

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam matematika khususnya pada aljabar abstrak, ring *graded* merupakan ring yang dapat dituliskan ke dalam dekomposisi jumlah langsung dengan grup abelian sebagai indeksnya. Proses tersebut biasa dinamakan dengan *Grading* atau *Gradation*. Grup yang digunakan sebagai indeks biasanya meliputi grup bilangan bulat tak negatif atau bilangan bulat. Akan tetapi *grading* dapat dilakukan dengan apapun grup-nya sebagai indeks. Proses *grading* dapat diperluas pada modul yang kemudian disebut sebagai aljabar *graded*. *Grading* pada modul ini yang kemudian banyak digunakan pada struktur aljabar yang beragam dengan sifat-sifatnya yang beragam pula, sebagai contohnya pada polinom, polinom Laurent dan matriks.

Terdapat *grading* yang lebih khusus yang dinamakan dengan *fine grading* yang kemudian hasil dari *fine grading* tersebut dinamakan aljabar *fine graded*.

Hal yang menarik dari *fine grading* ini ketika dilakukan pada aljabar matriks mempunyai sifat yang khas pada grup yang digunakan sebagai indeks-nya. Maka dari itu penulis tertarik untuk mengkaji lebih lanjut mengenai *fine grading* pada aljabar matriks beserta dengan sifat-sifatnya.

### 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dari makalah ini adalah:

1. Bagaimana mendekomposisi suatu aljabar matriks menjadi suatu aljabar matriks yang *fine graded*? (*fine grading*)
2. Bagaimana sifat-sifat yang terdapat pada suatu aljabar matriks yang *fine graded*?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan makalah ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahu bagaimana proses mendekomposisi aljabar matriks menjadi aljabar yang *fine graded*.
2. Mengetahui sifat-sifat aljabar matriks yang *fine graded*.

#### 1.4 Manfaat Penelitian

Memahami cara mendekomposisi suatu aljabar matriks sehingga menjadi suatu aljabar matriks yang *fine graded* serta memahami sifat-sifat suatu aljabar matriks jika diberlakukan *fine grading*.

#### 1.5 Sistematika Penulisan

Makalah ini dibagi menjadi lima bab. Bab I adalah pendahuluan yang berisi Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian dan Sistematika Penulisan.

Selanjutnya, di Bab II menjelaskan tentang teori-teori yang menjadi landasan utama pada makalah ini. Bagian pertama membahas teori grup, meliputi himpunan yang membentuk grup, grup abelian dan subgrup. Bagian kedua membahas mengenai ring, meliputi lapangan, ideal dan lapangan yang tertutup secara aljabar. Bagian ketiga membahas mengenai modul, aljabar atas lapangan  $K$  dan aljabar matriks. Di bagian empat, dibahas mengenai aljabar *graded* meliputi *support*, elemen *homogeneous* dan teori dasarnya, dilanjutkan dengan *fine graded*

Bab III, berisi metode penelitian yang digunakan, berupa langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini. Bab IV, Merupakan inti dari makalah ini. Dalam bab ini dibahas mengenai *fine grading* dari suatu aljabar matriks dan kaitannya dengan *support* dari suatu aljabar *graded* serta sifat yang berlaku pada aljabar matriks jika aljabar matriks tersebut *fine graded*. Terakhir, di Bab V diuraikan kesimpulan dari makalah ini, dan ditutup dengan rekomendasi untuk penelitian lebih lanjut.