BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pemaparan pada bab sebelumnya, dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Sebagai perluasan dari ruang Lebesgue $L_p(X)$ atas himpunan terukur X, ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ memuat ruang Lebesgue $L_p(X)$. Di lain pihak, benar halnya fungsi $\|\cdot\|_{L_{(p,\infty)}}$ merupakan sebuah quasi-norm karena pada syarat ketaksamaan segitiga terdapat konstanta $C = 2$ sehingga ketaksamaan segitiga tersebut berlaku. Oleh karena itu, ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ merupakan ruang quasi-norm
2. Sifat kekonvergenan dalam ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ sama seperti sifat kekonvergenan dalam ruang quasi-norm. Di lain pihak, kekonvergenan dalam ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ mengakibatkan kekonvergenan di ukuran, kekonvergenan hampir di mana-mana. Selain itu, kekonvergenan di ruang Lebesgue $L_p(X)$ dan kekonvergenan di ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ berlaku ekuivalen. Ketika menujukkan kekonvergenan di ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ menjadi sebab kekonvergenan di ruang Lebesgue $L_p(X)$ terdapat suatu kondisi yang harus dipenuhi yaitu barisan fungsi terukur (f_n) tersebut harus didominasi oleh fungsi terukur yang berada di $L_p(X)$.
3. Ruang Lebesgue lemah $L_{(p,\infty)}(X)$ merupakan ruang quasi-Banach.

5.2 Saran

Kajian ini hanya membahas sifat ekuivalensi kekonvergenan dalam ruang Lebesgue lemah dan pembuktian bahwa ruang Lebesgue lemah merupakan ruang quasi-Banach. Untuk penelitian lanjutan yang berkaitan dengan penelitian ini disarankan untuk melihat kondisi fungsi terukur (f_n) yang harus didominasi oleh fungsi terukur yang berada di $L_p(X)$ sebagai norm baru dan tunjukkan ekuivalensi quasi-norm yang sudah didefinisikan sebelumnya dengan norm baru tersebut. Lebih jauh, dapat dikaji mengenai sifat yang diturunkan ruang quasi-Banach pada ruang Lebesgue lemah.