

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu himpunan tak kosong R beserta dua operasi biner $+$ (penjumlahan) dan \cdot (perkalian) disebut ring jika R merupakan grup komutatif penjumlahan, R merupakan semigrup perkalian, dan memenuhi sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan. Dari subset suatu ring, dapat dibentuk suatu struktur aljabar yang disebut ideal. Selain itu, dari suatu ring R dapat dibentuk suatu ring polinom $R[x]$ dimana elemen ring R menjadi koefisien dari polinom di $R[x]$.

Suatu ring R disebut ring tereduksi jika $a^2 = 0$ mengakibatkan $a = 0$ untuk setiap $a \in R$, suatu ring R disebut ring McCoy kanan jika untuk setiap polinom tak nol $f(x), g(x) \in R[x]$ sedemikian sehingga $f(x)g(x) = 0$, maka terdapat suatu elemen $r \in R$ sedemikian sehingga $f(x)r = 0$. Suatu ring R disebut ring duo jika setiap ideal dari ring R merupakan ideal dua sisi.

Selain ketiga ring di atas, dalam skripsi ini dijelaskan pula definisi dari ring lainnya, di antaranya yakni ring simetrik, ring reversibel, ring semi-komutatif, ring abelian, ring Dedekind *finite*, ring Armendariz, dan ring 2-primal.

Dari suatu grup komutatif dan ring, dapat dikonstruksi suatu struktur aljabar lain, yang dikenal dengan modul. Suatu himpunan tak kosong M disebut modul kanan atas suatu ring R jika M merupakan grup komutatif, dan memenuhi sifat perkalian skalar terhadap elemen-elemen di ring R .

Konsep mengenai ring semi-komutatif dapat diperluas ke dalam konsep modul. Suatu modul kanan M atas ring R disebut modul semi-komutatif jika untuk setiap $a \in R$ dan $m \in M$ sedemikian sehingga $ma = 0$, maka $mRa = 0$. Suatu modul kanan M atas ring R disebut modul P.Q-Baer jika untuk setiap $m \in M$, berlaku $\mathcal{A}(mR) = eR$, untuk suatu idempoten e .

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji keterkaitan kelas ring tereduksi, kelas ring McCoy, dan kelas-kelas ring lainnya, serta sifat dari modul semi-komutatif, dan modul P.Q-Baer.



1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada Latar Belakang, rumusan masalah skripsi ini meliputi:

1. Bagaimanakah implikasi yang terbentuk dari kelas ring tereduksi, kelas ring simetrik, kelas ring reversibel, kelas ring semi-komutatif, kelas ring abelian, dan kelas ring Dedekind *finite*, kelas ring McCoy, kelas ring Armendariz, kelas ring duo, dan kelas ring 2-primal?
2. Bagaimanakah sifat dari modul semi-komutatif?
3. Bagaimanakah sifat dari modul P.Q-Baer?

1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penulisan skripsi ini meliputi:

1. Mengetahui implikasi yang terbentuk dari kelas ring tereduksi, kelas ring simetrik, kelas ring reversibel, kelas ring semi-komutatif, kelas ring abelian, dan kelas ring Dedekind *finite*, kelas ring McCoy, kelas ring Armendariz, kelas ring duo, dan kelas ring 2-primal.
2. Mengetahui sifat dari modul semi-komutatif.
3. Mengetahui sifat dari modul P.Q-Baer.

1.4 Batasan Masalah

Dalam skripsi ini, hubungan antar kelas ring yang dikaji adalah hubungan implikasi dan bukan hubungan implikasi dua arah (biimplikasi). Yang dimaksud dengan kelas ring tereduksi adalah kumpulan dari semua ring tereduksi, begitu pula kelas ring McCoy adalah kumpulan dari semua ring McCoy, dan seterusnya.

1.5 Sistematika Penulisan

Skripsi ini disusun dalam lima bab, yakni

1. Bab I merupakan pendahuluan, yang terdiri dari Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penulisan, Batasan Masalah, serta Sistematika Penulisan.

Barry Yonathan, 2013

Kelas Ring Dan Implikasinya Serta Modul Semi-Komunikatif Dan P.Q-Baer

2. Bab II merupakan landasan teori, yang membahas ring dan modul, yang terdiri dari penjelasan mengenai ring, homomorfisma ring, ideal, ring polinom, modul, dan modul polinom.
3. Bab III merupakan kajian inti pertama, sekaligus landasan untuk bab selanjutnya. Pada bab ini dibahas mengenai definisi dan contoh, serta hubungan implikasi dari kelas-kelas ring tereduksi, ring simetrik, ring reversibel, ring semi-komutatif, ring abelian, ring Dedekind *finite*, ring Armendariz, ring McCoy, ring duo, serta ring 2-primal.
4. Bab IV merupakan kajian inti kedua, yang dilandasi oleh Bab 2 dan Bab 3. Pada bab ini dibahas mengenai definisi dan contoh dari modul semi-komutatif, modul McCoy, modul P.P, modul P.Q-Baer, beserta sifat-sifatnya.
5. Bab V merupakan bagian penutup dari skripsi ini, yang berisi kesimpulan dari seluruh pembahasan pada Bab III dan Bab IV, yang mengacu pada rumusan masalah. Selain itu, pada bab ini disampaikan rekomendasi untuk penelitian lebih lanjut.