

## BAB III

### METODE PENELITIAN

Dalam bab ini akan dibahas metode *kriging*, metode *ordinary kriging*, sifat-sifat *ordinary kriging*, dan tahapan analisis dalam menggunakan metode *ordinary kriging* untuk mengestimasi kandungan CBM tertinggi.

#### 3.1 Metode *Kriging*

*Kriging* merupakan interpolasi yang berdasar pada regresi terhadap nilai  $z$  dari data sampel di sekitar lokasi, dan berbobot sesuai nilai kovarians spasial. *Kriging* merupakan suatu metode analisis data geostatistika yang digunakan untuk menduga besarnya nilai yang mewakili suatu titik yang tidak tersampel berdasarkan titik tersampel yang berada di sekitarnya dengan menggunakan model struktural semivariogram. *Kriging* juga merupakan suatu metode yang digunakan untuk menonjolkan metode khusus yang meminimalkan variansi dari hasil pendugaan.

*Kriging* juga dapat dikatakan sebagai teknik estimasi yang menghasilkan estimator yang bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Secara umum, metode *kriging* adalah suatu metode analisis geostatistik untuk menginterpolasi suatu nilai kandungan berdasarkan data sampel yang diambil di lokasi yang tidak beraturan.

Kegunaan metode *kriging* antara lain:

1. Mencari penaksir tak-bias linier terbaik
2. Memilih rata-rata berbobot dari nilai sampel yang memiliki variansi minimum
3. Interpolasi spasial

Menurut Bohling (Bohling,2005:4) estimator *kriging*  $\hat{Z}(x)$  dari  $Z(x)$  dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{Z}(x) - m(x) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} [Z(x_{\alpha}) - m(x_{\alpha})]$$

...(3.1)

keterangan:

$x, x_\alpha$  : vektor lokasi untuk estimasi dan salah satu dari data yang berdekatan, dinyatakan sebagai  $\alpha$

$m(x)$  : nilai ekspektasi dari  $Z(x)$

$m(x_\alpha)$  : nilai ekspektasi dari  $Z(x_\alpha)$

$\lambda_\alpha$  : faktor bobot untuk estimasi lokasi  $x$

$n$  : banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi

Pada metode *kriging*,  $Z(x)$  diperlakukan sebagai bidang acak dengan komponen tren  $m(x)$  dan komponen sisa atau *residual*  $R(x) = Z(x) - m(x)$ . *Kriging* mengestimasi sisa pada  $u$  sebagai jumlah sisa atau *residual* yang berbobot pada sekitar data titik. Nilai  $\lambda_\alpha$  didapat dari penurunan fungsi kovariansi atau disebut juga sebagai semivariogram yang menggambarkan komponen sisa atau residual. Tujuan *kriging* yaitu untuk mendeterminasi faktor bobot  $\lambda_\alpha$ , yang berarti meminimumkan variansi dari estimator, yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_E^2(x) = \text{var}\{\hat{Z}(x) - Z(x)\} \quad \dots(3.2)$$

dengan pembatas tak bias  $E\{\hat{Z}(x) - Z(x)\} = 0$ .

Bidang acak diuraikan menjadi komponen sisa atau komponen *residual* dan komponen tren.  $Z(x) = R(x) + m(x)$ , dengan komponen *residual* atau komponen sisa dianggap sebagai bidang acak dengan rata-rata yang stasioner atau 0, dan kovariansi yang stasioner (dengan  $h$  merupakan fungsi dari lag)

$$E\{R(x)\} = 0$$

$$\text{Cov}\{R(x), R(x+h)\} = E\{R(x) \cdot R(x+h)\} = C_R(h) \quad \dots(3.3)$$

Fungsi kovariansi sisa secara umum diturunkan dari *input* model semivariogram,  $C_R(h) = C_R(0) - \gamma(h) = \text{Sill} - \gamma(h)$ . Maka, semivariogram yang harus digunakan pada program *kriging* haruslah menyatakan komponen sisa atau komponen *residual* dari variabel.

### 3.2 Metode *Ordinary Kriging*

Pada metode *Ordinary Kriging*, nilai rata-rata (*mean*),  $\mu$ , dan fungsi kovariansi  $C(h)$  dari fungsi acak  $Z(x)$  tidak diketahui atau dianggap konstan. Maka dari itu, *ordinary kriging* tidak mengasumsikan diketahuinya rata-rata dan kovariansi. Karena alasan inilah, metode *ordinary kriging* dianggap sebagai metode *kriging* paling umum dalam praktik penerapan dan juga tujuannya untuk memprediksi nilai dari variabel acak  $Z(x)$  pada titik yang belum tersampel  $Z(x_\alpha)$  dari daerah geografisnya.

Terdapat beberapa kelebihan dari metode *ordinary kriging* ini, di antaranya:

1. Untuk setiap blok yang ditaksir, dapat diperoleh pula varians *krigingnya*.
2. *Kriging* adalah interpolator yang eksak. Taksiran kadar pada lokasi data akan sama dengan nilai data, jadi tidak ada kesalahan penaksiran.
3. *Kriging* memiliki kemampuan intrinsik untuk menguraikan data dalam proses penaksiran. Hal ini sangat berguna apabila dilakukan penaksiran menggunakan data yang tak beraturan dan berkelompok.
4. *Kriging* mampu menyaring nilai data yang digunakan dalam penaksiran (*screening*)
5. *Kriging* memberikan taksiran yang tak bias secara bersyarat (*conditionally unbiased*)

Namun, ada pula kelemahan dari metode *ordinary kriging* ini, di antaranya:

1. *Ordinary kriging* cenderung menghasilkan taksiran blok yang lebih merata atau kurang bervariasi dibandingkan dengan kadar yang sebenarnya (*smoothing effect*). Walaupun secara keseluruhan *kriging* memberikan taksiran yang tak bias, namun secara lokal kadar yang tinggi biasanya ditaksir terlalu rendah atau sebaliknya.
2. Bobot yang diperoleh dari persamaan *kriging* tidak ada hubungannya secara langsung terhadap kadar conto atau nilai data yang digunakan dalam penaksiran. Bobot ini hanya tergantung pada konfigurasi nilai data di sekitar blok dan satu sama lain, dan pada variogram. Meskipun variogram memberikan gambaran dengan melakukan rata-rata beda kuadrat dari nilai data untuk setiap pasangan jarak  $h$ , namun variogram

tidak dapat menangkap seluruh aspek variasi kadar pada tingkat yang lebih kecil atau sempit.

3. Varians *kriging* yang dihasilkan tidak mencerminkan variabilitas kadar nilai data atau conto yang digunakan dalam penaksiran. Varians *kriging* hanya dapat dibandingkan secara relatif untuk blok-blok dalam satu model yang sama.

*Ordinary kriging* mengacu pada prediksi spasial dalam kondisi memenuhi dua asumsi berikut yang secara spesifik dijelaskan oleh Cressie (1993;120-121,360) dan Wackernagel (2003;80):

1. Rata-rata  $\mu$  dari fungsi acak  $Z(x)$  tidak diketahui, atau konstan.
2. Data berasal dari fungsi random  $Z(x)$  yang memenuhi syarat *intrinsically stationary* dengan fungsi variogram  $\gamma(h)$  diketahui.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}(Z(x+h) - Z(x)) = \frac{1}{2} E[(Z(x+h) - Z(x))^2] \dots(3.4)$$

Berdasarkan basis dari asumsi di atas, dapat didefinisikan prediktor untuk metode *Ordinary Kriging* menurut Wackernagel (2003,79) sebagai berikut:

$$\hat{Z}_\lambda(x) := \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha Z(x_\alpha) = \lambda^T Z \dots(3.5)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha = 1 \dots(3.6)$$

di mana  $\lambda := (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$  dan  $n$  merupakan banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi. Karena koefisien dari hasil penjumlahan prediksi linier adalah 1 dan memiliki syarat tak bias maka  $E(\hat{Z}(x)) = \mu = E(Z(x))$  untuk setiap  $\mu \in \mathbb{R}$  dan karena  $Z(u)$  merupakan suatu konstanta, maka  $E(Z(x)) = Z(x)$ .

Apabila terdapat estimator *error* yang dinotasikan sebagai  $\hat{e}(x)$  pada setiap lokasi merupakan perbedaan antara nilai estimasi  $\hat{Z}(x)$  dengan nilai sebenarnya yaitu  $Z(x)$ , yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{e}(x) = \hat{Z}(x) - Z(x) \dots(3.7)$$

dengan  $E(\hat{\epsilon}(x)) = 0$

Dengan menggunakan persamaan (3.7) dapat dibuktikan bahwa  $\hat{Z}(x)$  merupakan estimator tak bias dengan bukti sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}(x) &= \hat{Z}(x) - Z(x) \\ E(\hat{\epsilon}(x)) &= E(\hat{Z}(x) - Z(x)) \\ E(\hat{\epsilon}(x)) &= E(\hat{Z}(x)) - E(Z(x))\end{aligned}$$

Karena nilai  $E(\hat{\epsilon}(x)) = 0$ , maka diperoleh:

$$\begin{aligned}0 &= E(\hat{Z}(x)) - E(Z(x)) \\ E(Z(x)) &= E(\hat{Z}(x)) \\ Z(x) &= \hat{Z}(x)\end{aligned}$$

Maka, terbukti bahwa  $\hat{Z}(x)$  merupakan estimator tak bias dari  $Z(x)$ .

Serupa dengan metode *simple kriging*, metode *ordinary kriging* pun bertujuan untuk meminimumkan rata-rata estimator *error* kuadrat. Dengan menggunakan persamaan (3.5) dan (3.6), dapat diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}Var((\hat{\epsilon}(x)) &= E(\hat{Z}(x)^2) - [E(Z(x))]^2 \\ E(\hat{Z}(x)^2) &= Var((\hat{\epsilon}(x)) + [E(Z(x))]^2 \quad \dots(3.8) \\ &= Var((\hat{\epsilon}(x)) + 0 \\ &= Var((\hat{\epsilon}(x))\end{aligned}$$

$[E(Z(x))]^2 = 0$  dikarenakan nilai  $E(Z(x)) = 0$ .

### 3.3 Sifat-Sifat *Ordinary Kriging*

*Kriging* adalah teknik estimasi lokal yang menghasilkan estimator yang bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Begitu pula dengan metode *ordinary kriging*. Maka dari itu, sekarang akan dibuktikan sifat BLUE pada *ordinary kriging*.

#### 3.3.1. Linear

Misalkan persamaan pada metode *ordinary kriging* adalah sebagai berikut:

$$\hat{Z}(x) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha})$$

Dari persamaan tersebut,  $\hat{Z}(x)$  dapat didefinisikan sebagai estimator yang bersifat linear dikarenakan  $\hat{Z}(x)$  merupakan fungsi linear dari  $Z(x)$ .

Misalkan terdapat  $n$  pengukuran pada lokasi  $1, 2, 3, \dots$  dan  $n$  dinyatakan sebagai  $Z(x_1), Z(x_2), Z(x_3), \dots, Z(x)$ . Berdasarkan data yang tersampel, akan diestimasi  $Z(x)$  pada lokasi yang tidak tersampel, dinyatakan sebagai  $Z(x_0)$ . Lalu, dari persamaan (3.5), (3.6), dan (3.7) barulah disusun variabel acak untuk menggambarkan estimator dari *error* atau galat, yaitu:

$$\begin{aligned}\hat{e}(x_0) &= \hat{Z}(x_0) - Z(x) \\ &= \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha}) - Z(x_0)\end{aligned}$$

dengan keterangan  $\hat{Z}(x)$  adalah kombinasi linier dari semua data tersampel.

### 3.3.2. Unbiased

Rata-rata dari estimator error  $[\hat{Z}(x) - Z(x_0)]$

$$E \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha}) - Z(x_0) \right] = \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} m - m = m \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right]$$

Untuk mendapatkan estimator tak bias, didapat bahwa:

$$\begin{aligned}E \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha}) - Z(x_0) \right] &= mm \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right] \\ 0 &= m \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right] \\ 0 &= \left[ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right] \\ \sum_{\alpha=0}^n \lambda_{\alpha} &= 1\end{aligned}$$

Dengan jumlah bobot adalah 1, sehingga sifat estimator *unbiased* dimiliki oleh *ordinary kriging*.

### 3.3.3. Best

Yang dimaksud dengan *best* adalah variansi *error*nya minimum. Maka dengan mensubstitusikan persamaan variansi.

Tania Dianda Budhiprimeswari, 2018

ESTIMASI KANDUNGAN CBM TERTINGGI DENGAN METODE ORDINARY KRIGING DI DAERAH MANGUNJAYA DAN SEKITARNYA PROVINSI SUMATERA SELATAN

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

$$Var[R(x)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)] + \sigma^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i cov[Z(x_i), Z(x_0)]$$

$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)]$  pada persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)]$$

Lalu, substitusikan persamaan di bawah ke dalam persamaan di atas.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)] = Cov[Z(x_i), Z(x_0)] - p$$

Sehingga menjadi,

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j Cov[Z(x_i), Z(x_0)] - p = \sum_{i=1}^n \lambda_i (Cov[Z(x_i), Z(x_0)] - p)$$

Lalu substitusikan lagi persamaan di atas ke dalam persamaan varians, sehingga di dapat:

$$\begin{aligned} Var[R(x)] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j cov[Z(x_i), Z(x_j)] + \sigma^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i cov[Z(x_i), Z(x_0)] \\ &= \sigma^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i (Cov[Z(x_i), Z(x_0)] - p) \end{aligned}$$

### 3.4 Jumlah Kuadrat Error

Menurut Kambhammettu, B. Allene, P, and King, J. (2011) SSE atau jumlah kuadrat *error* adalah metode untuk mendeteksi *error* antara data prediksi dengan data aktual. Persamaan untuk mencari SSE adalah sebagai berikut:

$$SSE = \sum_{i=1}^n [\hat{Z}(x_i) - Z(x_i)]^2$$

Keterangan:

$\hat{Z}(x_i)$  = Nilai prediksi

$Z(x_i)$  = Nilai aktual data

### 3.5 Langkah-Langkah Mengestimasi Kandungan CBM Tertinggi Menggunakan Metode *Ordinary Kriging*

Misalkan terdapat data  $X = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix}$ ,  $Y = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{bmatrix}$ ,  $Z = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ \vdots \\ c_{n1} \end{bmatrix}$ ,  $P = \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \\ \vdots \\ p_{n1} \end{bmatrix}$

1. Mengkonversi data yang semula masih dalam koordinat geografis menjadi koordinat jarak.
2. Menguji asumsi stasioneritas untuk variabel  $P$  (kandungan CBM). Data dikatakan stasioner apabila tidak mengandung *trend*.
3. Apabila data tidak stasioner, maka dilakukan tahap diferensi pada data, lalu cek kembali apakah data yang sudah didiferensikan stasioner atau tidak.
4. Menguji normalitas pada data dengan uji *Kolmogorov Smirnov*.
5. Menganalisis data secara deskriptif dengan menentukan *mean*, nilai minimum, dan nilai maksimum.
6. Menentukan pasangan data, dan menghitung jaraknya dengan menghitung semivariogram eksperimental. Dari semivariogram eksperimental tersebut akan diperoleh nilai *sill* dan *range*.
7. *Fitting* model dan validasi model dengan mencocokkan semivariogram eksperimental dengan semivariogram teoritis dengan memilih nilai jumlah kuadrat *error* yang terkecil dari beberapa semivariogram teoritis yang tersedia.
8. Menghitung hasil estimasi kandungan CBM tertinggi dengan semivariogram tersebut, dan menghitung estimasi variansi *error*.
9. Menganalisis hasil estimasi secara deskriptif agar didapat kandungan CBM tertinggi.
10. Dari hasil estimasi tersebut, akan didapat pula prediksi koordinat baru dengan kandungan CBM tertinggi untuk dilakukan pengeboran.