

ABSTRAK

Suatu matriks Hermitian A adalah matriks kompleks berukuran $n \times n$ yang memenuhi $A^* = A$ dimana A^* adalah adjoint dari A dan didefinisikan sebagai $A^* := \bar{A}^T$. Matriks Hermitian memiliki beberapa karakteristik, diantaranya matriks Hermitian dapat didiagonalkan secara uniter, artinya terdapat matriks uniter U sehingga membentuk matriks diagonal $D = U^*AU$. Kemudian matriks Hermitian memiliki nilai eigen berupa bilangan real.

Dengan karakteristik-karakteristik tersebut, dapat didefinisikan sebuah fungsi dari matriks Hermitian. Suatu fungsi real f yang kontinu pada interval I disebut monoton operator pada I jika untuk setiap matriks Hermitian A, B yang nilai eigennya terletak di I dan $A \leq B$ maka $f(A) \leq f(B)$. Selanjutnya, pada skripsi ini akan dibahas beberapa contoh fungsi monoton yang juga merupakan fungsi monoton operator seperti fungsi $f(t) = \alpha + \beta t \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}, \beta > 0$ pada setiap interval dan contoh fungsi monoton tetapi bukan merupakan fungsi monoton operator seperti fungsi $f(t) = t^2$ pada $[0, \infty)$.

Kata kunci: matriks Hermitian, matriks uniter, nilai eigen, fungsi monoton operator.

ABSTRACT

A Hermitian matrix A is a complex matrix of size $n \times n$ that satisfies $A^* = A$ where A^* is the adjoint of A and is defined as $A^* = \overline{A}^T$. Hermitian matrix has several characteristics, including didiagonalkan Hermitian can be unitary, meaning that there is a unitary matrix U to form a diagonal matrix $D = U^*AU$. Then the Hermitian matrix has eigenvalues a real number.

With these characteristics, can be defined a function of Hermitian matrix. A real function f is continuous on the interval I is called operator monotone on I if for any Hermitian matrix A, B whose eigenvalues lie in I and $A \leq B$ then $f(A) \leq f(B)$. Furthermore, in this paper we will present several examples which monotone functions is also monotone operator functions such as the function $f(t) = \alpha + \beta t$ for all $\alpha \in R, \beta > 0$ at every interval and sample monotone function but it is not a monotone operator functions as functions $f(t) = t^2$ on $[0, \infty)$.

Keywords: Hermitian matrix, unitary matrix, eigenvalues, operator monotone function.