jatuh tempo (maturity time) #auto
%______________________________________________________________%
delta=T/N;
u=exp(r*delta)+exp(r*delta)*sqrt(exp((sig1)^2*delta)-1);
d=exp(r*delta)-exp(r*delta)*sqrt(exp((sig2)^2*delta)-1);
p=(exp(r*delta)-d)/(u-d);
%Membuat rata-rata harga saham%
A = 0;
for i=2:N+1
    E(i)= S0*((p*u +(1-p)*d)^(i-1));
    A = A + E(i);
end
```

Gambar 3. 5 *Coding* Matlab Opsi Beli Asia



Editor - F:\Program\Asli_Opsi_Asia_Binomial_Jual.m

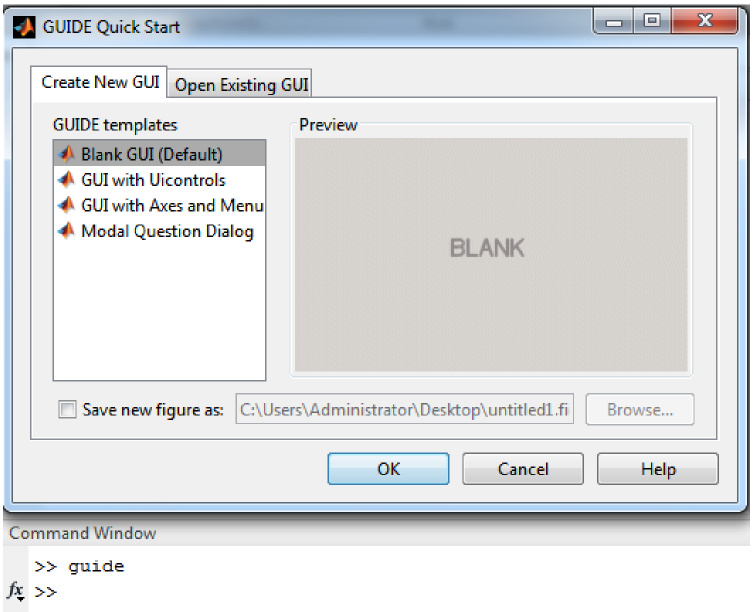
untitled.m | Asli_Opsi_Asia_Binomial_Beli.m | Asli_Opsi_Asia_Binomial_Jual.m

```
clc
clear all
close all

%Model Binomial%
%Input Data%
S0=input('Harga saham awal : '); %harga saham saat t=0 #manual
r=input('suku bunga : ');
sig1 =input('volatilitas (naik) : '); %manual dengan menggunakan rantai Markov
sig2 =input('volatilitas (turun) : '); %manual dengan menggunakan rantai Markov
N=input('partisi selang waktu (per hari) : '); %partisi selang waktu #manual
T=N/252; %waktu jatuh tempo (maturity time) #auto
%________________________________________________________________%
delta=T/N;
u=exp(r*delta)+exp(r*delta)*sqrt(exp((sig1)^2*delta)-1);
d=exp(r*delta)-exp(r*delta)*sqrt(exp((sig2)^2*delta)-1);
p=(exp(r*delta)-d)/(u-d);
%Membuat rata-rata harga saham%
A = 0;
for i=2:N+1
    E(i)= S0*((p*u +(1-p)*d)^(i-1));
    A = A + E(i);
end
```

Gambar 3. 6 *Coding* Matlab Opsi Jual Asia

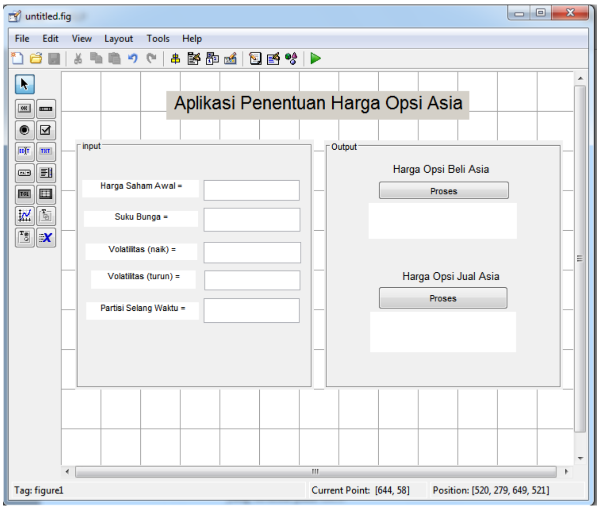
2. Setelah *coding* untuk perhitungan harga opsi beli Asia dan opsi jual Asia selesai dituilskan, kemudian akan dimunculkan *dialog box* untuk membuat GUI dengan mengetik “*guide*” di dalam *Command Window* sehingga muncul *GUIDE Quick Start* seperti pada Gambar 3.6



Gambar 3. 7 GUIDE *Quick Start*

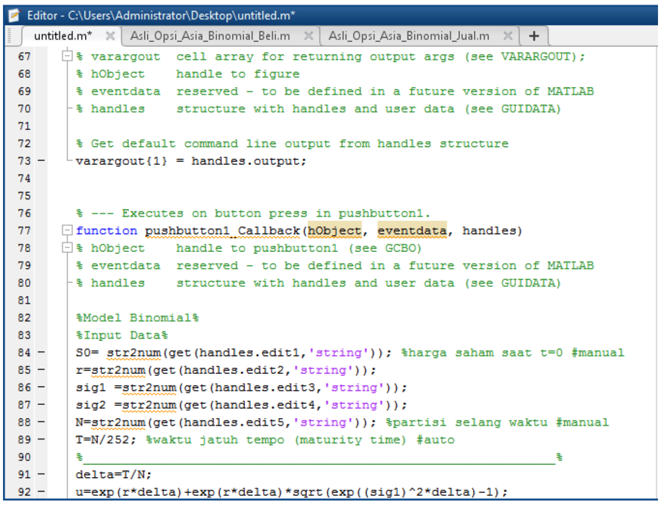
Kemudian pilih “*Blank GUI”*, lalu klik “OK”.

3. Langkah berikutnya adalah mengkontruksi GUI dengan dua *button* proses seperti pada Gambar 3.8



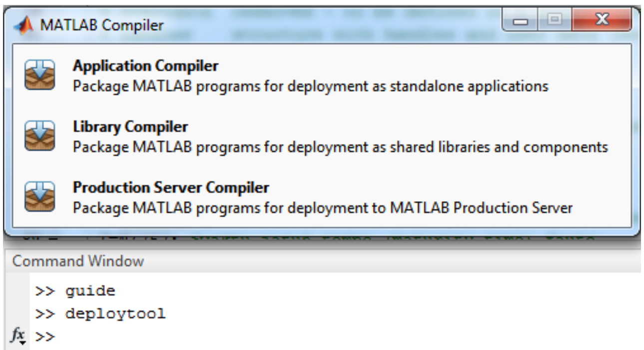
Gambar 3. 8 Konstruksi GUI

4. Salinlah *coding* untuk menghitung harga opsi beli Asia dan opsi jual Asia ke *script* yang tersedia pada GUI.



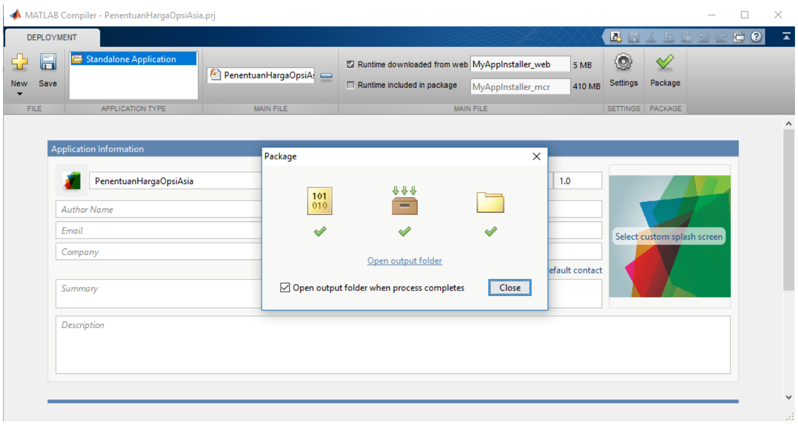
Gambar 3. 9 *Coding* Pada *Script* GUI

5. File GUI yang telah dibuat kemudian di*compile* dengan mengetik "*deploytool*" pada *Command Window* agar bisa dibuka di luar aplikasi Matlab



Gambar 3. 10 *Compile* GUI (1)

Kemudian muncul proses *compiling* seperti pada Gambar 3.11



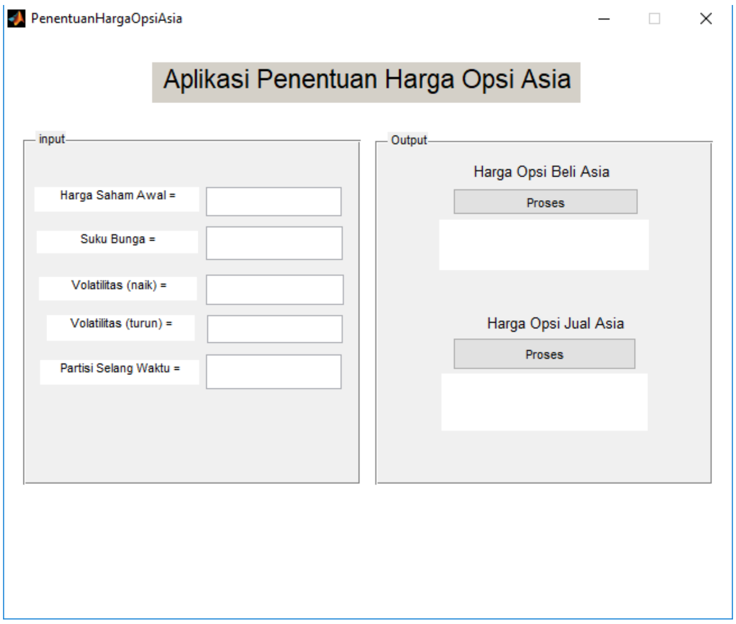
Gambar 3. 11 *Compile* GUI (2)

6. Setelah selesai di*compile*, akan muncul *file* Aplikasi Penentuan Harga Opsi Beli Asia seperti pada Gambar 3.12 berikut

Name	Date modified	Type	Size
PenentuanHargaOpsiAsia.exe	20/01/2020 11.36	Application	547 KB
readme.txt	20/01/2020 11.36	Text Document	2 KB
splash.png	25/04/2013 20.07	PNG File	39 KB

Gambar 3. 12 Aplikasi Penentuan Harga Opsi Asia

7. Setelah file Aplikasi Penentuan Harga Opsi Asia diklik, akan muncul aplikasi seperti pada Gambar 3.13 berikut



Gambar 3. 13 Aplikasi Penentuan Harga Opsi Asia