BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Model Persamaan Simultan

Model sistem persamaan simultan adalah model yang terdiri lebih dari satu persamaan regresi, yang mana antara persamaan regresi satu dengan persamaan regresi lainnya saling bergantungan (Gujarati, 1978). Persamaan simultan ini disusun dari persamaan struktural dimana variabel terikat dalam satu atau lebih persamaan pada saat yang sama juga merupakan variabel bebas untuk persamaan lainnya. Dengan demikian pada persamaan simultan, suatu variabel memiliki dua peranan sekaligus yaitu sebagai variabel bebas dan variabel terikat. Pada model persamaan simultan, proses penentuan estimasi parameter harus mempertimbangkan informasi dari persamaan lainnya.

Menurut Gujarati (2012), setiap persamaan simultan memuat tiga jenis variabel yaitu variabel endogen, variabel predetermine, dan variabel galat.

1. Variabel endogen merupakan variabel terikat pada persamaan simultan, namun variabel tersebut dapat muncul sebagai variabel bebas pada persamaan lain dalam model persamaan simultan. Variabel endogen mempunyai sifat stokastik atau acak.
2. Variabel predetermine merupakan variabel bebas dalam persamaan simultan yang nilainya sudah diketahui atau bersifat nonstokastik. Variabel predetermine dibagi menjadi dua kategori, yaitu variabel eksogen baik yang merupakan eksogen sekarang (*current exogeneous*) maupun eksogen waktu lampau (*lagged exogeneous*), dan variabel endogen waktu lampau (*lagged endogeneeous*).
3. Variabel galat merupakan variabel gangguan dalam persamaan simultan. Variabel galat mempunyai hubungan atau korelasi dengan variabel endogen yang tidak tercakup dalam persamaan struktural.

3.2 Model Struktural

Menurut Judge (1980), model struktural adalah model yang menggambarkan struktur hubungan yang lengkap antara berbagai variabel. Persamaan-persamaan struktural terdiri dari variabel terikat, variabel bebas, dan galat. Pada persamaan struktural tidak memperhatikan kondisi pada persamaan yang lain dalam model. Berikut contoh persamaan struktural pada model persamaan simultan dengan m variabel endogen dan k variabel eksogen:

$$Y_{t1} = \alpha_{21}Y_{t2} + \alpha_{31}Y_{t3} + \cdots + \alpha_{m1}Y_{tm} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + \cdots + \beta_{k1}X_{tk} + \varepsilon_{t1}$$

$$Y_{t2} = \alpha_{12}Y_{t1} + \alpha_{32}Y_{t3} + \cdots + \alpha_{m2}Y_{tm} + \beta_{12}X_{t1} + \beta_{22}X_{t2} + \cdots + \beta_{k2}X_{tk} + \varepsilon_{t2}$$

$$\vdots$$

$$Y_{tm} = \alpha_{1m}Y_{t1} + \alpha_{2m}Y_{t2} + \cdots + \alpha_{(m-1)m}Y_{t(m-1)} + \beta_{1m}X_{t1} + \beta_{2m}X_{t2} + \cdots + \beta_{km}X_{tk} + \varepsilon_{tm} \quad (3.2.1)$$

dimana Y_{ti} merupakan variabel endogen ke-i dengan $(i = 1, \dots, m)$; X_{tj} merupakan variabel predetermine ke-j dengan $(j = 1, \dots, k)$; α merupakan parameter variabel endogen, β merupakan parameter variabel predetermine, ε_{ti} merupakan variabel galat ke-i pada pengamatan ke-t, t merupakan banyak pengamatan $(t = 1, \dots, n)$.

3.3 Persamaan Direduksi (*reduced-form*)

Persamaan direduksi (*reduced-form*) merupakan suatu persamaan yang menjelaskan variabel endogen hanya berdasarkan variabel *predetermined* dan galat (Gujarati, 2012). Persamaan pada sebuah model persamaan simultan disusun dari persamaan-persamaan struktural dan parameter-parameternya dikenal sebagai parameter struktural. Menurut Sumodiningrat (2002), model *reduced-form* adalah model yang menyajikan variabel-variabel endogen sebagai fungsi dari variabel-variabel *predermined*.

Persamaan (3.2.1) merupakan bentuk umum struktural dari suatu model persamaan simultan. Variabel-variabel di ruas kiri persamaan (3.2.1) mempunyai koefisien sama dengan satu dan apabila variabel-variabel tersebut berpindah ke ruas kanan, maka koefisiennya berubah menjadi -1. Dengan demikian persamaan struktural pada persamaan (3.2.1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\alpha_{11}Y_{t1} + \alpha_{21}Y_{t2} + \cdots + \alpha_{m1}Y_{tm} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + \cdots + \beta_{k1}X_{tk} + \varepsilon_{t1} = 0$$
$$\alpha_{22}Y_{t2} + \alpha_{12}Y_{t1} + \cdots + \alpha_{m2}Y_{tm} + \beta_{12}X_{t1} + \beta_{22}X_{t2} + \cdots + \beta_{k2}X_{tk} + \varepsilon_{t2} = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{1m}Y_{tm} + \alpha_{1m}Y_{t1} + \cdots + \alpha_{(m-1)m}Y_{t(m-1)} + \beta_{1m}X_{t1} + \beta_{2m}X_{t2} + \cdots +$$
$$\beta_{km}X_{tk} + \varepsilon_{tm} = 0 \qquad (3.3.1)$$

Dengan memperhatikan seluruh observasi sebanyak n, persamaan (3.3.1) menjadi:

$$\alpha_{11}Y_{11} + \cdots + \alpha_{m1}Y_{1m} + \beta_{11}X_{11} + \cdots + \beta_{k1}X_{1k} + \varepsilon_{11} = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{11}Y_{n1} + \cdots + \alpha_{m1}Y_{nm} + \beta_{11}X_{n1} + \cdots + \beta_{k1}X_{nk} + \varepsilon_{n1} = 0$$
$$\alpha_{12}Y_{11} + \cdots + \alpha_{m2}Y_{1m} + \beta_{12}X_{11} + \cdots + \beta_{k2}X_{1k} + \varepsilon_{12} = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{12}Y_{n1} + \cdots + \alpha_{m2}Y_{nm} + \beta_{12}X_{n1} + \cdots + \beta_{k2}X_{nk} + \varepsilon_{n2} = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{1m}Y_{11} + \cdots + \alpha_{mm}Y_{1m} + \beta_{1m}X_{11} + \cdots + \beta_{km}X_{1k} + \varepsilon_{1m} = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{1m}Y_{n1} + \cdots + \alpha_{mm}Y_{nm} + \beta_{1m}X_{n1} + \cdots + \beta_{km}X_{nk} + \varepsilon_{nm} = 0$$
$$(3.3.2)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk matriks seperti berikut:

$$\underset{(n \times m)}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nm} \end{bmatrix}} \underset{(m \times m)}{\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{nm} \end{bmatrix}}$$

$$+ \underset{(n \times k)}{\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}} \underset{(k \times m)}{\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \cdots & \beta_{km} \end{bmatrix}} +$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \varepsilon_{n2} & \cdots & \varepsilon_{nm} \end{bmatrix} = 0\ (n \times m) \tag{3.3.3}$$

$$(n \times m)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk matriks berikut.

$$\boldsymbol{Y\alpha} + \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{0} \tag{3.3.4}$$

dimana **Y** merupakan matriks variabel endogen dengan orde (n x m), $\boldsymbol{\alpha}$ merupakan matriks parameter variabel endogen dengan ordo (m x m), **X** merupakan matriks variabel predetermine dengan ordo (n x k), $\boldsymbol{\beta}$ merupakan martiks parameter variabel predetermine dengan ordo (k x m), $\boldsymbol{\varepsilon}$ merupakan matriks variabel galat dengan ordo (n x m), dan **0** merupakan matriks nol dengan ordo (n x m)

Persamaan (3.3.4) mempunyai m variabel endogen yang mana pada bentuk reduksinya akan menjadi m persamaan. Dengan mengasumsikan bahwa matriks α merupakan matriks nonsingular, maka diperoleh bentuk reduksi untuk persamaan (3.3.4) adalah sebagai berikut dengan menggunakan persamaan tersebut dengan dikalikan α^{-1} pada setiap variabel sehingga diperoleh:

$$Y(\alpha\alpha^{-1}) = X\beta(\alpha^{-1}) + \varepsilon(-\alpha^{-1}) \tag{3.3.5}$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{YI} = \boldsymbol{X\Pi} + \boldsymbol{\eta} \tag{3.3.6}$$

dimana

$$\Pi = -\beta\alpha^{-1} = -\underset{(k \times m)}{\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \cdots & \beta_{km} \end{bmatrix}} \underset{(m \times m)}{\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{nm} \end{bmatrix}^{-1}}$$

$$= \underset{(k \times m)}{\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \cdots & \Pi_{1m} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \cdots & \Pi_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Pi_{k1} & \Pi_{k2} & \cdots & \Pi_{km} \end{bmatrix}}$$

$$\eta = -\varepsilon\alpha^{-1} = -\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \varepsilon_{n2} & \cdots & \varepsilon_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{nm} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{array}{cc} (n \times m) & (m \times m) \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \cdots & \eta_{1m} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \cdots & \eta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{n1} & \eta_{n2} & \cdots & \eta_{nm} \end{bmatrix}$$

$$(n \times m)$$

Bentuk reduksi untuk masing-masing persamaan dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \Pi_i X_i + \eta_i \qquad (3.3.7)$$

dimana i menunjukkan baris ke-i matriks yang bersangkutan.

3.4 Uji Simultan (*Hausman Test*)

Uji Simultan merupakan uji untuk menentukan jenis model efek, apakah model tersebut termasuk model efek acak (*random effect model*) ataukah termasuk model efek tetap (*fixed effect model*). Inti dari uji simultan yaitu menguji apakah terdapat hubungan antara galat pada model dengan satu atau lebih variabel bebas dalam model. Hipotesis awalnya adalah tidak terdapat hubungan antara galat model dengan satu atau lebih variabel bebas. Prosedur pengujian dengan uji Hausman adalah sebagai berikut (Baltagi, 2008).

- Perumusan Hipotesis

  H_0 : Korelasi $(X_{it}, \varepsilon_{it})$ = 0, dengan kata lain (tidak ada hubungan antara galat pada model dengan satu atau lebih variabel bebas dalam model)

  H_1 : Korelasi $(X_{it}, \varepsilon_{it}) \neq 0$, dengan kata lain (terdapat hubungan antara galat pada model dengan satu atau lebih variabel bebas dalam model)

- Statistik Uji

  Statistik uji yang digunakan adalah *Chi-squared* berdasarkan *Wald*, yaitu dinyatakan dalan perumusan berikut (Baltagi, 2008):

  $$W = \hat{q}'[var\hat{q}']^{-1}\hat{q}$$

  dengan $\Leftrightarrow W = \left(\hat{\beta}_{MET} - \hat{\beta}_{MEA}\right)'[var\left(\hat{\beta}_{MET} - \hat{\beta}_{MEA}\right)^{-1}\left(\hat{\beta}_{MET} - \hat{\beta}_{MEA}\right)$

  dimana: $\hat{\beta}_{MET}$ menyatakan vektor estimasi *slope* model efek tetap, dan $\hat{\beta}_{Mea}$ menyatakan vektor estimasi *slope* model efek acak.

- Kriteria pengujian

  Dengan taraf signifikansi sebesar α, tolak H_0 apabila nilai $W > X^2{}_{(\alpha,K)}$ atau apabila nilai $p - value < \alpha$.
- Kesimpulan

  Apabila H_0 ditolak, hal ini mempunyai makna bahwa terdapat hubungan simultan atau terdapat hubungan antara galat pada model dengan satu atau lebih variabel bebas dalam model.

3.5 Jenis-Jenis Identifikasi Persamaan Simultan

Pada identifikasi persamaan simultan terdapat 3 jenis kondisi identifikasi yang dapat terjadi, yaitu persamaan tepat teridentifikasi (*just identified*), persamaan terlalu teridentifikasi (*overidentified*) dan persamaan tidak teridentifikasi (*underidentified*). Pada proses identifikasi model persamaan simultan terdapat dua hal yang harus terpenuhi yaitu kondisi ordo dan kondisi *rank*.

Asumsi-asumsi yang diperlukan pada pengujian identifikasi persamaan simultan adalah:

- G* merupakan jumlah variabel endogen yang terdapat dalam persamaan ke-i
- G merupakan jumlah variabel endogen yang terdapat dalam model
- K* merupakan jumlah variabel *predetermine* yang terdapat dalam persamaan ke-i
- K merupakan jumlah variabel *predetermine* yang terdapat dalam model

Berikut merupakan penjelasan dan ilustrasi mengenai 3 jenis kondisi identifikasi persamaan simultan.

1. Persamaan simultan tidak teridentifikasi (*underidentified*).

   Kondisi persamaan simultan yang tidak teridentifikasi terjadi apabila banyak variabel predetermine dalam model yang tidak ada dalam persamaan ke-i lebih kecil daripada banyaknya variabel endogen dalam persamaan ke-i dikurangi satu. Secara matematis kondisi persamaan simultan yang tidak teridentifikasi terjadi apabila:

$$(K - K^*) < (G^* - 1) \tag{3.5.1}$$

Jumlah variabel *predetermine* yang terdapat dalam model dikurangi jumlah variabel *predetermine* yang terdapat dalam persamaan ke-i lebih kecil dari jumlah variabel endogen yang terdapat dalam persamaan ke-i dikurang satu.

pada model dengan kondisi persamaan simultan tidak teridentifikasi, maka tidak satu pun dari parameter struktural yang dapat diestimasi (Koustsoyiannis, A., 1977).

2. Persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*)

   Kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*) terjadi apabila banyaknya variabel *predetermine* dalam model yang tidak ada dalam persamaan ke-i sama dengan banyaknya variabel endogen dalam persamaan ke-i dikurangi satu. Secara matematis kondisi persamaan simultan yang tepat teridentifikasi terjadi apabila:

$$(K - K^*) = (G^* - 1) \tag{3.5.2}$$

   dengan rank **A** = (G – 1), dimana **A** adalah matriks yang disusun oleh parameter dari variabel yang tidak diselidiki pada persamaan ke-i, tetapi terkandung dalam persamaan lain dalam model.

   Pada kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi, pesamaan struktural dapat ditaksir setelah dilakukan reduksi yang telah diestimasi.

   Penaksiran parameter pada persamaan simultan tepat teridentifikasi dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Indirect Least Square* (ILS) dan *Two Stage Least Square* (TSLS) (Gujarati,1978).

3. Persamaan simultan berlebih identifikasi (*overidentified*)

   Kondisi persamaan simultan berlebih identifikasi terjadi, apabila banyaknya variabel predetermine dalam model yang tidak ada dalam persamaan ke-i melebihi banyaknya variabel endogen dalam persamaan ke-i dikurangi satu. Secara matematis kondisi persamaan simultan yang tepat teridentifikasi terjadi apabila:

$$(K - K^*) > (G^* - 1) \tag{3.5.3}$$

   dengan rank **A** = (G – 1), dimana **A** adalah matriks yang disusun oleh parameter dari variabel yang tidak diselidiki pada persamaan ke-i, tetapi terkandung dalam persamaan lain dalam model.

Penaksiran parameter pada persamaan simultan berlebih identifikasi dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Two Stage Least Square* (TSLS) dan *Three Stage Least Square* (3SLS) (Koustsoyiannis, A., 1977).

3.6 Prosedur Identifikasi Persamaan Simultan

Dalam prosedur identifikasi persamaan simultan ada dua yakni pertama kondisi ordo dan kondisi rank. Pada pengidentifikasian kondisi ordo merupakan syarat perlu untuk mengetahui kondisi identifikasi pada persamaan ke-$\boldsymbol{i}$ apa teridentifikasi dengan tepat, berlebih teridentifikasi atau tidak teridentifikasi. Sedangkan pada pengidentifikasian kondisi rank merupakan syarat cukup untuk memastikan kondisi persamaan ke-$\boldsymbol{i}$ teridentifikasi. Syarat cukup ini untuk menegaskan bahwa diantara variabel yang tidak ada dalam persamaan ke-$\boldsymbol{i}$ tidak ada yang berkolerasi. Dengan demikian suatu persamaan harus teridentifikasi baik kondisi ordo maupun kondisi rank.

3.6.1 Kondisi Ordo

Kondisi ordo merupakan syarat diperlukan tetapi belum cukup untuk memastikan kondisi identifikasi. Kondisi ordo menyatakan bahwa syarat identifikasi dari suatu persamaan struktural adalah jumlah variabel predetermine yang tidak dimasukkan dalam persamaan ke-i, sekurang-kurangnya harus sama banyak dengan jumlah variabel endogen yang terdapat dalam persamaan ke-i dikurangi satu. Secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$(K - K^*) \geq (G^* - 1) \tag{3.6.1}$$

Berdasarkan persamaan (3.6.1) apabila persamaan ke-i memenuhi kondisi ordo persamaan tersebut, maka dikatakan persamaan simultan teridentifikasi tepat atau persamaan simultan teridentifiasi berlebihan. Dalam hal kondisi ordo tidak terpenuhi, maka hal ini berarti persamaan simultan tidak teridentifikasi. Apabila suatu persamaan ke-i tidak memenuhi kondisi ordo, maka tidak perlu dilakukan penyelidikan kondisi rank. Namun, apabila kondisi ordo terpenuhi, maka proses selanjutnya yaitu melakukan penyelidikan terhadap kondisi rank.

Untuk lebih memahami penjelasan di atas perhatikan ilustrasi berikut. Misalkan diketahui suatu model persamaan simultan yang terdiri dari empat persamaan, dengan Y sebagai variabel endogen, X sebagai variabel *predetermine* dan ε sebagai variabel gangguan keempat persamaan tersebut menggambarkan hubungan antara variabel-variabel ekonomi. Keempat persamaan tersebut adalah sebagai berikut:

$$Y_{1t} = \beta_{10} + \alpha_{12}Y_{2t} + \alpha_{13}Y_{3t} + \beta_{11}X_{1t} + \varepsilon_{1t} \quad (3.6.2)$$

$$Y_{2t} = \beta_{20} + \alpha_{23}Y_{3t} + \beta_{21}X_{1t} + \beta_{22}X_{2t} + \varepsilon_{2t} \quad (3.6.3)$$

$$Y_{3t} = \beta_{30} + \alpha_{31}Y_{1t} + \beta_{31}X_{1t} + \beta_{32}X_{2t} + \varepsilon_{3t} \quad (3.6.4)$$

$$Y_{4t} = \beta_{40} + \alpha_{41}Y_{1t} + \alpha_{42}Y_{2t} + \beta_{43}X_{3t} + \varepsilon_{4t} \quad (3.6.5)$$

Dengan menggunakan kondisi ordo akan ditentukan identifikasi dari masing-masing persamaan tersebut di atas. Model persamaan simultan di atas memiliki G = 4 dan K = 3

a. Kondisi identifikasi pada persamaan (3.6.2) dengan G* = 3 dan K* = 1

   (K – K*) = (3 – 1) = 2

   (G* – 1) = (3 – 1) = 2

   Diperoleh:

   (K – K*) = (G* – 1)

   Dengan demikian diperoleh kesimpulan bahwa persamaan (3.6.2) termasuk dalam kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*).

b. Kondisi identifikasi pada persamaan (3.6.3) dengan G* = 2 dan K* = 2

   (K – K*) = (3 – 2) = 1

   (G* – 1) = (2 – 1) = 1

   Diperoleh:

   (K – K*) = (G* – 1)

   Dengan demikian diperoleh kesimpulan bahwa persamaan (3.6.3) termasuk dalam kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*).

c. Kondisi identifikasi pada persamaan (3.6.4) dengan G* = 2 dan K* = 2

   (K – K*) = (3 – 2) = 1

   (G* – 1) = (2 – 1) = 1

Diperoleh:

$$(K - K^*) = (G^* - 1)$$

Dengan demikian diperoleh kesimpulan bahwa persamaan (3.6.4) termasuk dalam kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*).

d. Kondisi identifikasi pada persamaan (3.6.5) dengan G* = 3 dan K* = 1

$$(K - K^*) = (3 - 1) = 2$$

$$(G^* - 1) = (3 - 1) = 2$$

Diperoleh:

$$(K - K^*) = (G^* - 1)$$

Dengan demikian diperoleh kesimpulan bahwa persamaan (3.6.5) termasuk dalam kondisi persamaan simultan tepat teridentifikasi (*justidentified*).

3.6.2 Kondisi Rank

Kondisi ordo yang telah dibahas pada subbab sebelumnya merupakan syarat perlu dari identifikasi persamaan simultan. Kondisi ordo, belum cukup untuk menunjukkan kondisi identifikasi dari suatu persamaan simultan. Hal ini mempunyai arti bahwa, walaupun suatu persamaan sudah teridentifikasi berdasarkan kondisi ordo, namun dapat menjadi kembali tidak teridentifikasi ketika dilakukan pengujian kondisi rank. Dengan demikian suatu persamaan simultan dikatakan teridentifikasi apabila persamaan tersebut teridentifikasi pada kondisi ordo dan kondisi rank.

Kondisi rank menyatakan bahwa pada suatu model yang terdiri dari G persamaan, suatu persamaan ke-i dikatakan teridentifikasi apabila sekurang-kurangnya memiliki satu determinan yang tidak nol berdimensi (G – 1), dari suatu matriks koefisien-koefisien variabel yang tidak dimasukkan dalam persamaan ke-i, tetapi terkandung dalam persamaan lain dalam model.

Untuk lebih memahami penjelasan di atas perhatikan ilustrasi berikut. Misalkan diketahui suatu model persamaan simultan yang terdiri dari empat persamaan seperti yang telah dikemukakan pada pengujian kondisi ordo. Pada pengujian kondisi rank, persamaan (3.6.2), (3.6.3), (3.6.4) dan (3.6.5) terlebih dahulu diubah kedalam bentuk berikut.

$$Y_{1t} - \beta_{10} - \alpha_{12}Y_{2t} - \alpha_{13}Y_{3t} - \beta_{11}X_{1t} = \varepsilon_{1t} \qquad (3.6.6)$$
$$Y_{2t} - \beta_{20} - \alpha_{23}Y_{3t} - \beta_{21}X_{1t} - \beta_{22}X_{2t} = \varepsilon_{2t} \qquad (3.6.7)$$
$$Y_{3t} - \beta_{30} - \alpha_{31}Y_{1t} - \beta_{31}X_{1t} - \beta_{32}X_{2t} = \varepsilon_{3t} \qquad (3.6.8)$$
$$Y_{4t} - \beta_{40} - \alpha_{41}Y_{1t} - \alpha_{42}Y_{2t} - \beta_{43}X_{3t} = \varepsilon_{4t} \qquad (3.6.9)$$

Selanjutnya koefisien-koefisien dari persamaan simultan tersebut di atas disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1

Koefisien-koefisien Struktural

Persamaan	**Koefisien dari variabel-variabel**							
	konstanta	$\boldsymbol{Y_1}$	$\boldsymbol{Y_2}$	$\boldsymbol{Y_3}$	$\boldsymbol{Y_4}$	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{X_3}$
(3.6.6)	$-\beta_{10}$	1	$-\alpha_{12}$	$-\alpha_{13}$	0	$-\beta_{11}$	0	0
(3.6.7)	$-\beta_{20}$	0	1	$-\alpha_{23}$	0	$-\beta_{21}$	$-\beta_{22}$	0
(3.6.8)	$-\beta_{30}$	α_{31}	0	1	0	$-\beta_{31}$	$-\beta_{32}$	0
(3.6.9)	$-\beta_{40}$	α_{41}	$-\alpha_{42}$	0	1	0	0	$-\beta_{43}$

Berdasarkan Tabel 3.1 diketahui bahwa pada persamaan (3.6.6) tidak memuat variabel Y_{4t}, X_{2t} dan X_{3t}. seperti yang telah dikemukakan sebelumnya bahwa pada pengujian kondisi rank, agar persamaan teridentifikasi maka harus diperoleh sekurang-kurangnya satu determinan yang tidak sama dengan nol yang berdimensi (G-1) adalah tiga dari matriks koefisien variabel-variabel yang tidak terdapat dalam persamaan (3.6.6), tetapi terkandung dalam persamaan lainnya. Berdasarkan Tabel 1 determinan matriks koefisien variabel-variabel Y_{4t}, X_{2t} dan X_{3t} adalah

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} 0 & -\beta_{22} & 0 \\ 0 & -\beta_{32} & 0 \\ 1 & 0 & -\beta_{43} \end{vmatrix} = 0$$

Karena determinan dari persamaan (3.6.6) adalah nol, maka rank dari matriks $\boldsymbol{A}$, yang diberi simbol r($\boldsymbol{A}$), kurang dari tiga. Oleh karena itu, model di atas tidak memenuhi kondisi rank, akibatnya persamaan tersebut menjadi tidak teridentifikasi.

Analog untuk persamaan (3.6.7), (3.6.8) dan (3.6.9), dengan menggunakan informasi dari Tabel 3.1 diperoleh:

- Untuk persamaan (3.6.7)

  Persamaan (3.6.7) tidak memuat variabel Y_{1t}, Y_{4t} dan X_{3t} dan determinan matriks koefisien Y_{1t}, Y_{4t} dan X_{3t} adalah:

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & 0 & 0 \\ \alpha_{41} & 1 & -\beta_{43} \end{vmatrix} = 0$$

  Determinan dari persamaan (3.6.7) adalah nol, maka rank dari matriks $\boldsymbol{A}$, yang diberi simbol r($\boldsymbol{A}$), kurang dari n = tiga. Oleh karena itu, model diatas tidak memenuhi kondisi rank, akibatnya persamaan tersebut menjadi tidak teridentifikasi.

- Untuk persamaan (3.6.8)

  Persamaan (3.6.8) tidak memuat variabel Y_{2t}, Y_{4t} dan X_{3t} dan determinan matriks koefisien Y_{2t}, Y_{4t} dan X_{3t} adalah:

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} -\alpha_{12} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_{41} & 1 & -\beta_{43} \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.6.12)$$

  Determinan dari persamaan (3.6.8) adalah nol, maka rank dari matriks $\boldsymbol{A}$, yang diberi simbol r($\boldsymbol{A}$), kurang dari dimensi matriks (G-1) atau kurang dari tiga. Oleh karena itu, model diatas pun tidak memenuhi kondisi rank, akibatnya persamaan tersebut menjadi tidak teridentifikasi.

- Untuk persamaan (3.6.9)

  Persamaan (3.6.9) tidak memuat variabel Y_{3t}, X_{1t} dan X_{2t} dan determinan matriks koefisien Y_{3t}, X_{1t} dan X_{2t} adalah:

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} -\alpha_{13} & -\beta_{11} & 0 \\ -\alpha_{23} & -\beta_{21} & -\beta_{22} \\ 1 & -\beta_{31} & -\beta_{32} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (3.6.13)$$

Karena determinan matriks dari persamaan (3.6.9) adalah tidak sama dengan nol, sehingga rank matriks $\boldsymbol{A}$ sama dengan dimensi matriks (G-1) atau yang diberi simbol r$(\boldsymbol{A}) = 3$.

Dengan demikian maka diantara persamaan (3.6.6), (3.6.7), (3.6.8) dan (3.6.9) pada model diatas, hanya persamaan (3.6.9) yang teridentifikasi, karena telah memenuhi kondisi ordo dan kondisi rank.

Syarat cukup ini hanya untuk menegaskan bahwa diantara variabel yang tidak ada dalam persamaan ke-i tidak ada yang berkorelasi. Dengan kata lain syarat cukup ini digunakan untuk menjamin tidak adanya kebergantungan linear antara variabel yang tidak ada dalam persamaan ke-i. Hal ini berarti, determinan matriks koefisien variabel yang tidak ada dalam persamaan ke-i tidak boleh sama dengan nol.

3.7 Metode *Two Stage Least Squares* (TSLS)

Metode *Two Stage Least Square* (TSLS) merupakan metode persamaan tunggal untuk menyelesaikan persamaan simultan dimana terjadi korelasi antara variabel galat dengan variabel-variabel endogennya. Dengan demikian, apabila metode *two stage least square* diterapkan pada setiap persamaan struktural secara terpisah, bias simultan dapat dihilangkan (Koustsoyiannis 1977). Pada metode TSLS, variabel-variabel endogen yang berkorelasi dengan variabel galat diganti dengan estimasi nilai-nilainya sendiri.

Metode TSLS ini sangat tepat diterapkan pada persamaan simultan yang kondisi identifikasinya *overidentified* (Gujarati, 2012). Penggunaan metode TSLS ini baik juga untuk menaksir persamaan yang *justidentified* (Gujarati, 2012). Adapun langkah-langkah penaksiran dengan metode *Two Stage Least Square* adalah sebagai berikut (Gujarati, 2012):

- **Langkah pertama**

  Setiap variabel endogen dari persamaan struktural diregresikan terhadap semua variabel eksogen dari suatu model, sehingga diperoleh persamaan bentuk sederhana dan diestimasi menggunakan metode OLS pada regresi linear berganda. Hasil estimasi variabel endogen tahap pertama ini berfungsi untuk menggantikan nilai variabel endogen yang muncul sebagai variabel bebas pada persamaan yang teridentifikasi (tepat atau berlebihan).

- **Langkah kedua**

  Setelah variabel endogen yang berfungsi sebagai variabel bebas diganti dengan nilai estimasinya, hal yang selanjutnya dilakukan yaitu mengestimasi persamaan secara terpisah dengan OLS pada regresi linear berganda bertahap persamaan-persamaan yang teridentifikasi (tepat atau berlebihan) dalam model.

Untuk lebih memahami mengenai estimasi parameter persamaan simultan dengan menggunakan metode *two stage least square* diberikan ilustrasi berikut. Misalkan diketahui suatu model persamaan simultan sebagai berikut:

$$Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}Y_{2t} + \alpha_{11}X_{1t} + \alpha_{12}X_{2t} + \varepsilon_{1t} \quad (3.7.1)$$

$$Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + \varepsilon_{2t} \quad (3.7.2)$$

dengan Y_{1t} merupakan Pendapatan, Y_{2t} merupakan Persediaan Uang, X_{1t} merupakan Tingkat Investasi, X_{2t} merupakan Konsumsi Pemerintah, ε_{1t} dan ε_{2t} merupakan Variabel Galat.

Hal pertama yang perlu dilakukan yaitu mengidentifikasi pada masing-masing persamaan simultan tersebut yaitu identifikasi pada persamaan (3.7.1) dan persamaan (3.7.2).

Pada ilustrasi di atas model persamaan simultan memiliki variabel endogen Y_{1t} dan Y_{2t} dan variabel predetermine X_{1t} dan X_{2t}. Berdasarkan hal tersebut diperoleh nilai G = 2 dan K = 2.

- Identifikasi untuk persamaan (3.7.1)

  pada persamaan (3.7.1) diketahui bahwa nilai G*= 2 dan K*= 2 dengan demikian maka diperoleh:

  (K – K*) = (2 -2) = 0

  (G* - 1) = (2 - 1) = 1

  Sehingga

  (K – K*) < (G* - 1)

  Dengan demikian, persamaan (3.7.1) tidak teridentifikasi (*underidetified*).

- Identifikasi untuk persamaan (3.7.2)

  Pada persamaan (3.7.2) diketahui bahwa nilai G* = 2 dan K* = 0

  (K – K*) = (2 -0) = 2

  (G* - 1) = (2 - 1) = 1

  Sehingga

  (K – K*) > (G* - 1)

  Dengan demikian, persamaan (3.7.2) teridentifikasi berlebihan (*overidetified*).

Selanjutnya untuk persamaan yang teridentifikasi berlebihan, akan dilakukan identifikasi kembali dengan menggunakan kondisi rank. Persamaan (3.7.2) tidak memuat variabel X_{1t} dan X_{2t} dan determinan matriks koefisien X_{1t} atau X_{2t} adalah:

$$|\boldsymbol{A}| = |\alpha_{11}| \neq 0$$

atau $$|\boldsymbol{A}| = |\alpha_{12}| \neq 0$$

Karena determinan matriks dari persamaan (3.7.2) pada koefisien X_{1t} atau X_{2t} adalah tidak sama dengan nol, sehingga rank matriks $\boldsymbol{A}$ sama dengan dimensi matriks (G-1) atau yang diberi simbol r$(\boldsymbol{A}) = 1$.

Karena telah memenuhi syarat ordo dan syarat rank, maka dapat dilanjutkan dengan estimasi persamaan dengan TSLS. Berdasarkan identifikasi di atas persamaan (3.7.1) tidak teridentifikasi dan persamaan (3.7.2) dapat diestimasi dengan TSLS. Adapun langkah-langkah penaksiran dengan metode TSLS adalah sebagai berikut:

Langkah pertama

Untuk membuat Y_{1t} tidak berkorelasi dengan ε_{2t}, maka perlu dibuat regresi Y_{1t} terhadap semua variabel eksogen yang ada dalam seluruh sistem. Dalam hal ini perlu membuat regresi Y_{1t} terhadap X_{1t} dan X_{2t} sebagai berikut:

$$Y_{1t} = B_0 + B_1 X_{1t} + B_2 X_{2t} + U_{1t} \qquad (3.7.3)$$

dengan U_{1t} menyatakan variabel galat.

Selanjutnya melakukan estimasi parameter dengan menggunakan metode ols, dan diperoleh:

$$\hat{Y}_{1t} = b_0 + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} \tag{3.7.4}$$

dengan $\hat{Y}_{1t}$ penaksir untuk Y_{1t} dan b_0, b_1, b_2 merupakan penaksir untuk B_0, B_1, B_2.

Persamaan (3.7.3) merupakan bentuk tereduksi atau persamaan tereduksi, hal ini dikarenakan pada ruas kanan persamaan tersebut terdiri dari variabel eksogen dan variabel galat. dengan demikian persamaan (3.7.3) dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$Y_{1t} = \hat{Y}_{1t} + u_{1t} \tag{3.7.5}$$

Persamaan (3.7.5) menunjukkan bahwa Y_{1t} terdiri dari $\hat{Y}_{1t}$ yang merupakan kombinasi dari X_1 dan X_2 dan variabel galat u_{1t} (dugaan untuk U_{1t}).

Langkah kedua

Seperti telah diketahui pada proses identifikasi bahwa persamaan (3.7.2) merupakan persamaan simultan yang berlebih identifikasi *(overidentified).* Dengan demikian persamaan (3.7.2) dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$\begin{aligned} Y_{2t} &= \beta_{20} + \beta_{21} Y_{1t} + \varepsilon_{2t} \\ &= \beta_{20} + \beta_{21}\left(\hat{Y}_{1t} + u_{1t}\right) + \varepsilon_{2t} \\ &= \beta_{20} + \beta_{21}\hat{Y}_{1t} + (\beta_{21} u_{1t} + \varepsilon_{2t}) \\ &= \beta_{20} + \beta_{21}\hat{Y}_{1t} + \varepsilon_{2t}^* \end{aligned} \tag{3.7.6}$$

dengan $\varepsilon_{2t}^* = (\beta_{21} u_{1t} + \varepsilon_{2t})$

Selanjutnya melakukan estimasi parameter pada persamaan (3.7.6) dengan menggunakan metode OLS, dan diperoleh:

$$Y_{2t}^* = b_{20}^* + b_{21}^* Y_{1t} \tag{3.7.7}$$

dengan b_{20}^* dan b_{21}^* masing-masing berturut-turut merupakan penaksir untuk β_{20} dan β_{21}.

Dengan demikian estimasi yang dihasilkan akan bersifat tak bias dan konsisten. Hal ini karena variabel endogen tidak lagi berkorelasi dengan variabel galat. Oleh karena itu, metode TSLS merupakan salah satu solusi untuk mengestimasi persamaan simultan.

3.8 Prosedur Estimasi Parameter Persamaan Simultan Dengan Metode *Two Stage Least Squares*

Pada subbab ini akan dijelaskan tahapan estimasi parameter persamaan simultan dengan metode *two stage least squares*. Tahapan estimasi parameter persamaan simultan dengan metode *two stage least squares* pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan persamaan regresi terbaik pada persamaan produk domestik bruto dan pendapatan nasional untuk mendapatkan variabel bebas yang berpengaruh terhadap masing-masing persamaan dengan mengevaluasi hasil nilai *F* dan juga dengan melihat nilai koefisien determinasi.
2. Menentukan model struktural persamaan simultan dari persamaan produk domestik bruto dan pendapatan nasional untuk mengetahui struktur hubungan yang lengkap antara variabel endogen, variabel predetermine dan variabel galat.
3. Mengubah persamaan struktural kedalam model persamaan *reduced form*, yaitu dimana variabel-variabel endogen yang diregresikan terhadap variabel predetermine yang terdapat dalam model.
4. Melakukan uji simultan (*Hausman test*) untuk mengetahui apakah terdapat hubungan simultan antara persamaan produk domestik bruto dan pendapatan nasional.
5. Identifikasi model bertujuan untuk melihat kondisi identifikasi pada persamaan produk domestik bruto dan pendapatan nasional untuk tahap berikutnya.
6. Mengestimasi model persamaan simultan yang terdiri dari persamaan produk domestik bruto dan pendapatan nasional menggunakan metode *Two Stage Least Square* (TSLS).
7. Melakukan Uji asumsi model persamaan simultan tersebut untuk mengetahui apakah sudah memenuhi asumsi regresi klasik atau belum. Jika belum memenuhi maka akan dilakukan perbaikan dengan transformasi logaritma natural (ln) atau *difference*.
8. Mendapatkan model estimasi yang bersifat tak bias dan konsisten.

Flowchart dari prosedur penyelesaian penelitian adalah sebagai berikut :