LAMPIRAN 4: INSTRUMEN PENELITIAN

Lampiran L 4.1: Kisi-Kisi Instrumen Penelitian Kemampuan Pemahaman Konsep, Penalaran dan Pembuktian Matematis

KISI-KISI INSTRUMEN PENELITIAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIS

Mata Kuliah : Geometri Dasar
Alokasi Waktu : 30 menit
Bentuk Soal : Uraian
Banyak Soal : 4 butir

Indikator Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis	Indikator Materi Pembelajaran	Nomor Butir Soal
Pemahaman komputasional: menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik.	Menerapkan konsep kesejajaran untuk melakukan perhitungan sederhana secara algoritmik besar sudut dua buah garis sejajar yang dipotong oleh garis yang lain	3
	Menerapkan konsep jumlah sudut dalam segitiga untuk melakukan perhitungan sederhana secara algoritmik masalah yang terkait dengan segitiga	4
Pemahaman fungsional: mengaitkan satu konsep dengan konsep lain dan menyadari proses yang dikerjakan.	Mengaitkan konsep kekongruenan dua buah segitiga untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan belah ketupat	1
	Mengaitkan konsep persegi untuk menyelesaikan masalah luas daerah segitiga	2

KISI-KISI INSTRUMEN PENELITIAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS

Mata Kuliah	: Geometri Dasar
Alokasi Waktu	: 50 menit
Bentuk Soal	: Uraian
Banyak Soal	: 5 butir

Indikator Kemampuan Penalaran Matematis	Indikator Materi Pembelajaran	Nomor Butir Soal
Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi	Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi dari argument yang disajikan terkait dengan masalah segitiga sama kaki	8a
Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta atau sifat-sifat	Memberikan penjelasan dengan model, fakta atau sifat-sifat berkaitan dengan solusi dari masalah luas daerah segitiga	8b
Memperkirakan jawaban dan proses solusi	Memperkirakan jawaban dari masalah yang berkaitan segitiga sama sisi	10
Memeriksa validitas argument	Memeriksa validitas argument yang disajikan terkait langkah pembuktian segitiga	5

KISI-KISI INSTRUMEN PENELITIAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

Mata Kuliah : Geometri Dasar
Alokasi Waktu : 70 menit
Bentuk Soal : Uraian
Banyak Soal : 4 butir

Indikator Kemampuan Pembuktian Matematis	Indikator Materi Pembelajaran	Nomor Butir Soal
Menemukan kesalahan dari langkah bukti yang telah disajikan, kemudian menuliskan kembali bukti yang benar atau valid	Menemukan kesalahan dari bukti yang telah disajikan, kemudian menuliskan kembali bukti yang benar atau valid terkait pembuktian segitiga	5
Memilih satu dari dua teorema yang sisajikan untuk digunakan dalam membuktikan suatu pernyataan.	Memilih satu dari dua teorema yang sisajikan untuk digunakan dalam membuktikan masalah terkait segitiga	6
Mengevaluasi validitas bukti yang disajikan dengan cara mengurutkan langkah-langkah bukti untuk mendapatkan konstruksi bukti yang valid.	Mengevaluasi validitas bukti yang disajikan terkait segitiga kongruen dengan cara mengurutkan langkah-langkah bukti untuk mendapatkan konstruksi bukti yang valid.	7
Kemampuan menyusun argumen untuk membuktikan suatu pernyataan	Menyusun argumen untuk membuktikan pernyataan terkait segitiga sama kaki	9

Lampiran L 4.3: Lembar Instrumen Penelitian Kemampuan Pemahaman Konsep, Penalaran dan Pembuktian Matematis

INSTRUMEN PENELITIAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP, PENALARAN DAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

Mata Kuliah	: Geometri Dasar
Alokasi Waktu	: 150 menit
Bentuk Soal	: Uraian
Banyak Soal	: 10 butir

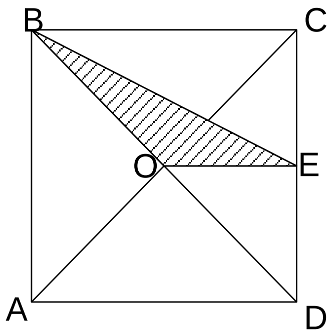
Petunjuk:

1. Periksa dan bacalah soal sebelum kamu mengerjakannya.
2. Kerjakanlah terlebih dahulu soal-soal yang kamu anggap mudah
3. Lembar soal harus tetap bersih dan diserahkan kembali beserta lembar jawaban kepada pengawas.
4. Waktu yang tersedia untuk mengerjakan soal adalah 150 menit.

---

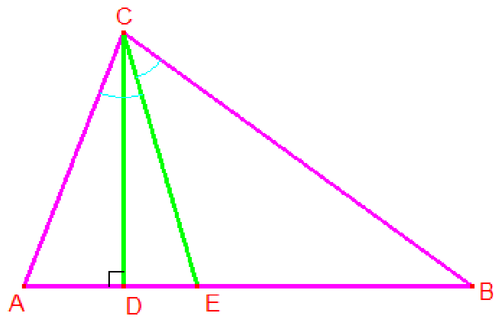
1. Dalam belah ketupat ABCD, P adalah titik tengah AD sehingga $BP \perp AD$. Tentukan besar keempat sudut dari belah ketupat tersebut.

2. Segi-4 ABCD yang tampak pada gambar berikut adalah sebuah persegi dengan panjang sisinya 10 cm. Titik O adalah adalah titik potong diagonal AC dan BD, sedangakan titik E terletak di tengah-tengah CD. Hitung luas daerah segitiga BOE.

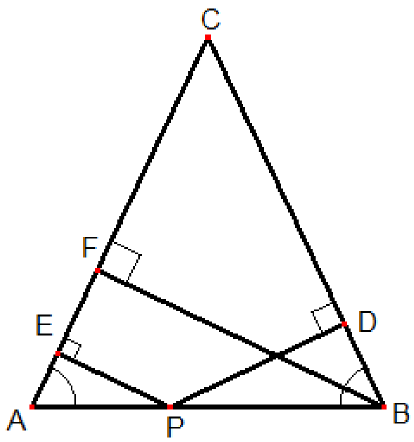


3. Jika garis *a* // *b* dan keduanya dipotong oleh sebuah garis *c* secara transfersal, serta perbandingan sudut dalam sepihak adalah 5:7, tentukan besar sudut dalam berseberanganya.

4. Pada segitiga ABC yang tampak pada gambar berikut, diketahui bahwa $CD \perp AB$ dan CE adalah garis bagi $\angle C$. Jika $m\angle A = 70^0$ dan $m\angle B = 50^0$, tentukan besar $\angle DCE$.

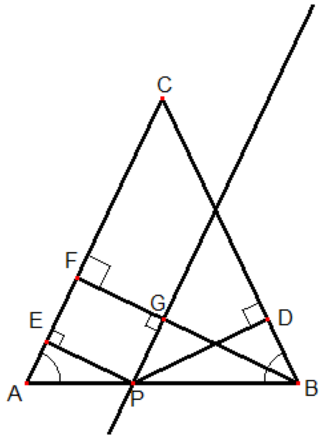


5. Pada gambar berikut tampak bahwa ΔABC adalah segitiga sama kaki dengan $AC \cong BC$, BF garis tinggi dari B, titik P terletak pada AB, $PE \perp AC$ dan $PD \perp BC$. Buktikan bahwa panjang garis tinggi BF sama dengan jumlah panjang PE dan PD.



Untuk membuktikan kebenaran pernyataan di atas, ditempuh langkah-langkah pembuktian berikut:

i. Titik B terletak di luar sisi AC, maka berdasarkan teorema Playfair dapat ditarik secara tunggal garis // AC melalui titik P dan memotong BF di titik G seperti tampak pada gambar berikut.



ii. Karena PG dan AC keduanya dipotong secara transversal oleh FB maka $\angle AFG \cong \angle PGB$ (sudut dalam berseberangan), sehingga mengakibatkan $\angle PGB \cong \angle PDB$.

iii. Karena PG dan AC keduanya dipotong secara transversal oleh oleh AP maka $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ (sudut dalam sepihak).

iv. Selanjutnya dengan memperhatikan ΔPGB dan segitiga ΔPDB dimana $\angle GPB \cong \angle PBD$ (pernyataan (*iii*)) dan $AB = BA$ (berimpit) maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ yang akan berakibat $BG = PD$.

v. Dikarenakan $EP \,//\, FG$ dan $\angle FGP$ adalah sudut siku-siku maka segiempat EPGF adalah suatu persegi panjang sehingga panjang sisi $EP = FG$.

vi. Oleh karena panjang sisi $BF = FG + BG$ maka berdasarkan pernyataan (*iv*) dan (*v*) dapat dipastikan bahwa panjang sisi $BF = PE + PD$ yang artinya panjang garis tinggi BF sama dengan jumlah panjang PE dan PD. ■

Apakah langkah-langkah bukti di atas semua benar?berikan alasanya.

6. Disajikan teorema berikut:
   i. Jika segitiga P dan segitiga Q saling sebangun maka perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuain sama besar
   ii. Jika dua buah sisi dan sebuah sudut yang diapit dari dua buah segitiga kongruen, maka segitiga itu saling kongruen.

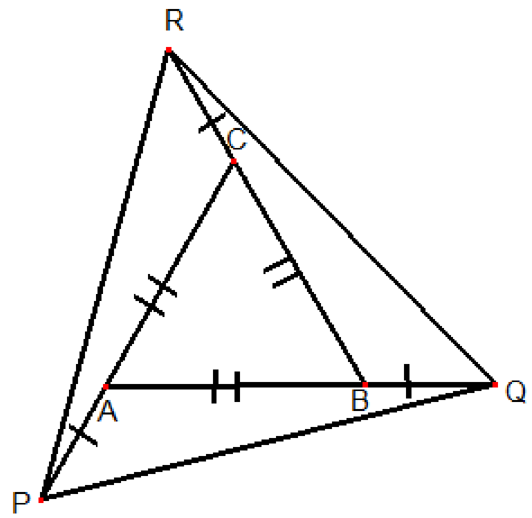
   Dari dua buah teorema di atas, manakah teorema yang dapat digunkan untuk membuktikan pernyataan berikut:

   Jika O adalah titik potong ketiga sumbu seitiga ABC, maka jarak titik O terhadap titik sudut segitiga tersebut sama.

   Tuliskan bukti formalnya.

7. Pada gambar berikut diketahui segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. AQ adalah perpanjangan sisi AB, sehingga AQ $= \frac{3}{2} AB$. BR adalah perpanjangan sisi BC

sehingga, BR = $\frac{3}{2}BC$ dan CP adalah perpanjangan sisi AC sehingga, CP = $\frac{3}{2}AC$.
Buktikan bahwa segitiga PQR adalah segitiga sama sisi**.**

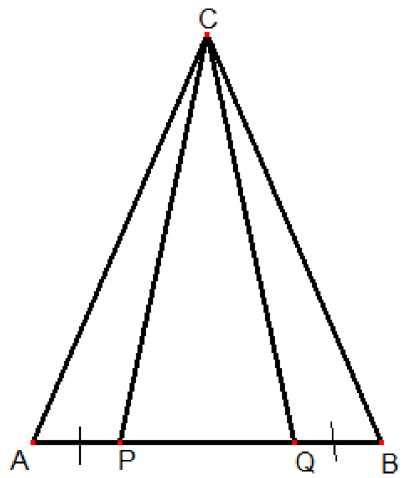


Untuk membuktikan kebenaran pernyataan di atas, ditempuh langkah-langkah pembuktian berikut yang urutanya masih teracak:

i. ΔABC adalah segitiga sama sisi, maka $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ dan *AB*=*BC*=*AC*.
ii. Karena AQ = $\frac{3}{2}AB$, BR = $\frac{3}{2}BC$ dan CP = $\frac{3}{2}AC$, maka *AP* =*BQ* =*CR*.
iii. *BQ* = *CR*, maka *AQ*=*BR*
iv. $\angle PAB \cong \angle ACR$, maka $\angle PAQ \cong \angle PCR$
v. $\Delta PAQ \cong \Delta PCR\,(S.Sd.S)$, sehingga dapat dinyatakan $PQ = PR$
vi. Karena , $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ maka $\angle PAB \cong \angle CBQ \cong \angle ACR$
vii. *AP* = *CR*, maka *CP*=*BR*
viii. *PQ*=*QR*=*PR*
ix. $\angle PAB \cong \angle CBQ$, maka $\angle PAQ \cong \angle QBR$
x. $\Delta PAQ \cong \Delta QBR\,(S.Sd.S)$, sehingga dapat dinyatakan $PQ = QR$
xi. $\therefore \Delta PQR$ adalah segitiga sama sisi

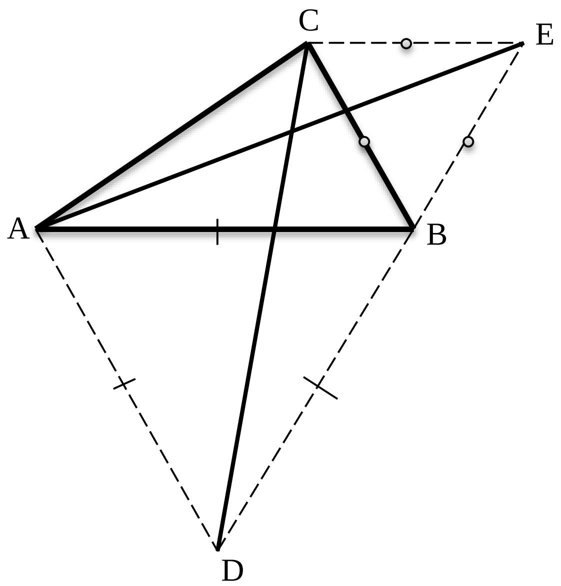
Urutkan langkah-langkah bukti tersebut, sehingga didapatkan langkah bukti yang benar. Berikan alasanya.

8. Segitiga ABC yang tampak pada gambar berikut adalah segitiga sama kaki dengan $\angle A \cong \angle B$. Titik P dan Q pada sisi AB sehingga panjang AP sama dengan panjang BQ.



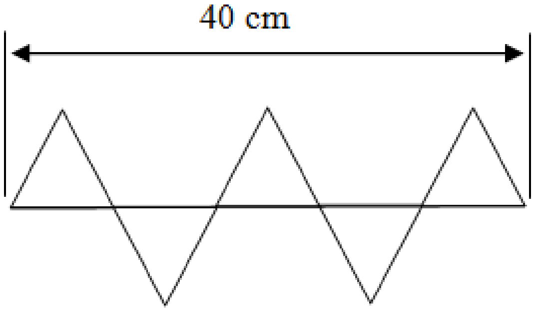
a. Berdasarkan pernyataan di atas, dapatkah disimpulkan bahwa segitiga CPQ adalah segitiga sama kaki?
b. Berikan penjelasanmu tentang pernyataan (a)

9. Perhatikan gambar ΔABC berikut.



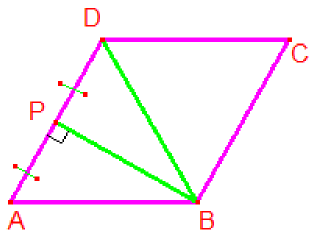
Pada segitiga di atas diketahui ΔABD dan ΔBCE masing-masing segitiga sama sisi. Buktikan bahwa $AE \cong CD$.

10. Pada gambar berikut tampak 5 buah segitiga sama sisi yang kongruen. Hitunglah jumlah luas total dari lima buah segitiga tersebut.


40 cm

ALTERNATIF JAWABAN
TES KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP, PENALARAN
DAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

1. Perhatikan gambar berikut ini.



Diketahui: ABCD adalah suatu belah ketupat

AB = BC = CD = AB

AP = PD

$BP \perp AD$

Ditanya: $m\angle BAD, m\angle ABC, m\angle BCD, dan\, m\angle ADC,$

Jawab:

Perhatikan segitiga APB dan segitiga DPB, kerana AP = PD (diketahui), $\angle APB \cong \angle DPB$ (sudut siku-siku) dan BP = PB (berimpit) maka $\Delta APB \cong \Delta DPB$ $(S.Sd.S)$, sehingga AB=BD.

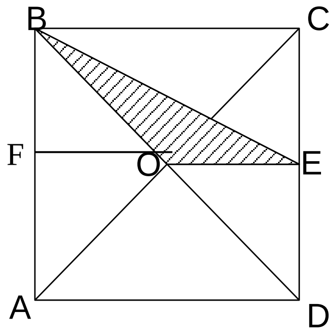
Selanjutnya perhatikan segitiga ABD, Karen AB = BD maka BD = AD, sehingga segitiga ABD merupakan segitiga sama sisi yang berarti $m\angle BAD = 60^0$.

Perhatikan AB // CD dipotong oleh AD (sifat belah ketupat sisi yang berdapan saling sejajar) maka,

$$m\angle BAD + m\angle ADC = 180^0$$
$$60^0 + m\angle ADC = 180^0 \quad .$$
$$m\angle ADC = 120^0$$

Dengan mengacu pada sifat belah ketupat bahwa besar sudut yang berhadapan sama besar, maka $m\angle BAD = m\angle BCD = 60^0$ dan $m\angle ADC = m\angle ABC = 120^0$. Sehingga dapat disimpulkan $m\angle BAD = 60^0, m\angle ABC = 120^0, m\angle BCD = 60^0, dan\, m\angle ADC = 120^0$.

2. Perhatikan gambar berikut

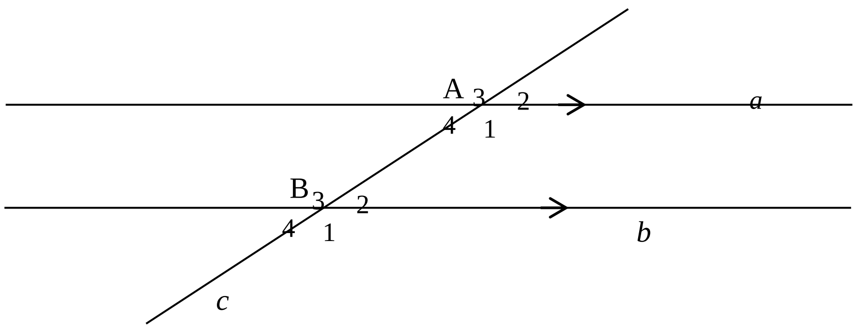


Diketahui: ABCD adalah sebuah persegi
AB = 10 cm
Titik O adalah titik potong diagonal AC dan BD
Titik E terletak di tengah-tengah CD sehingga CE=BF
Ditanyakan: Luas daerah segitiga BOE.
Jawab:
Perhatikan bahwa CE = BF = ½ AB = 5 cm dan karena titik O adalah titik pusat persegi maka EO=½ AD = 5 cm. Sehingga

$$\text{Luas daerah } \Delta BOE = \frac{1}{2} \times EO \times EO$$
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5,$$
$$= \frac{25}{2}$$

Oleh karena itu didapat luas daerah ΔBOE adalah $\frac{25}{2}$ cm^2

3. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui: garis *a* // *b* dipotong oleh garis *c*
Titik A adalah titik potong garis *a* dan *c*
Titik B adalah titik potong garis *b* dan *c*
$m\angle A_4 : m\angle B_3 = 5:7$

Ditanyakan: $m\angle A_1, m\angle A_4, m\angle B_3 dan\ m\angle B_2$
Jawab:
Perhatikan bahwa

$$m\angle A_4 + m\angle B_3 = 180^0$$
$$m\angle A_4 = 180^0 - m\angle B_3$$

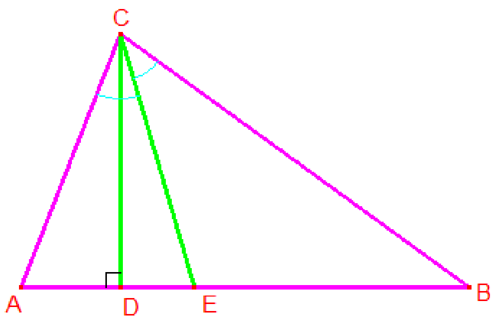
Kerena, $\frac{m\angle A_4}{m\angle B_3} = \frac{5}{7}$, sehingga

$$\frac{m\angle A_4}{m\angle B_3} = \frac{5}{7}$$
$$\frac{180^0 - m\angle B_3}{m\angle B_3} = \frac{5}{7}$$
$$1260^0 - 7.m\angle B_3 = 5.m\angle B_3$$
$$12.m\angle B_3 = 1260^0$$
$$m\angle B_3 = 105^0$$

$$m\angle A_4 = 180^0 - m\angle B_3$$
$$= 180^0 - 105^0$$
$$= 75^0$$

$m\angle A_4 = m\angle B_2$ (Sudut dalam berseberangan sehingga $m\angle B_2 = 75^0$
$m\angle B_3 = m\angle A_1$ (Sudut dalam berseberangan sehingga $m\angle A_1 = 105^0$

4. Perhatikan gambar berikut ini.



Diketahui: $CD \perp AB$

BE adalah garis bagi $\angle C$, sehingga $m\angle ACE = m\angle ACE = \frac{1}{2} m\angle ACE$

$m\angle A = 70^0$
$m\angle B = 50^0$

Ditanyakan: Tentukan besar $\angle DCE$
Jawab:

Perhatikan segitiga ABC

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^0$$
$$70^0 + 50^0 + m\angle C = 180^0$$
$$m\angle C = 180^0 - 120^0$$
$$m\angle C = 60^0$$

Sehingga $m\angle ACE = \frac{1}{2} m\angle ACE = 30^0$

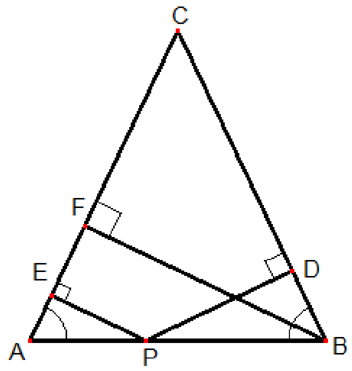
Perhatikan segitiga ACE

$$m\angle CAE + m\angle AEC + m\angle ACE = 180^0$$
$$50^0 + m\angle AEC + 30^0 = 180^0$$
$$m\angle AEC = 180^0 - 80^0$$
$$m\angle AEC = 100^0$$

Perhatikan segitiga CDE

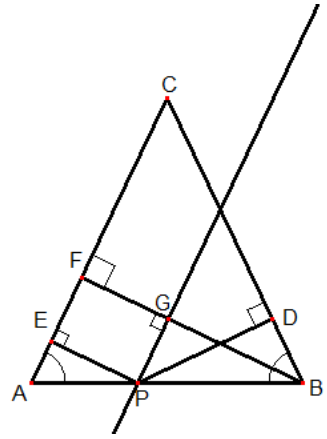
$$m\angle CDE + m\angle DCE + m\angle AEC = 180^0$$
$$90^0 + m\angle DCE + 100^0 = 180^0$$
$$m\angle DCE = 180^0 - 190^0$$
$$m\angle AEC = 10^0$$

5. Pada gambar berikut tampak bahwa ΔABC adalah segitiga sama kaki dengan $AC \cong BC$, BF garis tinggi dari B, titik *P* terletak pada *AB*, $PE \perp AC$ dan $PD \perp BC$. Buktikan bahwa panjang garis tinggi BF sama dengan jumlah panjang *PE* dan *PD*.



Untuk membuktikan kebenaran pernyataan di atas, ditempuh langkah-langkah pembuktian berikut:

i. Titik B terletak di luar sisi AC, maka berdasarkan teorema Playfair dapat ditarik secara tunggal garis // AC melalui titik P dan memotong BF di titik G seperti tampak pada gambar berikut.



ii. Karena PG dan AC keduanya dipotong secara transversal oleh FB maka besar $\angle AFG \cong \angle PGB$ (sudut dalam berseberangan), sehingga mengakibatkan $\angle PGB \cong \angle PDB$.

iii. Karena PG dan AC keduanya dipotong secara transversal oleh oleh AP maka $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ (sudut dalam sepihak).

iv. Selanjutnya dengan memperhatikan ΔPGB dan segitiga ΔPDB dimana $\angle GPB \cong \angle PBD$ (pernyataan (iii)) dan $AB = BA$ (berimpit) maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ yang akan berakibat $BG = PD$.

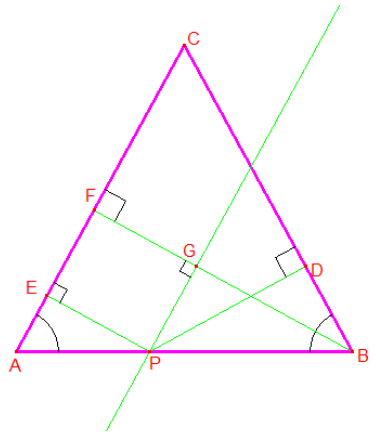
v. Dikarenakan EP // FG dan $\angle FGP$ adalah sudut siku-siku maka segiempat EPGF adalah suatu persegi panjang sehingga panjang sisi $EP = FG$.

vi. Oleh karena panjang sisi $BF = FG + BG$ maka berdasarkan pernyataan (*iv*) dan (*v*) dapat dipastikan bahwa panjang sisi $BF = PE + PD$ yang artinya panjang garis tinggi *BF* sama dengan jumlah panjang *PE* dan *PD*. ■

Apakah langkah-langkah bukti di atas semua benar?berikan alasanya.

Jawaban:
Pada pembuktian dia atas

i. Titik *B* *noncolinear* terhadap sisi *AC*, maka berdasarkan teorema Playfair dapat ditarik secara tunggal garis // *AC* melalui titik *B* dan memotong *BF* di titik *G* seperti tampak pada gambar berikut.



Pernyataan: tidak valid
Alasan: Harusnya titik *P* *noncolinear* terhadap sisi *AC*, sehingga berdasarkan teorema playfair yaitu jika terdapat sebuah garis dan sebuah titik yang *noncolinier* maka hanya ada satu garis sejajar garis tersebut melalui titik itu.

ii. Karena *PG* dan *AC* dipotong secara transversal oleh *FB* maka besar $\angle AFG \cong \angle PGB$ (sudut dalam berseberangan), sehingga mengakibatkan $\angle PGB \cong \angle PDB$.
Pernyataan tidak valid
Alasan: pernyataan sudah benar, akan tetapi alasan dari pernyataan salah yaitu seharusnya alasan dari $\angle AFG \cong \angle PGB$ adalah sudut sehadap.

iii. Karena *PG* dan *AC* dipotong secara transversal oleh oleh *AP* maka $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ (sudut dalam sepihak).
Pernyataan tidak valid
Alasan: pernyataan sudah benar, akan tetapi alasan dari pernyataan salah yaitu seharusnya alasan dari seharusnya alasan dari $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ adalah sudut sehadap.

iv. Selanjutnya dengan memperhatikan ΔPGB dan segitiga ΔPDB dimana $\angle GPB \cong \angle PBD$ (pernyataan (*iii*)) dan $AB = BA$ (berimpit) maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ yang akan berakibat $BG = PD$.
Pernyataan tidak valin valid
Alasan: Ada syarat yang kurang dalam menentukan dua buah segitiga saling kongruen dengan teorema (*Sd.S.Sd*) yaitu menunjukkan $\angle PBG \cong \angle PBD$ (akibat teorema jumlah sudut dalam segitiga), maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ (Sd.S.Sd.) yang akan berakibat $BG = PD$.

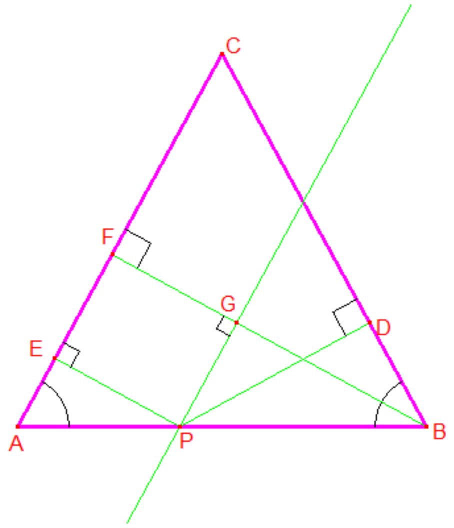
v. Dikarenakan EP // FG dan $\angle FGB$ adalah sudut siku-siku maka segiempat EPGF adalah suatu persegi panjang sehingga panjang sisi $EP = FG$.
Pernyataan tidak valin valid
Alasan: segiempat EPGF adalah suatu persegi panjang sehingga panjang sisi $EP = FG$.

vi. Oleh karena panjang sisi *BF* = *FG* + *BG* maka berdasarkan pernyataan (*iv*) dan (*v*) dapat dipastikan bahwa panjang sisi *BF* = *PE* + *PD* yang artinya panjang garis tinggi *BF* sama dengan jumlah panjang *PE* dan *PD*. ■
Pernyataan tidak valin valid
Alasan: Karena panjang sisi BF = FG + BG, $EP = FG$, dan $EP = FG$ maka garis tinggi ΔABC terhadap sisi AC sama dengan PE + PD. ■

ada langkah bukti yang salah yaitu:
Terdapat langkah bukti yang salah yaitu pada langkah ke (*ii*), (*iii*) dan (*iv*) terjadi kesalahan. Langkah ke (*ii*) tertulis bahwa "Perhatikan *PG // AC* dopotong oleh *FB* maka besar $\angle AFG \cong \angle PGB$ (sudut dalam berseberangan), sehingga mengakibatkan $\angle PGB \cong \angle PDB$ " , pernyataan sudah benar akan tetapi alasan bahwa "sudut dalam berseberangan" salah karena yang benar adalah sudut sehadap. Pada langkah (*iii*) tertulis bahwa "Perhatikan pula bahwa PG // AC dopotong oleh AP maka $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ (sudut dalam sepihak)", pernyataan sudah benar akan tetapi alasan bahwa "sudut dalam sepihak" salah karena yang benar adalah sudut sehadap. Pada langkah ke (*iv*) ada syarat yang kurang dalam menentukan dua buah segitiga saling kongruen dengan teorema (*Sd.S.Sd*) yaitu menunjukkan $\angle PBG \cong \angle PBD$ (akibat teorema jumlah sudut dalam segitiga), maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ (Sd.S.Sd.) yang akan berakibat $BG = PD$ dan pada pernyataan ada pernytaan AB=BA tidak terkait pembuktian yang benar adalah BP=PB (berimpit).

Sehingga dapat ditulisakan langkah bukti yang benar yaitu:

i. Titik *B noncolinear* terhadap sisi *AC*, maka berdasarkan teorema Playfair dapat ditarik secara tunggal garis // *AC* melalui titik *B* dan memotong *BF* di titik *G* seperti tampak pada gambar berikut.



ii. Perhatikan $PG \parallel AC$ dopotong oleh *FB* maka besar $\angle AFG \cong \angle PGB$ (sudut sehadap), sehingga mengakibatkan $\angle PGB \cong \angle PDB$.

iii. Perhatikan pula bahwa PG // AC dopotong oleh AP maka $\angle A \cong \angle GPB \cong \angle B \cong \angle PBD$ (sudut sehadap).

iv. Selanjutnya perhatikan ΔPGB dan segitiga ΔPDB dimana $\angle GPB \cong \angle PBD$ (pernyataan (*iii*)), $AB = BA$ (berimpit) dan $\angle PBG \cong \angle PBD$ (akibat teorema jumlah sudut dalam segitiga), maka $\Delta PGB \cong \Delta PDB$ (*Sd.S.Sd.*) yang akan berakibat $BG = PD$.

v. Dikarenakan *EP* // *FG* dan $\angle FGB$ adalah sudut siku-siku maka segiempat EPGF adalah suatu persegi panjang sehingga panjang sisi $EP = FG$.

vi. Oleh karena panjang sisi $BF = FG + BG$ maka berdasarkan pernyataan (*iv*) dan (*v*) dapat dipastikan bahwa panjang sisi $BF = PE + PD$ yang artinya garis tinggi ΔABC terhadap sisi *AC* sama dengan $PE + PD$. ■

6. Disajikan teorema berikut:
   i. Jika segitiga P dan segitiga Q saling sebangun maka perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuain sama besar
   ii. Dua buah segitiga saling kongruen, jika dua buah sisi dan sudut yang diapitnya kongruen

   Dari dua buah teorema di atas, manakah teorema yang dapat digunkan untuk membuktikan pernyataan berikut:

   Jika titik P adalah titik potong garis sumbu segitiga ABC, maka jarak titik P terhadap titik sudut segitiga ABC sama.

Jelaskan alasanmu.

Jawaban:

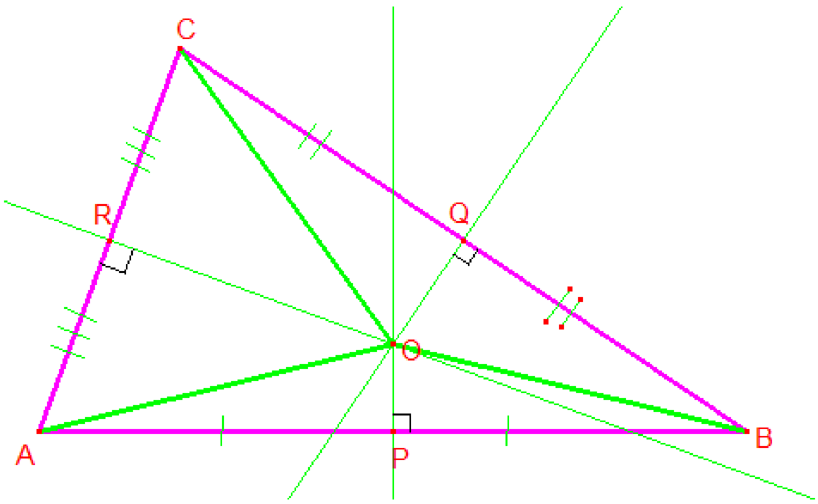
Teorema yang digunakan untuk membuktikan pernyataan:

Jika O adalah titik potong ketiga sumbu seitiga ABC, maka jarak titik O terhadap titik sudut segitiga tersebut sama.

yaitu teorema yang ke (*ii*) : Dua buah segitiga saling kongruen, jika dua buah sisi dan sudut yang diapitnya kongruen.

Bukti:

Perhatikan gambar berikut.



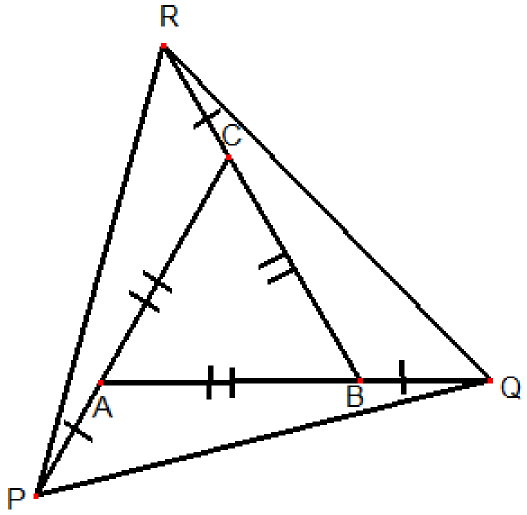
Diketahui O adalah titik potong garis sumbu ΔABC, akan ditunjukkan bahwa $AO \cong BO \cong CO$.

Bukti

Perhatikan ΔAPO dan ΔBPO dimana $AP \cong BP$ (titik P adalah titik tengah AB), $\angle APO \cong \angle BPO$ (sudut siku-siku), dan $OP \cong PO$ (berimpit), maka $\Delta APO \cong \Delta BPO$ ($S.Sd.S$) yang akan berakibat $AO \cong BO$ ….(*i*). Perhatikan pula ΔARO dan ΔCRO dimana $AR \cong CR$ (titik R adalah titik tengah AC), $\angle ARO \cong \angle CRO$ (sudut siku-siku), dan $OR \cong RO$ (berimpit), maka $\Delta ARO \cong \Delta CRO$ ($S.Sd.S$) yang akan berakibat $AO \cong CO$ ….(*ii*). Berdasarkan pernyataan (*i*) dan (*ii*) dapat disimpulkan bahwa panjang sisi $AO \cong BO \cong CO$

yang artinya jarak titik potong garis sumbu suatu segitiga ABC dengan titik-titik sudut segitiga tersebut adalah sama. ■

7. Pada gambar berikut diketahui segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. AQ adalah perpanjangan sisi AB, sehingga AQ $=\frac{3}{2}AB$. BR adalah perpanjangan sisi BC sehingga, BR = $\frac{3}{2}BC$ dan CP adalah perpanjangan sisi AC sehingga, CP = $\frac{3}{2}AC$. Buktikan bahwa segitiga PQR adalah segitiga sama sisi**.**



Langkah-langkah pembuktian yang benar:

i. ΔABC adalah segitiga sama sisi, maka $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ dan $AB=BC=AC$.

ii. Karena , $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ maka $\angle PAB \cong \angle CBQ \cong \angle ACR$

iii. Karena AQ $=\frac{3}{2}AB$, BR = $\frac{3}{2}BC$ dan CP = $\frac{3}{2}AC$, maka $AP = BQ = CR$.

iv. $BQ = CR$, maka $AQ=BR$

v. $\angle PAB \cong \angle ACR$, maka $\angle PAQ \cong \angle PCR$

vi. $\Delta PAQ \cong \Delta QBR\,(S.Sd.S)$, sehingga dapat dinyatakan $PQ = QR$ (Alasanya akibat dari pernyataan *iii*, *iv* dan *v*)

vii. $AP = CR$, maka $CP=BR$

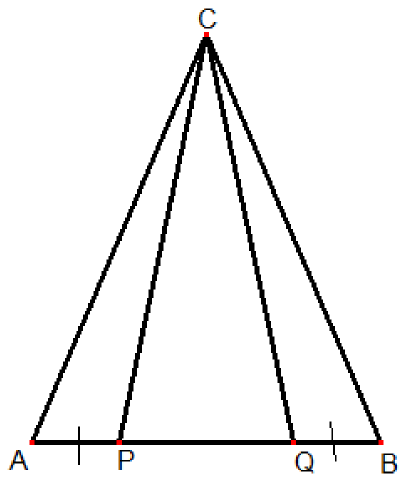
viii. $\angle PAB \cong \angle CBQ$, maka $\angle PAQ \cong \angle QBR$

ix. $\Delta PAQ \cong \Delta PCR\,(S.Sd.S)$, sehingga dapat dinyatakan $PQ = PR$ (Alasanya akibat dari pernyataan *iii*, *vii* dan *vii*)

x. $PQ=QR=PR$ (alasanya akibat dari pernyataan *vi* dan *ix*)

xi. $\therefore \Delta PQR$ adalah segitiga sama sisi

8. Perhatikan gambar berikut.



a. Berdasarkan pernyataa di atas, dapatkah disimpulkan bahwa segitiga CPQ adalah segitiga sama kaki?
Jawaban:

Berdasarkan pernyataan yang disajikan dapat disimpulkan bahwa bahwa segitiga CPQ adalah segitiga sama kaki

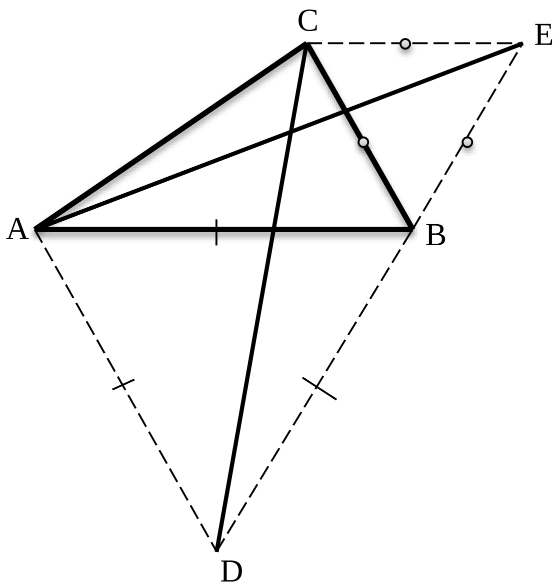
b. Berikan penjelasanmu tentang pernyataan (a)
Jawaban:

Diketahui: segitiga ΔABC adalah segitiga sama kaki
$\angle A \cong \angle B$
$AC = BC$
$AP = BQ$

Yang akan dibuktikan: ΔPQC adalah segitiga sama kaki
dengangan kata lain akan dibuktikan $CP = CQ$

Bukti:
Perhatikan ΔAPC dan ΔBCQ dimana $AP \cong BQ$ (diketahui), $\angle CAP \cong \angle CBQ$ (ΔABC adalah segitiga sama kaki) dan $AC \cong BC$ (ΔABC adalah segitiga sama kaki), maka $\Delta APC \cong \Delta BCQ$ ($S.Sd.S$) yang akan beraibat besar $CPCQ$, yang berarti bahwa ΔPQC adalah segitiga sama kaki. ■

9. Perhatikan gambar berikut

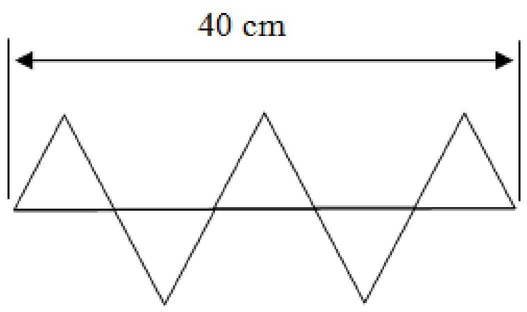


Diketahui: ΔABC adalah segitiga sembarang
ΔABD adalah segitiga sama sisi sehingga panjang sisi $AD \cong BD \cong AB$
ΔBCE adalah segitiga sama sisi sehingga panjang sisi $BC \cong BE \cong CE$
Maslah yang akan dibuktikan: ditinjukkan bahwa panjang sisi $AE \cong DCD$.

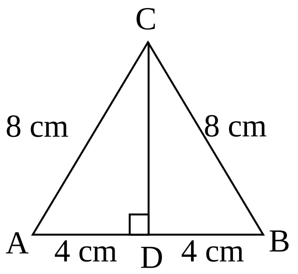
Bukti:

Perhatikan ΔABE dan ΔCBD dimana $AB \cong BD$ (diketahui), $\angle ABE \cong \angle CBD$ (karena $m\angle ABD = m\angle CBE$, maka dengan menambahkan $m\angle B$ pada ΔABC di masing-masing ruas sehingga $m\angle ABE = m\angle CBD$) dan $BE \cong BC$ (diketahui) maka $\Delta ABE \cong \Delta CBD$ ($S.\ Sd.\ S$) yang akan mengakibatkan $AE \cong CD$. ■

10. Perhatikan gambar berikut.



Dimisalkan sebuah salah satu segitiga seperti tampak pada gambar berikut:



- $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2}$

  $= \sqrt{8^2 - 4^2}$

  $= \sqrt{64 - 16}$

  $= \sqrt{48}$

  $= 4\sqrt{3}\,cm$

- Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$

  $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3}$

  $= 16\sqrt{3}\,cm^2$

- Jumlah luas semua segitiga $= 5 \times Luas\,\Delta\,ABC$

  $= 5 \times 16\sqrt{3}\,cm^2$

$$= 80\sqrt{3}\,cm^2$$