BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Model matematika perseberan penyakit tuberkulosis pada dua populasi adalah

$$f_1 = \frac{dS_1}{dt} = K_1 + a_2 S_2 - a_1 S_1 - b_1 S_1 I_1 - d_1 S_1$$

$$f_2 = \frac{dI_1}{dt} = b_1 S_1 I_1 - m_1 I_1 - d_1 I_1 - h_1 I_1$$

$$f_3 = \frac{dR_1}{dt} = h_1 I_1 - d_1 R_1$$

$$f_4 = \frac{dS_2}{dt} = K_2 + a_1 S_1 - a_2 S_2 - b_2 S_2 I_2 - d_2 S_2$$

$$f_5 = \frac{dI_2}{dt} = b_2 S_2 I_2 - m_2 I_2 - d_2 I_2 - h_2 I_2$$

$$f_6 = \frac{dR_1}{dt} = h_2 I_2 - d_2 R_2$$

Model matematika persebaran penyakit tuberkulosis pada dua populasi yang saling berhubungan merupakan model yang mempunyai 4 titik kritis yaitu

1. Titik kritis bebas penyakit $\left(S_{11}, 0, 0, S_{21}, 0, 0\right)$ dimana,

$$S_{11} = \frac{a_2 K_1 + d_2 K_1 + a_2 K_2}{a_1 d_2 + a_2 d_1 + d_1 d_2}, \quad S_{21} = \frac{a_1 K_1 + a_1 K_2 + d_1 K_2}{a_1 d_2 + a_2 d_1 + d_1 d_2}$$

2. Titik kritis penyakit endemik di populasi 1 $\left(S_{12}, I_{12}, R_{12}, S_{22}, 0, 0\right)$ dimana,

$$S_{12} = \frac{m_1 + d_1 + h_1}{b_1}, \quad I_{12} = \frac{a_2 b_1 K_1 + b_1 d_2 K_1 + a_2 b_1 K_2 - \left(a_1 d_2 + a_2 d_1 + d_1 d_2\right)\left(m_1 + d_1 + h_1\right)}{b_1\left(a_2 + d_2\right)\left(m_1 + d_1 + h_1\right)},$$

$$R_{12} = \frac{h_1 b_1\left(a_2\left(K_1 + K_2\right) + d_2 K_1 - \left(a_1 d_2 + a_2 d_1 + d_1 d_2\right)\left(m_1 + d_1 + h_1\right)\right)}{b_1 d_1\left(a_2 + d_2\right)\left(m_1 + d_1 + h_1\right)}$$

dan, $S_{22}=\dfrac{b_1K_2+a_1\left(m_1+d_1+h_1\right)}{b_1(a_2+d_2)}$

3. Titik kritis penyakit endemik di populasi 2 $\left(S_{13},0,0,S_{23},I_{23},R_{23}\right)$ dimana

$$S_{13}=\frac{b_2K_1+a_2\left(m_2+d_2+h_2\right)}{b_2\left(a_1+d_1\right)},\quad S_{23}=\frac{m_2+d_2+h_2}{b_2}$$

$$I_{23}=\frac{\left(a_1+d_1\right)K_2+a_1K_1}{\left(m_2+d_2+h_2\right)\left(a_1+d_1\right)}-\frac{a_1d_2+a_2d_1+d_1d_2}{b_2\left(a_1+d_1\right)},$$

dan $R_{23}=\dfrac{h_2}{d_2}\left(\dfrac{\left(a_1+d_1\right)K_2+a_1K_1}{\left(m_2+d_2+h_2\right)\left(a_1+d_1\right)}-\dfrac{a_1d_2+a_2d_1+d_1d_2}{b_2\left(a_1+d_1\right)}\right)$

4. Titik kritis penyakit endemik di kedua populasi $\left(S_{14},I_{14},R_{14},S_{24},I_{24},R_{24}\right)$ dimana

$$S_{14}=\frac{m_1+d_1+h_1}{b_1},\quad I_{14}=\frac{b_2K_1+a_2\left(m_2+d_2+h_2\right)}{b_2\left(m_1+d_1+h_1\right)}-\frac{\left(a_1+d_1\right)}{b_1},$$

$$R_{14}=\frac{h_1}{d_1}\left(\frac{b_2K_1+a_2\left(m_2+d_2+h_2\right)}{b_2\left(m_1+d_1+h_1\right)}-\frac{\left(a_1+d_1\right)}{b_1}\right),\quad S_{24}=\frac{m_2+d_2+h_2}{b_2},$$

$$I_{24}=\frac{b_1K_2+a_1\left(m_1+d_1+h_1\right)}{b_1\left(m_2+d_2+h_2\right)}-\frac{\left(a_2+d_2\right)}{b_2},$$

$$R_{24}=\frac{h_2}{d_2}\left(\frac{b_1K_2+a_1\left(m_1+d_1+h_1\right)}{b_1\left(m_2+d_2+h_2\right)}-\frac{\left(a_2+d_2\right)}{b_2}\right)$$

Setelah dicari kestabilannya akan dicari bilangan reproduksi dasar dari sistem.

Berikut nilai bilangan reproduksi dasar dari model matematika persebaran penyakit tuberkulosis pada dua populasi yang saling berhubungan.

$$R_{01} = \frac{b_1(a_1K_1 + d_2K_1 + a_2K_2)}{\left(m_1 + d_1 + h_1\right)(a_2d_1 + a_1d_2 + d_1d_2)}$$

atau

$$R_{02} = \frac{b_2(a_1K_2 + d_1K_2 + a_1K_1)}{\left(m_2 + d_2 + h_2\right)(a_2d_1 + a_1d_2 + d_1d_2)}$$

dimana $R_0 = \max\left\{R_{01}, R_{02}\right\}$.

Lalu dengan menggunakan data pada tabel 4.1 diketahui bahwa model matematika penyebaram penyakit TB merupakan model yang endemik, dan juga mempunyai tipe titik kritis yang tidak stabil asimptotik lokal, yang artinya titik kritisnya tidak menuju ke satu titik. Oleh karena itu, ditentukan -parameter yang dapat dikendalikan guna membuat model matematika persebaran penyakit tuberkulosis tidak endemik di kedua populasi yang dimana para meter tersebut adalah parameter b atau h. Perubahan kedua nilai ini dipilih dikarenakan kedua parameter tersebut merupakan parameter yang dapat dikendalikan pada dunia nyata. Menurunkan nilai b, menaikan nilai h dan menurunkan b dan menaikan h secara sekaligus ke suatu titik tertentu dapat membuat nilai dari bilangan reproduksi dasar $(R_0) < 1$, yang artinya penyakit tidak endemik dan titik kritis pada model mempunyai sifat stabil asimtotik.

5.2 Saran

Adapun saran-saran yang ingin penulis sampaikan guna mengembangkan penelitian ini pada kesempatan berikutnya. Berikut saran-saran yang dapat dipakai:

1. Perluasan model matematika dengan menambahkan parameter-parameter seperti status HIV dari individu-individu di populasi tersebutdan ketahanan terhadap OAT suatu individu.

2. Pencarian data pada dua populasi di dunia nyata sehingga dapat membantu melihat dan menurunkan persebaran penyakit tuberkulosis.