

BAB III

ANALISIS KORELASI KANONIK

3.1 Pengertian Analisis Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik adalah suatu teknik analisis statistik yang digunakan untuk melihat hubungan antara satu kelompok variabel bebas dengan satu kelompok variabel tergantung. Penerapan analisis korelasi kanonik ini terletak pada korelasi antara satu kelompok variabel bebas dengan satu kelompok variabel tergantung. Langkahnya dicari kombinasi linier yang memiliki korelasi terbesar. Lalu dicari korelasi terbesar dari setiap pasangan kombinasi linier, secara berulang sehingga didapat korelasi maksimum yang teridentifikasi. Pasangan kombinasi disebut variat kanonik, sedangkan hubungan antara pasangan disebut korelasi kanonik.

Joseph F. Hair (1998) mengemukakan bahwa, “jenis data dalam variabel kanonik yang digunakan dalam analisis korelasi kanonik bersifat metrik atau nonmetrik.” Bentuk umum fungsi kanonik adalah

$$S_1 + S_2 + S_3 \dots S_n = W_1 + W_2 + W_3 \dots W_m$$

(metrik/ nonmetrik) (metrik/ nonmetrik)

Secara umum jika didapat sejumlah m variabel bebas W_1, W_2, \dots, W_p dan n variabel tidak bebas S_1, S_2, \dots, S_q maka banyak pasangan variabel adalah minimum m dan n . Jadi kombinasi linier yang terbentuk adalah

$$\begin{aligned} X_1 &= a_{11}W_1 + a_{12}W_2 + \dots + a_{1m}W_m \\ X_2 &= a_{21}W_1 + a_{22}W_2 + \dots + a_{2m}W_m \\ &\vdots \\ &\vdots \\ X_m &= a_{m1}W_1 + a_{m2}W_2 + \dots + a_{mm}W_m \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} Y_1 &= b_{11}S_1 + b_{12}S_2 + \dots + b_{1n}S_n \\ Y_2 &= b_{21}S_1 + b_{22}S_2 + \dots + b_{2n}S_n \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ Y_n &= b_{n1}S_1 + b_{n2}S_2 + \dots + b_{nn}S_n \end{aligned}$$

dimana m dan n merupakan nilai minimum dari masing-masing kombinasi linier itu sendiri. Kombinasi ini dipilih sedemikian sehingga korelasi antara X_1 dan Y_1 menjadi korelasi maksimum; korelasi X_2 dan Y_2 juga maksimum di antara variabel-variabel yang tidak berhubungan dengan X_1 dan Y_1 ; korelasi X_1, Y_1, X_2, Y_2 dan seterusnya. Setiap pasangan variabel kanonik $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_m, Y_m)$ merepresentasikan “dimensi” bebas dalam kombinasi antara dua himpunan variabel W_1, W_2, \dots, W_m dan S_1, S_2, \dots, S_n . Pasangan pertama (X_1, Y_1) mempunyai korelasi tertinggi oleh karenanya dijadikan korelasi penting pertama, pasangan kedua (X_2, Y_2) mempunyai korelasi tertinggi kedua oleh karenanya dijadikan korelasi terpenting kedua, dan seterusnya.

3.2 Penentuan Fungsi Kanonik dan Pendugaan Koefisien Kanonik

Penentuan peubah kanonik dilakukan dengan menggunakan matriks reagam peragam maupun matriks korelasi (M. Hasbi, 2011; Kartika N. I., 2015). Jika didefinisikan maka matriks kovariannya adalah

$$\Sigma = E(Z - \mu)(Z - \mu)^t = \begin{pmatrix} \Sigma_{SS} & \Sigma_{SW} \\ \Sigma_{WS} & \Sigma_{WW} \end{pmatrix}$$

dengan

$$E(W) = \mu_W ;$$

$$Cov(W) = \Sigma_{WW}$$

$$E(S) = \mu_S ;$$

$$Cov(S) = \Sigma_{SS}$$

$$Cov(W, S) = \Sigma_{WS} = \Sigma_{SW}$$

Muhammad Furqon, 2018

APLIKASI ANALISIS KORELASI KANONIKUNTUK MELIHAT HUBUNGAN ANTARA DIMENSI DARI VARIABEL MOTIVASI DENGAN DIMENSI DARI VARIABEL KINERJA

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

vektor acaknya

$$Z = [W_1, W_2, \dots, W_m, S_1, S_2, \dots, S_n]^t$$

vektor rata-ratanya

$$\mu = \begin{bmatrix} E(W) \\ E(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_W \\ \mu_S \end{bmatrix}$$

himpunan X_i dan Y_j merupakan koefisien kanonik dan

$$\text{var} [X_i] = p_w^k \Sigma w p_w$$

$$\text{var} [Y_j] = p_s^k \Sigma s p_s$$

$$\text{Cov} [X_i, Y_j] = p_w^k \Sigma_{WS} p_s$$

maka korelasi antara X dan Y adalah

$$\text{Corr} (X, Y) = \rho_{XY} = \frac{p_w^k \Sigma_{WS} p_s}{\sqrt{(p_w^k \Sigma_{WW} p_w)(p_s^k \Sigma_{SS} p_s)}}$$

Pembentukan peubah kanonik melalui matriks korelasi dimulai dengan membentuk matriks korelasi antara W dan S , ditulis sebagai berikut :

$$R = \begin{pmatrix} R_{SS} & R_{SW} \\ R_{WS} & R_{WW} \end{pmatrix}$$

Dengan R_{SS} atau disebut dengan B adalah matriks korelasi peubah S berukuran $n \times n$, R_{SW} dan R_{WS} atau dapat disebut dengan C' dan C adalah matriks korelasi peubah S dan W berukuran $n \times m$ dan $m \times n$, serta R_{WW} atau dapat disebut dengan A adalah matriks korelasi peubah W berukuran $m \times m$.

3.3 Prosedur Analisis Korelasi Kanonik

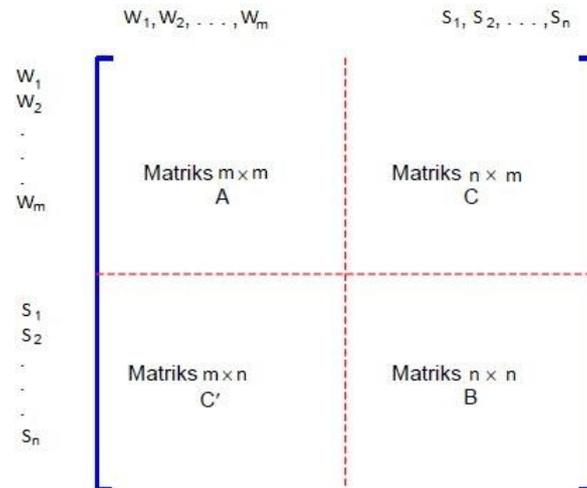
Menurut Siregar (t. thn), analisis korelasi kanonik dimulai dengan matriks korelasi antara variabel W_1, W_2, \dots, W_m dan variabel S_1, S_2, \dots, S_n . Dimensi

Muhammad Furqon, 2018

APLIKASI ANALISIS KORELASI KANONIK UNTUK MELIHAT HUBUNGAN ANTARA DIMENSI DARI VARIABEL MOTIVASI DENGAN DIMENSI DARI VARIABEL KINERJA

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

matriks korelasi tersebut adalah $(m + n) \times (m + n)$. Matriks korelasi dapat dipecah menjadi empat bagian yaitu matriks A, C, C' dan B , seperti pada gambar 1.



Gambar 3.1. Matriks korelasi

Dari matriks korelasi dihitung suatu matriks berdimensi $n \times n$ hasil perkalian matriks $B^{-1}C' A^{-1}C$, selanjutnya nilai eigen (eigen value) didapat dari persamaan

$$\left(B^{-1}C' A^{-1}C - \lambda I \right) b = \left(R_{SS}^{-1} R_{SW} R_{WW}^{-1} R_{WS} - \lambda I \right) b = 0 \quad (3.1)$$

Nilai eigen $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_r$ merupakan kuadrat korelasi antara variat kanonik. Vektor eigen analisis ini, berturut-turut b_1, b_2, \dots, b_r menjadi koefisien variabel S untuk variat kanonik koefisien X_r , untuk variat kanonik ke- I untuk variabel W didapat dari elemen vektor

$$a_i = A^{-1} C b_r = \lambda_i^{-1} R_{WW}^{-1} R_{WS} b_i; i = 1, 2, \dots, r \quad (3.2)$$

Dari persamaan (3.1) dan (3.2) pasangan variat kanonik ke- I dihitung dengan perkalian berikut:

$$X_I = a_I'W = (a_{i1}, a_{i2} \dots a_{im}) \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_m \end{bmatrix}$$

dan

$$Y_I = b_I'S = (b_{i1}, b_{i2} \dots b_{in}) \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix}$$

Menentukan jumlah peubah kanonik yang akan diinterpretasikan dapat menggunakan beberapa kriteria. Hair (2013) merekomendasikan, bahwa beberapa kriteria harus dipertimbangkan dan dikaitkan satu sama lain untuk menentukan peubah kanonik yang akan dipilih, diantaranya besarnya korelasi kanonik dan ukuran redudansi untuk persentase keragaman yang mampu dijelaskan oleh peubah kanonik.

3.4 Uji Signifikansi Korelasi Kanonik

Terdapat dua uji hipotesis yang diuji dalam analisis korelasi kanonik, yakni uji hipotesis yang pertama adalah untuk mengetahui korelasi kanonik signifikan secara keseluruhan, jika pada uji hipotesis pertama memperoleh kesimpulan tidak ada korelasi kanonik tidak bernilai nol maka dilanjutkan dengan uji hipotesis kedua untuk mengetahui ada sebagian korelasi signifikan.

- Uji signifikansi korelasi kanonik secara bersamaan :

Hipotesis :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (semua korelasi kanoniknya akan bernilai 0)

$H_1 : \text{ada } \rho_1 \neq 0$ (paling tidak ada satu korelasi kanonik tidak bernilai nol) dimana $I = 1, 2, \dots, k$

Statistik uji :

$$B = - \left[n - 1 - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

dengan : $\Lambda = \prod_{i=1}^k (1 - \rho_i^2)$

Muhammad Furqon, 2018

APLIKASI ANALISIS KORELASI KANONIK UNTUK MELIHAT HUBUNGAN ANTARA DIMENSI DARI VARIABEL MOTIVASI DENGAN DIMENSI DARI VARIABEL KINERJA

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

n = jumlah pengamatan

kriteria keputusan : Hipotesis nol ditolak pada taraf signifikan α jika $B > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas $p \times q$

- Uji signifikansi korelasi kanonik secara individu :

Hipotesis :

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \dots, \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_i \neq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji :

$$B_r = - \left[n - 1 - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda_r$$

$$\text{dengan : } \Lambda_r = \prod_{i=1}^k (1 - \rho_i^2)$$

n = jumlah pengamatan

kriteria keputusan : Hipotesis nol ditolak pada taraf signifikan α jika $B_r > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas $(p-r)(q-r)$

3.5 Langkah-langkah dalam membentuk Analisis Korelasi Kanonik

Menurut Joseph F. Hair (1998), adapun langkah-langkah membentuk analisis korelasi kanonik adalah sebagai berikut :

1. Menentukan tujuan serta menspesifikasikan masing-masing kumpulan peubah.

Data yang tepat untuk analisis untuk analisis korelasi kanonik adalah dua kumpulan peubah, data tersebut bisa bersifat metrik maupun nonmetrik. Diasumsikan bahwa setiap kumpulan diberikan beberapa artian, misalnya satu kumpulan didefinisikan sebagai kumpulan peubah dependen dan kumpulan yang lain didefinisikan sebagai kumpulan peubah independen.

2. Menentukan jumlah observasi per peubah dan total ukuran sampel.

Sampel yang sedikit tidak akan merepresentasikan peubah dengan baik. Demikian juga sampel yang besar akan memiliki kecenderungan signifikan secara statistik dalam segala hal, akan tetapi secara praktik tidak mengindikasikan signifikan. Diharapkan mempertahankan setidaknya sepuluh pengamatan per peubah.

3. Pengujian asumsi

Pengujian asumsi harus memenuhi uji linieritas, berdistribusi multivariat normal, dan multikolinieritas.

a) Adanya hubungan yang bersifat linier antara dua peubah

Mengutip dari M. Hasbi (2011) bahwa linieritas dapat dikatakan penting untuk analisis korelasi kanonik dan itu mempengaruhi dua aspek hasil korelasi kanonik. Pertama, koefisien korelasi kanonik antara sepasang variabel kanonik adalah berdasarkan hubungan linier. Jika variabel kanonik berhubungan secara nonlinier, maka koefisien korelasi kanonik tidak akan menangkap hubungan tersebut. Kedua, analisis korelasi kanonik memaksimalkan hubungan linier antara variabel kanonik. Jika hubungan tidak linier, maka satu atau kedua variabel kanonik harus diubah, itupun jika memungkinkan (Hair, 1988).

Pengujian linieritas dilakukan antara sepasang variabel kanoniknya dan dapat dilihat dari nilai korelasi kanoniknya. Jika nilai tersebut tergolong signifikan secara statistik maka dipastikan bahwa asumsi linieritas telah dipenuhi untuk pasangan variabel kanonik tersebut.

b) Perlunya data menyebar multivariat normal

Pemeriksaan asumsi multivariat normal dilakukan dengan analisis grafik dan tes statistik dengan nilai skewness dan kurtosis. Metode pengujian multivariat normal dengan test based on skewness dan kurtosis statistic terdiri dari dua statistik uji, yaitu skewness dan kurtosis.

c) Tidak ada multikolinieritas antar anggota kelompok peubah, baik peubah tidak bebas maupun peubah bebas.

Mengutip dari M. Hasbi (2011) bahwa menurut Hair (1998), multikolinieritas terjadi ketika dua atau lebih variabel memiliki nilai korelasi yang tinggi. Pengujian multikolinieritas dilakukakn dengan melihat besarnya nilai korelasi antar variabel bebasnya dan antar variabel terikatnya.

Menurut Hocking (2003) pengujian multikolinieritas dengan menggunakan nilai korelasi antar variabel bebasnya atau variabel terikatnya dapat menggunakan kriteria :

Jika nilai $r_{ij} > 0,95$ maka terdapat kolinieritas yang tinggi

Jika dalam suatu data terdapat kolinieritas yang tinggi, maka menurut Nachrowi (2008) salah satu cara untuk mengatasinya adalah dengan tidak mengikutsertakan salah satu variabel yang kolinier.

4. Memilih fungsi kanonik

Maksimum fungsi kanonik yang terbentuk adalah minimum jumlah peubah dalam setiap kumpulan. Penentuan fungsi yang akan dipilih adalah berdasarkan tingkat signifikasinya.