

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)*

Metode *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)* diperkenalkan pertama kali tahun 1950 oleh Lazarsfeld yang menggunakan teknik pengelompokan berdasarkan variabel observasi dikotomis (terdiri dari 2 kategori). Pada tahun 1974, Goodman membuat model yang memuat estimasi maksimum likelihood dan juga menggunakan variabel observasi politomis (terdiri dari 3 kategori atau lebih). Selanjutnya Haberman tahun 1979, Hagenaars tahun 1990 dan Vermunt tahun 1997 mengembangkan teknik tersebut sampai akhirnya analisis ini dapat digunakan untuk variabel observasi kategorik, kontinu dan campuran (kategorik dan kontinu) (Magidson dan Vermunt, 2004:1).

Latent Class Cluster Analysis (LCCA) merupakan salah satu metode dalam analisis kluster yang mengasumsikan objek masuk ke dalam salah satu dari k kelas laten (kluster) dengan jumlah dan ukuran kluster tidak diketahui sebelumnya (Vermunt dan Magidson, 2002:1). Vermunt dan Magidson (dalam Pardede, 2013:2) mengatakan bahwa *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)* merupakan teknik pemodelan statistika yang banyak digunakan dalam penelitian ilmu perilaku dan sosial untuk mengidentifikasi keanggotaan kelompok yang tidak teramati (*unobservable*) antara objek dengan variabel yang diamati.

Analisis LC dapat digunakan sebagai alat analisis untuk variabel observasi kontinu dengan pendekatan yang memiliki banyak kelebihan dibandingkan dengan teknik analisis kluster tradisional seperti k-means. Metode LCCA untuk variabel kontinu dinamai dengan *latent profile model*, *mixture-model clustering*, *model-based clustering*, *latent discriminant analysis* dan *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)* (Vermunt dan Magidson, 2004:1 dan 8). Dalam tugas akhir ini istilah yang digunakan adalah *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)*.

3.2 Tahapan *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)*

Berikut adalah tahapan dalam pengelompokan objek dengan menggunakan metode *Latent Class Cluster Analysis (LCCA)*. Dimulai dengan mengetahui model awal dari LCCA, kemudian dilakukan tahapan estimasi parameter. Lalu dilanjutkan dengan pemilihan model terbaik dan pengelompokan objek ke dalam kluster.

3.2.1 Model LCCA

Sebelum ke tahapan pembentukan kluster, akan didefinisikan data yang digunakan dalam analisis kluster yaitu dimisalkan terdapat p variabel dan n objek, sehingga x_{ih} merupakan respon variabel ke- i objek ke- h dengan $i=1,2,...,p$ dan $h=1,2,...,n$. Data tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

	objek 1	objek 2	...	objek j	...	objek n
variabel 1	x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}
variabel 2	x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}
...						
variabel i	x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}
...						
variabel p	x_{p1}	x_{p2}		x_{pj}		x_{pn}

Langkah awal yang dilakukan untuk membentuk kluster adalah pembentukan model LCCA. Sebelum membentuk model, perlu diketahui jenis variabel indikator pada data yang digunakan, sehingga distribusi variabel tersebut disesuaikan. Untuk variabel indikator kontinu menggunakan distribusi normal multivariat. Sehingga dalam model LCCA, fungsi kepadatan peluang yang digunakan mengikuti sifat ke-2 distribusi multivariat normal (Gustiana dkk., 2015:4), didefinisikan dengan rumus sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}_h | \mu_{ij}, \sigma_{ij}^2) &= \prod_{i=1}^p (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sigma_{ij}^{-1} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_{ij}^2} (x_{ih} - \mu_{ij})^2 \right] \\
 g(\mathbf{x}_h | \mu_{ij}, \sigma_{ij}^2) &= (2\pi)^{-\frac{p}{2}} \left[\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^{-1} \right] \exp \left[\sum_{i=1}^p -\frac{1}{2\sigma_{ij}^2} (x_{ih} - \mu_{ij})^2 \right] \\
 g(\mathbf{x}_h | \mu_{ij}, \sigma_{ij}^2) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} \left[\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2 \right]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

dengan

μ_{ij} = parameter lokasi variabel kontinu X_i di kelas j

σ_{ij}^2 = varians dari variabel ke i di kelas j

j = banyaknya kelas $(1, 2, \dots, c)$.

Setiap kelas laten/klaster ($j=1, 2, \dots, c$) memiliki vektor mean yang terdiri dari rata-rata variabel indikator ke- i di kelas j (μ_{ij}) dan juga memiliki matriks diagonal varians-kovarians yang terdiri dari varians dari variabel indikator ke- i di kelas j .

Kemudian persamaan (3.1) disubstitusikan ke dalam persamaan model LCCA yang menggunakan distribusi *mixture*. Model LCCA didefinisikan dengan rumus (Vermunt dan Magidson, 2002:2)

$$f(\mathbf{x}_h | \theta) = \sum_{j=1}^c \eta_j g(\mathbf{x}_h | \theta) \quad (3.2)$$

di mana

j = banyak kelas $(1, 2, \dots, c)$

η_j = peluang prior (awal) kelas ke j

$g(\mathbf{x}_h | \theta)$ = fungsi gabungan berupa fungsi kepadatan peluang
dari setiap variabel yang digunakan

θ = himpunan parameter

Kemudian substitusikan persamaan (3.1) ke dalam persamaan (3.2), sehingga model LCCA untuk variabel kontinu didefinisikan dengan rumus sebagai berikut

$$f(\mathbf{x}_h | \eta_j, \mu_{ij}, \sigma_{ij}^2) = \sum_{j=1}^c \eta_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \right] \quad (3.3)$$

3.2.2 Estimasi Parameter

Estimasi parameter dari model LCCA dilakukan dengan metode maksimum likelihood dengan memaksimumkan fungsi log-likelihood. Karena terdapat data yang tidak teramati, digunakan metode iteratif untuk mengestimasi parameter dalam model awal yaitu algoritma *Expectation-Maximization (EM)* dan dilanjutkan dengan menggunakan metode Newton-Raphson (NR). Alasan pemilihan metode tersebut karena kestabilan algoritma EM meskipun nilai taksiran jauh dari nilai optimum dan kecepatan metode NR saat nilai taksiran dekat dengan nilai optimum (Vermunt dan Magidson, 2002: 6).

Pembentukan fungsi log-likelihood dilakukan dengan mensubstitusikan persamaan (3.3) ke fungsi likelihood yang didefinisikan sebagai berikut

$$L(\theta) = \prod_{h=1}^n f(\mathbf{x}_h | \theta)$$

$$L(\theta) = \prod_{h=1}^n \left[\sum_{j=1}^c \eta_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \right] \right]$$

Kemudian fungsi likelihood di atas di log-kan, sehingga dapat ditulis sebagai berikut

$$\log L(\theta) = \log \prod_{h=1}^n \left[\sum_{j=1}^c \eta_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \right] \right]$$

$$\log L(\theta) = \sum_{h=1}^n \log \left[\sum_{j=1}^c \eta_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \right] \right] \quad (3.4)$$

Tahapan estimasi parameter dilakukan dengan algoritma EM yang memiliki dua tahapan yaitu *E-step* dan *M-step*. Berikut ini adalah langkah-langkah dalam algoritma EM :

1. *E-Step* digunakan untuk mencari suatu fungsi yaitu ekspektasi dari fungsi log likelihood dari data lengkap berdasarkan data terobservasi. Tahapan *E-step* dilakukan untuk mengisi data yang tidak teramati berupa keanggotaan dari setiap kluster. Berikut adalah langkah pada tahapan *E-step* :

$$\begin{aligned}
& E[\log[L(\theta)] | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}] \\
&= E \left[\log[\prod_{h=1}^n \eta_j^{(r)} g(\mathbf{x}_h | \mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)] | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)} \right] \\
&= E \left[\log \left[\prod_{h=1}^n \eta_j^{(r)} \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \right] \right] \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\log \left[\prod_{h=1}^n \eta_j^{(r)} \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \right] \right] \\
& \quad P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)}) \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \log \left[\eta_j^{(r)} \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \right] \right] \\
& \quad P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)}) \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \log \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \right] \right] \\
& \quad P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)}) \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} + \log \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}]} \right] + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \log \left[\exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \right] \right] \cdot P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)}) \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left[\log(2\pi)^{\frac{p}{2}} + \log [\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^2{}^{(r)}] \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \\
& \quad P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{p}{2} \log 2\pi - \log \left[\prod_{i=1}^p \sigma_{ij}^{2(r)} \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \right] \right] \cdot \\
&\quad P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \\
&= \sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{p}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^p \log \sigma_{ij}^{2(r)} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \right] \right] \cdot \\
&\quad P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \tag{3.5}
\end{aligned}$$

di mana

r : indeks iterasi

$\theta^{(r)}$: himpunan nilai parameter pada iterasi ke- r

$\hat{\theta}^{(r-1)}$: himpunan nilai taksiran parameter pada iterasi ke- $(r-1)$

$P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right)$ merupakan peluang posterior dengan rumus,

$$P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) = \frac{\hat{\eta}_j^{(r-1)} g(\mathbf{x}_h \mid \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j^{(r-1)} g(\mathbf{x}_h \mid \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}$$

2. M-step digunakan untuk mencari nilai taksiran parameter yang didefinisikan pada E-step untuk memaksimumkan fungsi log likelihood. Berdasarkan persamaan (3.5), akan dicari nilai taksiran dari $\eta_j^{(r)}, \mu_{ij}^{(r)}, \sigma_{ij}^{2(r)}$ dengan menurunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter.

- Turunkan persamaan (3.5) terhadap $\eta_j^{(r)}$ untuk memperoleh nilai $\hat{\eta}_j^{(r)}$ dengan syarat $\sum_{j=1}^c \eta_j^{(r)} = 1$ sehingga dibentuk sebuah fungsi dengan syarat tersebut sebagai berikut:

$$Lg = E[\log[L(\theta)] | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}] + \lambda [\sum_{j=1}^c \eta_j^{(r)} - 1]$$

$$\frac{\partial (Lg)}{\partial \eta_j^{(r)}} = \frac{\partial [E[\log[L(\theta)] | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}] + \lambda [\sum_{j=1}^c \eta_j^{(r)} - 1]]}{\partial \eta_j^{(r)}}$$

$$\frac{\partial (Lg)}{\partial \eta_j^{(r)}} =$$

$$\frac{\partial \left[\sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \frac{p}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^p \log \sigma_{ij}^2{}^{(r)} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^2{}^{(r)}} \right] \right] \cdot P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)}) \right] + \lambda [\sum_{j=1}^c \eta_j^{(r)} - 1]}{\partial \eta_j^{(r)}}$$

$$\frac{\partial (Lg)}{\partial \eta_j^{(r)}} = \sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)})}{\eta_j^{(r)}} + \lambda$$

Kemudian persamaan di atas disamakan dengan nol:

$$\frac{\partial (Lg)}{\partial \eta_j^{(r)}} = 0$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)})}{\hat{\eta}_j^{(r)}} + \lambda = 0$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)})}{\hat{\eta}_j^{(r)}} = -\lambda$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2{}^{(r-1)})}{-\lambda} = \hat{\eta}_j^{(r)} \quad ; \hat{\eta}_j^{(r)} \neq 0, \lambda \neq 0$$

$$\text{Untuk } j=1, \text{ maka diperoleh } \hat{\eta}_1^{(r)} = \sum_{h=1}^n \frac{P(1 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda}$$

$$\text{Untuk } j=2, \text{ maka diperoleh } \hat{\eta}_2^{(r)} = \sum_{h=1}^n \frac{P(2 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda}$$

$$\text{Untuk } j=c, \text{ maka diperoleh } \hat{\eta}_c^{(r)} = \sum_{h=1}^n \frac{P(c | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda}$$

Karena $\sum_{j=1}^c \eta_j^{(r)} = 1$, maka

$$\sum_{h=1}^n \frac{P(1 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda} + \sum_{h=1}^n \frac{P(2 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda} + \dots + \sum_{h=1}^n \frac{P(c | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda} = 1$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{P(1 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}) + P(2 | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}) + \dots + P(c | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)})}{-\lambda} = 1$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{1}{-\lambda} = 1 \Leftrightarrow \frac{n}{-\lambda} = 1 \Leftrightarrow -\lambda = n$$

Sehingga diperoleh taksiran untuk $\eta_j^{(r)}$ adalah

$$\hat{\eta}_j^{(r)} = \sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{n} \quad (3.6)$$

- Turunkan persamaan (3.5) terhadap parameter $\mu_{ij}^{(r)}$ untuk memperoleh nilai $\hat{\mu}_{ij}^{(r)}$.

$$\frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \mu_{ij}^{(r)}} = \frac{\partial \left[\sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \frac{p}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^p \log \sigma_{ij}^{2(r)} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \right] \right] \cdot P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) \right]}{\partial \mu_{ij}^{(r)}}$$

$$\frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \mu_{ij}^{(r)}} = \sum_{h=1}^n - \frac{2(-1)(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)}) P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{2 \sigma_{ij}^{2(r)}}$$

$$\frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \mu_{ij}^{(r)}} = \sum_{h=1}^n \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)}) P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{\sigma_{ij}^{2(r)}}$$

Kemudian persamaan di atas disamakan dengan nol:

$$\frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \mu_{ij}^{(r)}} = 0$$

$$\sum_{h=1}^n \frac{(x_{ih} - \hat{\mu}_{ij}^{(r)}) P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{\sigma_{ij}^{2(r)}} = 0 \quad ; \sigma_{ij}^{2(r)} \neq 0$$

$$\frac{1}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \sum_{h=1}^n (x_{ih} - \hat{\mu}_{ij}^{(r)}) P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) = 0$$

$$\sum_{h=1}^n (x_{ih} - \hat{\mu}_{ij}^{(r)}) P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) = 0$$

$$\sum_{h=1}^n \left[x_{ih} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) - \hat{\mu}_{ij}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) \right] = 0$$

$$\sum_{h=1}^n x_{ih} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) -$$

$$\sum_{h=1}^n \hat{\mu}_{ij}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)}) = 0$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^n x_{ih} P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) = \\
& \sum_{h=1}^n \hat{\mu}_{ij}^{(r)} P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \\
& \sum_{h=1}^n x_{ih} P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) = \\
& \hat{\mu}_{ij}^{(r)} \sum_{h=1}^n P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \\
& \frac{\sum_{h=1}^n x_{ih} P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right)}{\sum_{h=1}^n P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right)} = \hat{\mu}_{ij}^{(r)}
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.6) ke dalam persamaan di atas, maka diperoleh taksiran untuk $\mu_{ij}^{(r)}$ adalah

$$\hat{\mu}_{ij}^{(r)} = \frac{\sum_{h=1}^n x_{ih} P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right)}{n \hat{\eta}_j^{(r)}} \quad (3.7)$$

- Turunkan persamaan (3.5) terhadap parameter $\sigma_{ij}^{2(r)}$ untuk memperoleh nilai $\hat{\sigma}_{ij}^{2(r)}$ (Gustiana, dkk., 2015 : 20).

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)}} = \\
& \frac{\partial \left[\sum_{j=1}^c \left[\sum_{h=1}^n \left[\log \eta_j^{(r)} - \frac{p}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \log \sigma_{ij}^{2(r)} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \right] \right] \cdot P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \right]}{\sigma_{ij}^{2(r)}} \\
& \frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)}} = \sum_{h=1}^n \left[-\frac{1}{2\sigma_{ij}^{2(r)}} + \right. \\
& \left. \frac{(x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{2(\sigma_{ij}^{2(r)})^2} \right] \cdot P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right) \\
& \frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)}} = \\
& \sum_{h=1}^n \left[\frac{-\sigma_{ij}^{2(r)} + (x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2}{2(\sigma_{ij}^{2(r)})^2} \right] \cdot P \left(j \mid \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)} \right)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \sigma_{ij}^2(r)} = \sum_{h=1}^n \left[\frac{-\widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) + (x_{ih} - \mu_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))}{2(\sigma_{ij}^2(r))^2} \right]$$

Kemudian persamaan di atas disamakan dengan nol:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (E(\log(L(\theta)))}{\partial \sigma_{ij}^2(r)} &= 0 \\ \sum_{h=1}^n \left[\frac{-\widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) + (x_{ih} - \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))}{2(\sigma_{ij}^2(r))^2} \right] &= 0 \\ \frac{1}{2(\sigma_{ij}^2(r))^2} \sum_{h=1}^n \left[-\widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) + \right. \\ \left. (x_{ih} - \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) \right] &= 0 ; \sigma_{ij}^2(r) \neq 0 \\ \sum_{h=1}^n \left[-\widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) + (x_{ih} - \right. \\ \left. \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) \right] &= 0 \\ \sum_{h=1}^n \widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) &= \sum_{h=1}^n (x_{ih} - \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1)) \\ \widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} &= \frac{\sum_{h=1}^n (x_{ih} - \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))}{\sum_{h=1}^n P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh taksiran untuk $\sigma_{ij}^2(r)$ adalah

$$\widehat{\sigma_{ij}^2}^{(r)} = \frac{\sum_{h=1}^n \sum_{j=1}^c (x_{ih} - \widehat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))}{\sum_{h=1}^n \sum_{j=1}^c P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^2(r-1))} \quad (3.8)$$

3. Selanjutnya hitung nilai peluang posterior $\hat{P}(j | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r)})$ yang baru berdasarkan nilai taksiran parameter yang diperoleh pada tahapan M-step, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{P}(j|x_h, \hat{\eta}_j^{(r)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)}) = \frac{\hat{\eta}_j^{(r)} g(x_h | \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)})}{\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j^{(r)} g(x_h | \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)})} \quad (3.9)$$

4. Proses E-step dan M-step dilakukan secara berulang dengan menggunakan nilai taksiran pada persamaan (3.6), (3.7), (3.8) dan (3.9) hingga mencapai nilai estimasi parameter yang konvergen atau $|\frac{\theta^{(r+1)} - \theta^{(r)}}{\theta^{(r)}}| \leq \epsilon$.

Setelah algoritma EM selesai dilakukan dan diperoleh nilai taksiran parameternya, selanjutnya digunakan metode Newton-Raphson untuk memaksimalkan nilai taksiran parameter tersebut. Metode Newton-Raphson dimulai dengan nilai awal dari parameter $\theta^{(0)}$. Dalam setiap iterasinya, dihitung vektor gradien yang merupakan turunan pertama dari fungsi log-likelihood ($g(\theta)$) dan matriks Hessian (H) yang merupakan matriks turunan kedua. Hasil dari parameter dalam iterasi (r+1) dihitung menggunakan vektor gradien dan invers dari matriks Hessian yang berasal dari iterasi (r) (Snellman, 2008:21). Berikut adalah langkah-langkah dalam metode Newton-Raphson :

- Masukan : Nilai $\theta^{(0)} = [\eta_j^{(0)}, \mu_{ij}^{(0)}, \sigma_{ij}^{2(0)}]$, yang merupakan nilai awal ketika iterasi dilakukan saat $r = 0$. Dipilih juga nilai galat maksimum, misalkan ϵ .
- Keluaran : Nilai $\hat{\theta} = [\hat{\eta}_j, \hat{\mu}_{ij}, \hat{\sigma}_{ij}^2]$ yang konvergen.
- Langkah-langkah :
 1. Tentukan vektor gradien sebagai berikut:

$$g(\theta^{(r)}) = \left[\frac{\partial L(\theta^{(r)})}{\partial \eta_j^{(r)}}, \frac{\partial L(\theta^{(r)})}{\partial \mu_{ij}^{(r)}}, \frac{\partial L(\theta^{(r)})}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)}} \right]$$

2. Tentukan matriks Hessian sebagai berikut:

$$H^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial^2 \eta_j^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \eta_j^{(r)} \partial \mu_{ij}^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \eta_j^{(r)} \partial \sigma_{ij}^{2(r)}} \\ \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \mu_{ij}^{(r)} \partial \eta_j^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial^2 \mu_{ij}^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \mu_{ij}^{(r)} \partial \sigma_{ij}^{2(r)}} \\ \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)} \partial \eta_j^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial \sigma_{ij}^{2(r)} \partial \mu_{ij}^{(r)}} & \frac{\partial^2 L(\theta^{(r)})}{\partial^2 \sigma_{ij}^{2(r)}} \end{bmatrix}$$

3. Tentukan nilai vektor $g(\theta^{(0)})$ dan $H^{(0)}$ dengan cara memasukkan nilai $\theta^{(0)}$ ke dalam vektor g dan matriks H.

4. Lakukan perhitungan untuk persamaan $\theta^{(r+1)} = \theta^{(r)} - H^{(r)^{-1}} g(\theta)^{(r)}$, dengan iterasi dimulai dari $r = 0$, dan nilai $\theta^{(r)}$ adalah himpunan dari nilai taksiran parameter pada iterasi ke- r .
5. Lakukan tahapan 2 sampai 5 secara iteratif hingga mendapatkan nilai taksiran parameter yang konvergen atau $|\frac{\theta^{(r+1)} - \theta^{(r)}}{\theta^{(r)}}| \leq \epsilon$.

Setelah melalui tahapan estimasi parameter, diperoleh nilai taksiran parameter $\hat{\eta}_j, \hat{\mu}_{ij}, \hat{\sigma}_{ij}^2$. Nilai dari taksiran parameter tersebut dapat digunakan untuk memaksimumkan nilai fungsi log-likelihood.

3.2.3 Pemilihan Model

Pemilihan model terbaik dalam model LCCA dilakukan dengan salah satu alat yaitu *Bayesian Information Criterion (BIC)*. BIC merupakan alat seleksi model berdasarkan teori bayesian. BIC digunakan dalam model LCCA dikarenakan kesederhanaannya (Lin dan Dayton dalam Linzer dan Lewis, 2011:6). Rumus dari BIC adalah sebagai berikut

$$BIC = -2 \left[\log \left(L(\hat{\theta}) \right) \right] + k \ln(n) \quad (3.10)$$

Dengan $\log \left(L(\hat{\theta}) \right)$ merupakan nilai fungsi log-likelihood yang sudah maksimum, k merupakan jumlah parameter model dan n merupakan jumlah data pengamatan.

Model terbaik adalah model yang memiliki nilai BIC terendah. Nilai BIC dihitung berdasarkan nilai fungsi log-likelihood yang sudah maksimum untuk masing-masing model yaitu sebagai berikut

Untuk $j=1$, maka

$$\log L(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^n \log \left[\sum_{j=1}^1 \hat{\eta}_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \hat{\sigma}_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \hat{\mu}_{ij})^2}{\hat{\sigma}_{ij}^2} \right] \right] \right]$$

Untuk $j=2$, maka

$$\log L(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^n \log \left[\sum_{j=1}^2 \hat{\eta}_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \hat{\sigma}_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \hat{\mu}_{ij})^2}{\hat{\sigma}_{ij}^2} \right] \right] \right]$$

Untuk $j=c$, maka

$$\log L(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^n \log \left[\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} [\prod_{i=1}^p \hat{\sigma}_{ij}^2]} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{(x_{ih} - \hat{\mu}_{ij})^2}{\hat{\sigma}_{ij}^2} \right] \right] \right]$$

3.2.4 Pengelompokan dan Interpretasi Klaster

Setelah diperoleh model terbaik, langkah selanjutnya adalah pengelompokan objek ke dalam klaster yang dilakukan dengan menghitung peluang posterior dari masing-masing objek terhadap klaster yang terbentuk. Peluang suatu objek masuk pada suatu klaster dinyatakan sebagai berikut (Vermunt dan Magidson, 2002:7) :

$$P(j|\mathbf{x}_h, \hat{\theta}) = \frac{\hat{\eta}_j g(\mathbf{x}_h|\hat{\theta})}{\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j g(\mathbf{x}_h|\hat{\theta})} \quad (3.11)$$

Pemilihan anggota dari suatu klaster dilakukan dengan melihat nilai peluang posterior tertinggi dari suatu objek untuk setiap klasternya. Selain itu, dihitung juga *classification error* yang didefinisikan dengan rumus sebagai berikut (Chadidjah, 2016:4) :

$$E = \sum_{j=1}^M \frac{N_i}{N} [1 - \max(P(j|\mathbf{x}_h))] \quad (3.12)$$

dengan N_i merupakan banyak observasi pada klaster ke- i dan M merupakan banyaknya klaster yang terbentuk. Setelah diperoleh anggota untuk masing-masing klaster, selanjutnya dilakukan interpretasi untuk masing-masing klaster yang terbentuk berdasarkan hasil pengujian yang telah dilakukan.

3.3 Algoritma LCCA

Masukan (input) :

Diberikan x_{ih} yang merupakan respon variabel ke- i objek ke- h dengan $i=1,2,...,p$ dan $h=1,2,...,n$.

Zahra Ridha Hafizha, 2018

PENGELOMPOKAN KECAMATAN DI KABUPATEN BANDUNG BERDASARKAN INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2015 MENGGUNAKAN METODE LATENT CLASS CLUSTER ANALYSIS (LCCA)

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Keluaran (*output*) :

- Model-model yang terbentuk dan jumlah kluster yang berbeda. Misal model 1 dengan jumlah kluster 1 dan seterusnya.
- Nilai fungsi log-likelihood, nilai BIC dan jumlah parameter yang diestimasi untuk masing-masing model yang terbentuk.
- Hasil pengelompokan objek ke dalam kluster.
- Profil dari masing-masing kluster.

Langkah-langkah :

1. Tahapan estimasi parameter dilakukan dengan memaksimumkan fungsi log-likelihood dengan algoritma *Expectation-Maximization* yang terdiri dari tahapan-tahapan berikut:

- a. E-step : menentukan ekspektasi dari fungsi log likelihood

$E[\log[L(\theta)] | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}^{(r-1)}]$ pada persamaan (3.5).

- b. M-step : menentukan nilai taksiran parameter untuk η_j , μ_{ij} dan σ_{ij}^2 berdasarkan persamaan (3.5).

$$\hat{\eta}_j^{(r)} = \sum_{h=1}^n \frac{P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{n}$$

$$\hat{\mu}_{ij}^{(r)} = \frac{\sum_{h=1}^n x_{ih} P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{n \hat{\eta}_j^{(r)}}$$

$$\hat{\sigma}_{ij}^{2(r)} = \frac{\sum_{h=1}^n \sum_{j=1}^c (x_{ih} - \hat{\mu}_{ij}^{(r)})^2 P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}{\sum_{h=1}^n \sum_{j=1}^c P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r-1)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r-1)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r-1)})}$$

- c. Hitung nilai $\hat{P}(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)})$ yang baru berdasarkan nilai dari taksiran parameter pada M-step

$$\hat{P}(j | \mathbf{x}_h, \hat{\eta}_j^{(r)}, \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)}) = \frac{\hat{\eta}_j^{(r)} g(\mathbf{x}_h | \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)})}{\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j^{(r)} g(\mathbf{x}_h | \hat{\mu}_{ij}^{(r)}, \hat{\sigma}_{ij}^{2(r)})}$$

- d. Tahap a-c dilakukan secara iteratif hingga mencapai nilai yang konvergen atau $|\frac{\theta^{(r+1)} - \theta^{(r)}}{\theta^{(r)}}| \leq \epsilon$.

2. Tahapan estimasi dilanjutkan dengan metode Newton-Raphson yang terdiri dari tahapan-tahapan berikut :

- a. Tentukan nilai awal $\theta^{(r)}$ dengan $r = 0$ dan galat ϵ .
- b. Tentukan vektor gradien (g) : turunan pertama dari fungsi log likelihood
- c. Tentukan matriks Hessian (H) : turunan kedua dari fungsi log likelihood
- d. Lakukan iterasi dengan rumus sebagai berikut:

$$\theta^{(r+1)} = \theta^{(r)} - H^{(r)-1} g(\theta)^{(r)}$$

- e. Tahapan tersebut dilakukan secara iteratif hingga mencapai nilai yang konvergen atau $\left| \frac{\theta^{(r+1)} - \theta^{(r)}}{\theta^{(r)}} \right| \leq \epsilon$.

3. Pemilihan model terbaik dilakukan dengan memilih nilai BIC terkecil.

$$BIC = -2 \left[\log \left(L(\hat{\theta}) \right) \right] + k \ln(n)$$

4. Pengelompokan objek dilakukan berdasarkan nilai peluang posterior tertinggi untuk setiap objek terhadap kluster yang dirumuskan sebagai berikut

$$P(j | \mathbf{x}_h, \hat{\theta}) = \frac{\hat{\eta}_j g(\mathbf{x}_h | \hat{\theta})}{\sum_{j=1}^c \hat{\eta}_j g(\mathbf{x}_h | \hat{\theta})}$$

5. Hitung juga nilai *classification error* dengan rumus sebagai berikut

$$E = \sum_{j=1}^M \frac{N_j}{N} [1 - \max(P(j | \mathbf{x}_h)]$$

3.4 Software yang Digunakan

Software yang digunakan pada tugas akhir ini adalah XLSTAT. Software ini merupakan analisis data dan solusi statistika terkemuka untuk Microsoft Excel®. Analisis statistika dalam XLSTAT menawarkan berbagai fungsi untuk meningkatkan kemampuan analitis Excel dan menjadikannya alat yang ideal untuk analisis data harian dan persyaratan statistik.

XLSTAT dapat digunakan untuk *Latent Class Clustering* dengan *package* XLSTAT-LatentClass yang merupakan versi tereduksi dari paket LatentGOLD® yang dikembangkan oleh Statistical Innovations Inc. *Package* ini dapat membantu menemukan segmen yang tersembunyi dalam data. XLSTAT-LatentClass menawarkan berbagai opsi yang mudah diterapkan dan pengguna mendapatkan

Zahra Ridha Hafizha, 2018

PENGELOMPOKAN KECAMATAN DI KABUPATEN BANDUNG BERDASARKAN INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2015 MENGGUNAKAN METODE LATENT CLASS CLUSTER ANALYSIS (LCCA)

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

kontrol penuh atas model *Latent Class*. Sebagai contoh, adalah untuk memasukkan variabel dari skala yang berbeda (kontinu, ordinal atau nominal) dalam model yang sama. Selain itu, bisa juga digunakan untuk mengoptimalkan konstanta Bayes, himpunan nilai awal yang bersifat random, serta parameter iterasi untuk algoritma *Expectation-Maximization* dan Newton-Raphson yang digunakan untuk estimasi model.