

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori aljabar Banach adalah suatu konsep matematika abstrak yang merupakan perpaduan dari banyak teori matematika lainnya, misalnya: aljabar abstrak, analisis fungsional, topologi, dan lainnya. Aljabar Banach berkembang pada awal abad ke-20, ketika konsep-konsep dan struktur abstrak diperkenalkan. I.M Gelfand adalah salah seorang tokoh utama dalam perkembangan teori aljabar Banach.

Suatu aljabar- C^* adalah suatu aljabar Banach dengan syarat-syarat tambahan. Sifat dari aljabar- C^* yang tidak dimiliki oleh aljabar Banach umum membuktikan bahwa struktur dari aljabar- C^* lebih kaya daripada aljabar Banach umum.

Gelfand & Naimark (1943) menyatakan bahwa setiap aljabar- C^* komutatif A dengan elemen kesatuan adalah isomorfik dengan suatu aljabar dari fungsi kontinu $C(X)$ atau $C_0(X)$ dari himpunan kompak X . Untuk kasus yang lebih umum, mereka menyatakan bahwa setiap aljabar- C^* A (tidak perlu komutatif) adalah isomorfik dengan suatu subaljabar- $*$ tutup dari $B(\mathcal{H})$, operator-operator terbatas pada ruang Hilbert.

Suatu subaljabar- $*$ tutup dari $B(\mathcal{H})$ disebut aljabar- C^* konkret. Melalui suatu representasi, setiap aljabar- C^* abstrak dapat dikaitkan dengan aljabar- C^* konkret. Dengan demikian unsur-unsur pada aljabar- C^* abstrak dapat didefinisikan sebagai operator-operator linear terbatas pada ruang Hilbert.

Representasi kanonik dari suatu aljabar- C^* A dikembangkan oleh Gelfand & Naimark. Konstruksi dari representasi ini bergantung pada representasi-representasi lain yang lebih kecil, yang bergantung pada fungsional linear positif pada A yang disebut representasi Gelfand-Naimark-Segal.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji bagaimana mengkonstruksi suatu representasi Gelfand-Naimark-Segal dari aljabar- C^*

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimanakah kaitan antara fungsional linear positif dengan representasi?
2. Bagaimanakah mengkonstruksi suatu representasi Gelfand-Naimark-Segal dari aljabar- C^* ?

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui kaitan antara fungsional linear positif dengan representasi.
2. Untuk mengetahui langkah-langkah mengkonstruksi representasi Gelfand-Naimark-Segal dari aljabar- C^* .

1.4 Manfaat Penulisan

Memperoleh gambaran yang lebih konkret tentang konsep dan konstruksi suatu representasi Gelfand-Naimark-Segal aljabar- C^* .